

中山大学“211”工程二期建设项目：

现代管理论丛

Zhongguo Gushi Fenxing Jiegou

中国股市分形结构： 理论与实证

Lilun Yu Shizheng

黄治蓉 著

andamien

中山大学出版社

中山大学“211”工程二期建设项目:

现代管理论丛

国家自然科学基金项目(70501034)阶段性成果

中国股市分形结构: 理论与实证

黄诒蓉 著

中山大学出版社
· 广州 ·

版权所有 翻印必究

图书在版编目 (CIP) 数据

中国股市分形结构: 理论与实证/黄治蓉著. —广州: 中山大学出版社, 2006. 3

(中山大学“211”工程二期建设项目: 现代管理论丛)

ISBN7-306-02681-X

I. 中… II. 黄… III. 股票—资本市场—研究—中国
IV. F832.51

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 014747 号

责任编辑: 李海东

封面设计: 方 竹

责任校对: 何 凡

责任技编: 黄少伟

出版发行: 中山大学出版社

编辑部电话 (020) 84111996, 84113349

发行部电话 (020) 84111998, 84111160

地 址: 广州市新港西路 135 号

邮 编: 510275 传真: (020) 84036565

印 刷 者: 中山大学印刷厂

经 销 者: 广东新华发行集团

规 格: 850mm × 1168mm 32 开本 7.875 印张 205 千字

版次印次: 2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷

定 价: 18.00 元

本书如有印装质量问题影响阅读, 请与承印厂联系调换

目 录

第1章 导 论	(1)
1.1 问题提出及意义	(1)
1.2 文献综述	(4)
1.2.1 国外文献综述	(4)
1.2.2 国内文献综述	(9)
1.2.3 对国内研究局限性的评述	(11)
1.3 研究方法	(12)
1.4 本书结构	(13)
1.5 研究数据及处理	(14)
第2章 分形理论	(17)
2.1 分形理论的创立、发展及意义	(17)
2.2 分形是什么?	(18)
2.3 分形例子	(20)
2.3.1 Cantor 集	(21)
2.3.2 Koch 曲线	(21)
2.3.3 Sierpinski 垫	(22)
2.4 分形特征	(23)
2.4.1 自相似性	(23)
2.4.2 标度不变性	(24)
2.4.3 分形维	(24)
2.4.4 局部随机性和整体确定性共存	(25)
2.5 分形类型	(26)

2.5.1	严格分形和随机分形	(26)
2.5.2	空间分形和时间分形	(26)
2.5.3	自相似分形和自仿射分形	(27)
2.5.4	简单分形和多重分形	(27)
2.6	分形理论与混沌理论比较	(28)
2.7	分形市场理论	(30)
2.7.1	有效市场理论及其局限性	(30)
2.7.2	分形市场的基本内涵	(34)
2.7.3	分形市场理论的重要意义	(35)
2.7.4	对股市分形结构的诠释	(36)
第3章	中国股市单分形结构研究	(39)
3.1	分形布朗运动	(40)
3.1.1	分形布朗运动的定义	(40)
3.1.2	分形布朗运动的基本性质	(42)
3.1.3	分形布朗运动的分形特征	(43)
3.2	中国股市非线性实证检验	(45)
3.2.1	正态性检验	(45)
3.2.2	线性相关性检验	(49)
3.2.3	非线性相关性检验	(52)
3.2.4	股市收益的易变性期限结构分析	(55)
3.3	中国股市 R/S 分析	(58)
3.3.1	经典 R/S 分析方法	(58)
3.3.2	修正 R/S 分析方法	(65)
3.3.3	实证结果	(67)
3.4	中国股市分形维分析	(79)
3.4.1	分形维的概念及意义	(79)
3.4.2	实证研究	(83)
3.5	中国股市分形分布分析	(86)

3.5.1	分形分布	(86)
3.5.2	中国股市分形分布实证研究	(95)
3.6	中国股市非线性动力学分析	(104)
3.6.1	理论与方法	(104)
3.6.2	估计结果及分析	(108)
3.7	研究结论及局限性	(113)
3.7.1	研究工作及结论	(113)
3.7.2	亟需进一步研究的问题	(114)
第4章	分形差分模型研究	(116)
4.1	分形差分噪声与长期记忆过程	(117)
4.2	理论模型	(121)
4.2.1	ARFIMA(n, ξ, s)模型	(121)
4.2.2	FIGARCH(p, d, q)模型	(123)
4.2.3	模型汇总	(127)
4.3	模型的估计、检验与预测	(129)
4.3.1	模型参数的估计方法	(129)
4.3.2	模型的检验方法与选择准则	(134)
4.3.3	模型的预测效果评价	(135)
4.4	基于中国股市的实证研究	(136)
4.4.1	上证指数日收益序列的长期记忆特性分析	(137)
4.4.2	基于 GPH 和 ARFIMA($0, \xi, 0$)的分形差分 参数 ξ 估计	(140)
4.4.3	基于 MLE 的模型估计	(141)
4.5	研究结论及有待进一步研究的问题	(161)
第5章	中国股市多重分形结构研究	(164)
5.1	多重分形理论概述	(165)
5.1.1	多重分形测度和过程	(165)
5.1.2	广义 Hurst 指数	(169)

5.1.3	局部 Hölder 指数和多重分形谱	(170)
5.2	中国股市多重分形结构的实证检验	(174)
5.2.1	多重分形的实证检验方法	(174)
5.2.2	中国股市多重分形结构的实证结果	(176)
5.3	股票收益的多重分形模型	(181)
5.3.1	股票收益多重分形模型的内容	(181)
5.3.2	股票收益多重分形模型的性质	(187)
5.3.3	多重分形模型与以往模型比较	(189)
5.4	本章总结及研究展望	(192)
5.4.1	总结	(192)
5.4.2	对多重分形研究的展望	(192)
第6章	分形资本市场理论	(194)
6.1	现代资产组合理论与分形资产组合理论	(194)
6.1.1	现代资产组合理论及其局限性	(194)
6.1.2	分形资产组合理论	(198)
6.2	期权定价理论与分形期权定价理论	(203)
6.2.1	期权定价理论及其局限性	(203)
6.2.2	分形期权定价理论	(205)
第7章	总结与展望	(209)
7.1	本书创新之处	(209)
7.2	研究结论	(210)
7.3	意义	(211)
7.3.1	对研究者的启示	(211)
7.3.2	对股市投资分析者的启示	(212)
7.3.3	对股市调控者和监管者的启示	(212)
7.3.4	对风险管理者的启示	(213)
7.3.5	对中国股市存在明显分形结构的现实 解释	(213)

7.4 有待进一步研究的问题	(214)
7.4.1 分形结构分析方法的研究	(215)
7.4.2 高频数据分形结构的进一步研究	(215)
7.4.3 股票收益多重分形模型的实证研究	(215)
7.4.4 各类模型的比较研究	(216)
7.4.5 分形结构的应用研究	(216)
附录	(217)
参考文献	(229)

第 1 章 导 论

1.1 问题提出及意义

资本市场是人类的创造物，但是人类还不知它是如何运行的。是有序的还是混乱的？是线性的还是非线性的？是可预测的还是不可预测的？自古至今，人们一直在为寻找对资本市场行为做出解释的理论和模型进行着艰苦的探索。最早对资本市场价格行为的研究，可追溯到 Louis Bachelier (1900)，他率先将随机游走的理论与方法应用于商品价格行为的研究。随机游走理论 (Random Walk Theory, RWT) 认为，资产价格的变动是独立、随机、不可预测的。然而，越来越多的迹象表明，资本市场行为并不符合随机游走理论。将随机游走理论看作其特殊版本的有效市场理论 (Efficient Market Theory, EMT) (Fama, 1970) 认为，当资本市场价格对披露的相关信息（包括历史信息、公开信息和内幕信息）能及时、迅速、准确地反映时，资本市场是有效的；反之，资本市场则无效。这些理论至少建立在以下的假设基础上：一是资产价格的变化完全由新的信息决定，今天的价格与昨天的价格是相互独立的；二是资产价格序列服从正态分布；三是投资者完全理性。从此之后，有效市场理论成为建立和研究现代金融理论的基石。这种线性范式（看问题的总体方法）主宰着金融经济学长达半个世纪。

然而，对于在实际金融市场中所出现的众多异象，有效市场

理论却无法做出合理的解释，比如，1987 年的“黑色星期一”现象、小公司效应、1 月效应、低市盈率效应等。后来的大量研究发现，金融市场中存在着许多与有效市场理论的假设相违背的事实，比如，金融时间序列经常表现出短期相关性或长期相关性，资产价格分布经常表现出尖峰胖尾等特性，投资者经常出现反应过度或反应不足的现象，等等。这不是实际市场存在问题，而是有效市场理论的过分严格的假设条件存在问题。进而，建立在有效市场理论基础之上的资本市场理论就受到了不同程度的质疑和挑战。

自 20 世纪 80 年代以来，为寻找对金融市场具有更强解释力的新理论和新模型，众多学者从不同的角度已经做了许多积极的探索，并取得了巨大的进展，主要表现在以下两方面：一是突破了有效市场理论的投资者理性假设，形成了行为金融理论（Behavioral Finance Theory, BFT）。该理论从金融市场上资产价格的变动趋势和投资者的心理行为入手，考察了为什么存在超常收益。它认为，资产价格的变动可能是可预测的，投资者有可能获取超常收益。二是突破了有效市场理论的独立、线性、正态、静态等假定，提出分形市场理论（Fractal Market Theory, FMT）（Edgar E. Peters, 1994）。该理论认为，资本市场是由大量的、具有不同投资期限的投资者组成的，市场信息对各种不同投资者的交易时间有着不同的影响。资产价格的变动不是随机游走，而是具有增强趋势的持续性，今天或未来的资产价格变动与初始状态之间并非相互独立，而是持续相关的。分形市场理论的提出尽管使得理解金融市场的问题变得复杂得多，但是也现实得多，更加符合金融市场的实际统计特性。

自 20 世纪 90 年代以来，非线性动力学、混沌理论、分形理论等非线性科学理论和方法广泛应用于金融市场问题的研究。金融市场本质上是一个非线性的动力系统。因此，利用非线性的理

论和方法更能揭示金融市场的本质特征，也为金融市场的研究开辟了一个新的视野。混沌理论和分形理论是非线性理论的一个子理论，分别从动力学和几何学角度探索系统的复杂非线性特性。混沌、分形、多重分形均属于金融市场的非线性特征。国内外许多学者通过大量实证研究已经证实，这些非线性特征在金融市场中广泛存在。

B. B. Mandelbrot 创立的分形几何学是 20 世纪下半叶最伟大的科学成就之一。它打破了欧几里德几何学的整数维传统（比如，直线是一维，平面是二维，立体是三维），引入了分形维的概念（比如，以集合论创始人康托尔命名的“康托尔尘埃”的维数为 0.6309，能表现雪花样式的 Koch 曲线的维数为 1.2618）。在此基础上形成的分形理论是研究复杂性的现代科学理论的重要组成部分。虽然从其诞生到现在才 20 多年，但是它却对人们的自然观、科学观、科学方法论和科学思维方式等方面都产生了深刻的影响。

分形理论为我们研究资本市场行为提供了一个强有力的分析工具。借助分形理论，并利用多种统计分析方法，我们可以对如下的股市分形结构特征进行深入探讨：①股市是否具有状态持续性？是否具有“均衡状态”的临界水平？②股市是否在不同的时间增量上具有相同或相似的统计特性？③股市是否可预测？多长时间的预测才是可靠的？④股市具有什么样的分布形态？是正态分布还是分形分布？⑤股市是否具有多重分形特征？在多大的时间标度范围内具有相同的分形特征？

在分形结构的研究中，统计方法发挥着重要作用。分形结构分析框架的设计、分形结构参数的估计与检验均需要应用大量的统计方法，比如，分形布朗运动的定义及其性质、H 指数、分形分布参数、分形差分参数的估计和检验所使用的回归方法、极大似然估计方法、谱分析方法及其他统计方法等。同时，分形研究

拓展了统计学科的应用领域，致使产生新的交叉学科（比如，分形统计学），从而使统计学的发展更具强大的生命力。

股市分形结构的研究对有效市场理论提出了巨大的挑战，将有力解释有效市场理论无法解释的许多金融市场异象，极大地改变了人们对金融市场特性的认识，比如，有效市场理论所未能包含的诸如自相似性、长期记忆性、标度不变性、非线性等。对于金融市场均衡特性认识的改变，将会对金融市场众多问题的分析与定量研究产生重要的影响。从而，股市分形结构的研究可为金融市场的理论和实践提供可靠依据，对资产定价、风险控制、市场监管和价格预测等一系列金融市场中的重大问题具有极其重要的理论价值和实际意义。

1.2 文献综述

1.2.1 国外文献综述

Mandelbrot (1960, 1961, 1963a, 1963b) 通过研究股票价格时间序列的波动规律，发现股票价格序列不符合正态分布，而是表现出尖峰胖尾的统计特征，由此，他提出用分形分布来描述股票收益序列。对股票价格序列的研究是他日后建立划时代的分形几何学的第一步。20 世纪 70—80 年代，Mandelbrot 创立了分形几何学 and 提出了分形理论。此后，众多科学家和工程师对分形产生了巨大的兴趣，分形理论在越来越多的学科领域得到了深入的研究和广泛的应用。

Edgar E. Peters 也为分形理论在金融市场的研究和应用做出了杰出的贡献。Peters 是美国一家著名投资基金 Panagora 研究部的负责人。他所感兴趣的研究领域并非当时居于主流地位的有效市场理论，而是分形几何学和混沌理论在资本市场中的应用。

Peters 不仅给资本市场研究者深入浅出地介绍了分形几何学,而且将分形理论和混沌理论应用于资本市场的研究中,取得了颇有影响力的研究成果。Peters (1991, 1994, 1999) 从资本市场上的资产价格变化的正态性检验开始,应用 R/S (Rescaled Range, Hurst, 1951) 分析方法有力地证实了资本市场上的资产价格序列或收益序列符合分形布朗运动或有偏的随机游走规律。同时,通过对资本市场时间序列的相空间重构,计算了资本市场的分形维和李雅普诺夫指数 (Lyapunov Exponent),从而完成了对资本市场的动力学分析。其结果表明,包括美国、英国、德国和日本在内的股票市场均具有比较明显的分形结构,本质上是一个非线性的动力系统。

自 H. E. Hurst (1951) 提出经典 R/S 分析方法之后,就有人怀疑经典 R/S 分析方法的有效性,因为当存在短期依赖关系时分析结果可能存在一定的偏差。Wallis 和 Matalas (1970) 也已经讨论过这一事实, Davies 和 Harte (1987) 进一步研究了这一问题。Aydogan 和 Booth (1988) 认为, Greene 和 Fielitz (1977) 的研究结果可能确实是经典 R/S 分析方法对序列依赖和非平稳不强健的结果。为纠正由于序列相关产生的偏差, Peters (1994) 把经典 R/S 分析方法应用于一阶自回归过程的估计残差。进一步地,他将不同滞后长度得到的 R/S 统计量的实际值与 R/S 统计量的期望值进行比较,期望值是用 Anis 和 Lloyd (1976) 计算白噪声过程的方法计算的。Lo (1991) 提出经典 R/S 分析方法的一个精炼——修正 R/S 分析方法,允许使用正式的统计检验,而且对序列相关和某些形式的不平稳是强健的,并应用修正 R/S 分析方法,发现美国股票市场没有支持存在长期记忆性的证据。同时, Cheung 和 Lai (1995) 运用修正 R/S 分析方法和频谱回归分析方法对几个国际股票收益序列进行了研究,没有发现存在持续性的证据。修正 R/S 分析方法已经被几

个研究者应用于其他金融数据集，比如，Cheung 和 Lai (1993) 应用于黄金市场收益，Cheung、Lai (1993) 和 Lai (1993) 以及 Crato (1994) 应用于国际股票市场，Goetzmann (1993) 应用于历史上的股票收益序列，Hiemstra 和 Jones (1994a) 应用于一个股票收益的面板数据 (Panel Data)，以及 Mills (1993) 应用于英国股票的月收益。这些文章发现的证据大致和 Lo (1991) 的结果相一致，用修正 R/S 统计量发现不太有证据支持这些金融资产收益序列具有长期记忆性。

Manlegna 和 Stanley 使用时间标度从 1 分钟到 1000 分钟的 1447514 个数据研究了美国标准普尔 500 (S&P 500) 指数的分布规律，得出了可以使用分形分布来描述该指数收益分布所具有的尖峰胖尾分布特征的结论。Kendal (1953)、Moore (1962) 对股票收益数据进行分析，发现股票收益序列数据较正态分布呈现出尖峰胖尾特征。Fama (1965a) 研究了组成道·琼斯工业指数的 30 只股票的收益分布规律和序列相关性，从经验上检验了该分布的适用性。此后，Fama 和 Roll (1971)、Blattberg 和 Gonedes (1974)、Koutrouvelis (1980)、DuMouchel (1983)、Akigiray 和 Lamoureux (1980)、Lo 和 MacKinlay (1988, 1990)、Lau 和 Wingender (1990)、Lo (1991)、Hiemstra 和 Jones (1997)、McCulloch (1986, 1997)、Buckle (1995)、Kogon 和 Williams (1998)、Nolan (1997, 1998a, b)、Rachev 和 Mitnik (2000) 等学者均对分形分布族及在股票市场的适用性做过许多研究。这些实证研究表明，分形分布对股票市场收益的拟合效果确实较好。

第一篇讨论资本市场长期记忆过程的重要性文章是 Mandelbrot 的论文 (1971)。Mandelbrot 证明，在长期相互依赖的情况下，完美套利 (perfect arbitraging) 是不可能的。Greene 和 Fielitz (1977) 第一个对股票收益的长期记忆性进行了实证研

究。他们的分析严重依赖于 Hurst (1951) 的经典 R/S 统计量。对长期记忆性的研究文献中也有其他检验方法。这些检验方法包括 Geweke 和 Porter-Hudak (1983) (此后简称为 GPH 检验), Davies 和 Harte (1987) 的局部最优和贝塔最优检验, Robinson (1991) 以及 Agiakloglou、Newbold 和 Woahr (1994) 发展的拉格朗日乘数检验, 与 Beran (1992) 的拟合优度统计量 (Goodness of Fit Statistic) 紧密相关的、Wu (1992) 的局部最佳不变量检验 (Locally Best Invariant Test)。与修正 R/S 统计量相反, 所有这些检验方法都对备择假设假定一个参数形式, 而 GPH 检验只需要对备择过程的长期动态进行参数设定。由于这个原因, GPH 检验有时被归为半参数检验。Granger 和 Joyeux (1980) 以及 Hosking (1981) 提出刻画长期记忆性的 ARFIMA 模型。Geweke 和 Porter-Hudak (1983) 已经证实 ARFIMA 模型比传统的时间序列模型提供了更加可靠的样本外预测。ARFIMA 的连续时间版本可参见 Viano、Deniau 和 Oppenheim (1994)。

对股票市场收益序列是否存在长期记忆性这个问题存在不同的结论。相当一部分文献没有发现存在长期记忆性的证据, 比如, Crato (1994) 运用确切极大似然估计对股票市场收益序列的研究没有发现存在长期记忆性的证据。但是, 也有相当多的研究表明, 在股票市场的日、周、月收益序列中发现了存在长期记忆性的证据。Wright (1999) 利用 ARFIMA 模型对包括印度在内的新兴股票市场进行了长期记忆性检验, 并得出这些新兴股票市场表现出具有相当的序列相关性, 而跟美国等发达市场形成截然的对比, 在这些发达市场中几乎没有证据表明股票市场存在任何序列相关。Cheung 和 Lai (1995), Barkoulas 和 Baum (1996), Barkoulas、Baum 和 Travlos (2000), Sadique 和 Silvapulle (2001), Henry (2002), Tolvi (2003) 等的研究也发现股票收益中存在长期记忆特性。然而, 这些论文的结果由于检验的不同

而常常相互冲突，也由于检验方法轻微的变化而表现得不够稳健。

Baillie、Bollerslev 和 Mikkelsen (1996) 提出 GARCH 族中的一个新模型——FIGARCH 模型。这个模型具有许多吸引人的特征，这些特征与文献中出现的资产收益绝对值序列和平方序列的长期依赖性一致。而且他们在论文中通过 Mont Carlo 模拟验证了拟极大似然估计量 (QMLE) 是 $T^{1/2}$ 一致的，同时对美国美元和德国马克间的外汇汇率的各种 FIGARCH 模型形式进行了估计，发现了长期记忆特性。Bollerslev 和 Mikkelsen (1996) 将 FIGARCH 模型应用于 S&P 500 指数 1953—1990 年之间的日收益时，得到类似的结果。

尽管所谓的单分形过程或自相似过程（比如，分形布朗运动）在股票市场中的研究已经有一段时间了，但是更为一般的多重分形过程被看作资产价格的产生机制只是近几年的事情。自从 Vassilicos、Demos 和 Tata (1993)，S. Ghoshal 等 (1996) 发现多重分形行为轨迹之后，该主题逐渐受到研究者的关注。国外已有不少学者对金融市场的多重分形特性进行了研究。近期的研究工作表明，S&P 500 指数明显存在多重分形特征所预示的非线性标度指数。Andreadis 等对道·琼斯工业指数 1928—2000 年的日收盘指数，运用统计学及系统动力学理论中的一些检验方法进行计算，提供了美国股票市场具有多重分形结构的有力证据；Alvarez-Ramirez 等讨论了国际原油价格的多重分形特性，发现存在与星期和季度有关的两个特征时间标度；Schitt 等考察了 US Dollar/French Franc 汇率改变量的 q 阶矩结构函数，非线性的标度指数表明该汇率变化是一个多重分形过程。另外有贡献的还包括 Schmitt、Schertzer 和 Lovejoy (1999) 以及 Vandewalle 和 Ausloos (1998a, 1998b)，他们集中于为证实各种金融时间序列具有多重分形特征而进行的统计分析，而 Mandelbrot、Fisher 和

Calvet (1997) 通过提出一个复合随机过程作为描述股票收益和汇率变化的产生机制, 在这些市场中, 一个多重分形级联在时间转换中扮演重要的角色。这些文献所传达的信息并不模棱两可, 均表明了所研究的数据都表现出多重分形过程的特征。然而, 这些作者所使用的方法与在经济学中用于估计和评价时间序列的普通方法是截然不同的。尽管通过模拟的多重分形过程与实证数据的比较 (Fisher、Calvet 和 Mandelbrot, 1997; Mandelbrot, 1999) 表明它们事实上能够在很大程度上复制金融收益的实际特性, 但是在这些论文中并没有对拟合的效果进行评价。对多重分形与其他模型 (比如, GARCH 模型) 的效果进行比较受到这样的阻碍: 多重分形过程产生时间序列的算法是一个复合过程, 而不是递推机制。不管怎样, 为了对这个新模型的比较强的解释能力有个印象, 对它们进行拟合评价的一些努力看似必要。Thomas Lux (1999) 对多重分形模型进行了实证评价, 认为多重分形模型的预测表现比传统的时间序列模型表现更好。

1.2.2 国内文献综述

近几年来, 国内一些研究者也开始对股票市场的分形结构展开研究。现做一简要回顾:

徐龙炳、陆蓉 (1999) 使用 1990 年 12 月 19 日至 1998 年 10 月 5 日的上证综合指数 (下称上证指数) 日收盘指数和 1991 年 4 月 3 日至 1998 年 9 月 24 日的深证成分指数 (下称深证成指) 日收盘指数进行经典 R/S 分析, 得到两市的 H 指数分别为 0.661 和 0.643, 而且上证指数有一个 195 天的平均循环长度, 深证成指则没有检验到该记忆期;

史永东 (2000) 使用 1990 年 12 月 19 至 1999 年 3 月 26 日的上证指数周数据进行了经典 R/S 分析, 得到 H 指数为 0.697, 平均循环长度为 20 周;