

中等职业学校文化基础课程教学用书

数学

(文科、财经及服务类专业分册) ▶ SHUXUE

学生助学手册

陈继泽 主编



$$y = \tan(x), x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

✶ 语文出版社

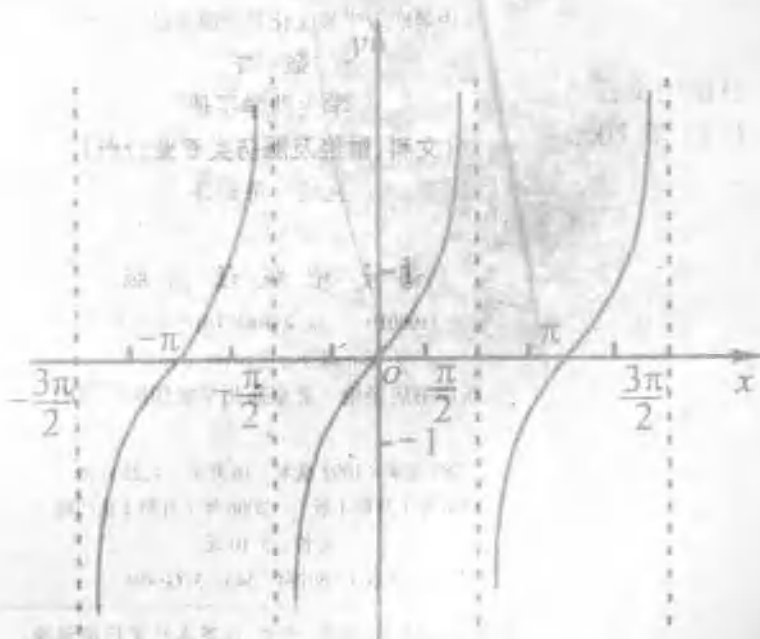
中等职业学校文化基础课程教学用书

数学

(文科、财经及服务类专业分册) ▶ SHUXUE

学生助学手册

陈继泽 主编



$$y = \tan x, x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

语文出版社

中等职业学校文化基础课程教学用书

数 学

学生助学手册

(文科、财经及服务类专业分册)

主编 陈继泽

*

语文出版社出版

100010 北京朝阳门南小街51号

E-mail: ywp@ywchs.com

新华书店经销 北京通州皇家印刷厂印刷

*

787毫米×1092毫米 16开本 4.25印张

2006年1月第1版 2006年1月第1次印刷

定价: 5.10元

ISBN 7-80184-546-3/G·494

本书如有缺页、倒页、脱页,请寄本社发行部调换。

使用说明

本册《学生助学手册》是与“教育部职业教育司与成人教育司推荐教材”《数学（文科、财经及服务类专业分册）》配套的学生用书。目的是使学生通过对所学知识的复习，达到对知识的理解与升华，提高分析问题、解决问题的能力，使学生的学习效果落到实处。

本册助学手册各章编排顺序与教材一致，每个练习以一课时内容为基础，均设置了复习思考与巩固练习两部分内容。其中复习思考针对本课的知识点进行再一次的复习与疏理，帮助学生记住重点的定义、定理及公式。巩固练习则是针对知识点进行巩固训练，通过练习使学生对所学基础知识能够熟练运用。

参加本册编写的有北京市现代职业学校张秋立，浙江省温州市教育教学研究院陈继泽，黑龙江省教育学院高广志，浙江省温州职业中专学校徐承潮、黄伟伟，浙江省乐清市教育局教研室沈宗玖，浙江省乐清职业中专学校曹学清等。

本册主编是陈继泽。责任编辑是张程。

由于编写时间仓促和编写水平有限，对书中不妥之处，欢迎从事职业教育的教师、专家和读者批评指正。

语文出版社

2005年12月

目 录

第七章	三角函数的图像与性质	(1)
第八章	二次曲线	(8)
第九章	数列	(16)
第十章	排列与组合	(25)
第十一章	概率初步	(33)
第十二章	统计初步	(52)

第七章 三角函数的图像与性质

练习 7.1 正弦函数的图像与性质 (1)

一、复习思考

1. 描点法画图像的步骤:

(1) 列表; (2) 描点; (3) 画图.

2. 直角坐标系:

用描点法作 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图像时, 在直角坐标系中要求横轴和纵轴所取单位长度要相等, 而这又难以做到, 为此, 把横轴上 1 单位长度当做 $\frac{\pi}{3}$ 长度单位. 这样, 尽管画出的图像不够准确, 但由于做图简便, 在实际中常被采用.

3. 五个关键点:

确定正弦函数 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图像的五个关键点是: $(0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 1\right), (\pi, 0), \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right), (2\pi, 0)$.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 描点法画图像的三个步骤是: ① _____, ② _____, ③ _____;

(2) 确定函数 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图像的五个关键点的坐标是: ① _____, ② _____, ③ _____, ④ _____, ⑤ _____;

(3) 正弦函数 $y = \sin x, x \in \mathbf{R}$ 的图像又叫做 _____;

(4) 利用计算器计算: (精确到小数点后两位) ① $\sin \frac{\pi}{3} =$ _____; ② $\sin \frac{2\pi}{3} =$ _____; ③ $\sin \frac{4\pi}{3} =$ _____; ④ $\sin \frac{5\pi}{3} =$ _____.

2. 用五点法画出下列函数的简图:

(1) $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$;

解: ①列表:

②描点:

③画图.

(2) $y = 1 + \sin x, x \in [0, 2\pi]$;

解: ①列表:

②描点:

③画图.

(3) 将 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 与 $y = -\sin x, x \in [0, 2\pi]$ 画在同一个坐标系中.

练习 7.1 正弦函数的图像与性质 (2)

一、复习思考

学会结合正弦函数 $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的图像认识它的性质, 并记忆它的性质:

(1) 定义域是 $x \in \mathbf{R}$. 反映在图像上是它向左右两边无限延伸.

(2) 值域是 $y \in [-1, 1]$. 反映在图像上是它的最高点纵坐标是 1, 最低点纵坐标是 -1.

(3) 周期 $T = 2\pi$. 反映在图像上是每隔 2π , 图像重复出现.

(4) 奇偶性, $y = \sin x$ 是奇函数. 反映在图像上是它关于原点中心对称.

(5) 单调性. $y = \sin x$ 在每个闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$, $k \in \mathbf{Z}$ 单调递增. 反映在图像上, 在这些区间内, 它从左向右越来越高; 在每个闭区间 $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$, $k \in \mathbf{Z}$ 单调递减. 反映在图像上, 在这些区间内, 它从左向右越来越低.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 正弦函数 $y = \sin x$ 的定义域是_____, 值域是_____, 周期是_____;

(2) $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的最大值是_____, 最小值是_____;

(3) $y = \sin x$ 在闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 单调递_____, 在闭区间 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ 单调递_____;

(4) $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的图像关于_____中心对称.

2. 选择题:

(1) 下列等式中, 不成立的是();

A. $2\sin x - 1 = 0$ B. $2\sin x + 1 = 0$

C. $\frac{1}{3}\sin x - 1 = 0$ D. $\sin x - \frac{1}{3} = 0$

(2) 下列函数中是奇函数的是().

A. $y = 7 + \sin x$ B. $y = 2\sin x$

C. $y = \sin^2 x$ D. $y = x\sin x$

3. 利用正弦函数的单调性比较两个正弦值的大小:

(1) $\sin \frac{7\pi}{6}$ 与 $\sin \frac{5\pi}{6}$;

(2) $\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$ 与 $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$;

(3) $\sin 100^\circ$ 与 $\sin 250^\circ$;

(4) $\sin(-100^\circ)$ 与 $\sin(-250^\circ)$.

练习 7.1 正弦函数的图像与性质 (3)

一、复习思考

1. 正弦型函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$, ($A > 0, \omega > 0$) 中的 A 决定其值域, 即 $y \in [-A, A]$. 而 ω 和 φ 对值域没有任何影响.

2. 求正弦函数的最大值与最小值, 就是求其值域的两个端值. 即 y 的最大值为 A , 最小值为 $-A$.

3. 正弦型函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$, ($A > 0, \omega > 0$) 中的 ω 决定其周期, 即 $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

而 A 和 φ 对周期没有任何影响.

4. 正弦型函数的图像通常用五点法来做. 这里的关键是需要先确定其周期, 然后再列表, 描点, 画图.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$, ($A > 0, \omega > 0$) 的定义域是 _____, 值域是 _____, 周期是 _____;

(2) 函数 $y = 4\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的定义域是 _____, 值域是 _____, 周期是 _____.

2. 下列函数中, 周期是 3π 的是().

A. $y = 3\sin(x + 3\pi)$

B. $y = 3\sin(x - 3\pi)$

C. $y = 3\sin\left(\frac{2}{3}x + 3\pi\right)$

D. $y = 3\sin(3x + 3\pi)$

3. 求下列函数的值域:

(1) $y = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$;

(2) $y = \frac{1}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right)$.

4. 求下列函数的最大值:

(1) $y = 3 + 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$;

(2) $y = 3 - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

5. 求下列函数的周期:

(1) $y = \frac{1}{2}\sin 4x$;

(2) $y = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

6. 用五点法画函数 $y = \sin 4x$ 一个周期的简图.

(1) 列表:

(2) 描点:

(3) 画图.

练习 7.2 余弦函数的图像与性质 (1)

一、复习思考

1. 函数 $y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 与 $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图像有下列不同点:

(1) 关键点不同:

$y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 图像的关键点是:

$(0, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 1)$, $(\pi, 0)$, $(\frac{3\pi}{2}, -1)$, $(2\pi, 0)$;

$y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 图像的关键点是:

$(0, 1)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$, $(\pi, -1)$, $(\frac{3\pi}{2}, 0)$, $(2\pi, 1)$.

(2) 图像形状不同:

$y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图像呈横向反 S 形, 先上凸, 再下凹, 起点在 $(0, 0)$ 点;

$y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图像呈碗状, 两边高, 中间低, 起点在 $(0, 1)$ 点.

2. $y = \cos x$, $x \in \mathbf{R}$ 与 $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的图像分别叫做余弦曲线与正弦曲线, 它们的形状相同, 而仅仅是在坐标系中的位置不同.

(2) 描点:

$y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的五个关键点是:

$y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的五个关键点是:

(3) 画图.

2. 将 $y = -\cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 与 $y = 1 - \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图像画在同一个坐标系中.

二、巩固练习

1. 在同一个坐标系中, 画出 $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 与 $y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的简图.

(1) 列表:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$					
$\cos x$					

练习 7.2 余弦函数的图像与性质 (2)

一、复习思考

1. 函数 $y = \cos x$ 的性质与 $y = \sin x$ 的性质的相同点与不同点.

(1) 相同点:

①定义域: $x \in \mathbf{R}$;

②值域: $[-1, 1]$;

③周期: $T = 2\pi$.

(2) 不同点:

①奇偶性: $y = \cos x$ 是偶函数, 而 $y = \sin x$ 是奇函数;

②单调性: $y = \cos x$ 在 $[-\pi + 2k\pi, 0]$ 是单调递增, 在 $[0, \pi + 2k\pi]$ 是单调递减.

而 $y = \sin x$ 在 $[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi]$ 是单

调递增, 在 $[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi]$ 是单调递

减, 其中 $k \in \mathbf{Z}$.

2. 仿照正弦型函数了解余弦型函数.

(1) 形如 $y = A\cos(\omega x + \varphi)$ 的函数叫做余弦型函数;

(2) 当 $A > 0$ 时, 其值域为 $[-A, A]$;

(3) 当 $\omega > 0$ 时, 其周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 函数 $y = \cos x$ 的定义域是_____, 值域是_____, 周期_____;

(2) 函数 $y = \cos 2x$ 的值域是_____, 周期是_____;

(3) 函数 $y = 3\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值域是_____, 周期是_____;

(4) 函数 $y = 2\cos\left(5x - \frac{\pi}{7}\right)$ 的最大值是_____, 最小值是_____.

2. 下列函数中是奇函数的是 ().

- A. $y = x\cos x$ B. $y = 1 + \cos x$
C. $y = x + \cos x$ D. $y = \cos x + \sin x$

3. 求下列函数的值域与周期:

(1) $y = \frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$;

(2) $y = 2\cos\left(\frac{2}{3}x + \frac{\pi}{6}\right)$.

4. 利用余弦函数的单调性比较两个余弦值的大小:

(1) $\cos(-10^\circ)$ 与 $\cos(-20^\circ)$;

(2) $\cos 10^\circ$ 与 $\cos 20^\circ$.

练习 7.3 正切函数的图像与性质

一、复习思考

1. 关于正切函数的图像

(1) 由于正切函数的周期是 π , 因此, 我们在用描点法画 $y = \tan x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 的图像时, 其区间长度为 π . 这一点与正、余弦函数不同.

(2) 由于正切函数的定义域是 $\{x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, 因此, 函数 $y = \tan x$ 在 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ 处没有意义, 体现在图像上, 即它在无数条直线 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ 上没有点. 因此正切曲线是一条不连续的曲线, 它被无数条平行直线 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ 分隔成无穷多支曲线, 这就决定了它在形状上与正弦曲线、余弦曲线有较大区别.

2. 关于正切函数的性质

(1) 奇偶性: $y = \tan x$ 是奇函数, 反映在图像上是它关于原点中心对称.

(2) 单调性: $y = \tan x$ 在每个开区间 $\left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right), k \in \mathbf{Z}$ 内单调递增. 反映在图像上, 在这些区间内, 从左向右越来越高. 这里需要注意的是, 虽然它在每个区间内都是增函数, 却不能说正切函数是增函数, 因为它不单调.

二、巩固练习

1. 填空题:

- (1) $y = \tan x$ 的定义域是 _____, 值域是 _____, 周期是 _____;
(2) $y = \tan 2x$ 的定义域是 _____;
(3) $y = \tan 2x$ 的单调增区间是 _____.

2. 下列函数中的偶函数是 ().

- A. $y = \sin x + \tan x$
B. $y = \cos x + \tan x$
C. $y = \sin x \cdot \tan x$
D. $y = \cos x \cdot \tan x$

3. 求下列函数的定义域:

(1) $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$;

(2) $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

4. 利用正切函数的单调性比较两个正切值的大小:

(1) $\tan(-15^\circ)$ 与 $\tan(-35^\circ)$;

(2) $\tan \frac{\pi}{5}$ 与 $\tan \frac{2\pi}{5}$.

自测题 七

1. 填空题:

- (1) 函数 $y = \sin x$ 的定义域是_____;
- (2) 函数 $y = \cos x$ 的周期是_____;
- (3) 函数 $y = \tan x$ 是_____函数 (填奇偶);

(4) 函数 $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值域是_____.

2. 选择题:

(1) 函数 $y = \sin x \cdot \cos x$ 是 ();

A. 奇函数 B. 偶函数

C. 非奇非偶函数

D. 既是奇函数又是偶函数

(2) 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上 ();

A. $y = \sin x$ 是增函数, $y = \cos x$ 也是增函数

B. $y = \sin x$ 是减函数, $y = \cos x$ 也是减函数

C. $y = \sin x$ 是增函数, $y = \cos x$ 是减函数

D. $y = \sin x$ 是减函数, $y = \cos x$ 是增函数

(3) 下列函数中周期 $T = \pi$ 的共有 ();

① $y = \sin 2x$; ② $y = \cos \frac{1}{2}x$; ③ $y = \tan x$;

④ $y = 2\sin x$; ⑤ $y = \cos x$; ⑥ $y = \frac{1}{2}\cos 2x$

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

(4) 若 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \frac{3\pi}{2}$, 则下列不等式一定成立的是 ().

A. $\sin \alpha > \sin \beta$ B. $\sin \alpha < \sin \beta$

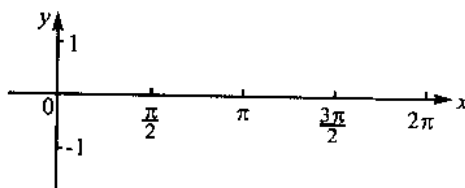
C. $\cos \alpha > \cos \beta$ D. $\cos \alpha < \cos \beta$

3. 用五点法画 $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的简图.

(1) 列表:

(2) 描点:

(3) 画图:



4. 利用函数的单调性比较大小:

(1) $\sin \frac{2\pi}{7}$ 与 $\sin \frac{3\pi}{7}$;

(2) $\cos \frac{2\pi}{7}$ 与 $\cos \frac{3\pi}{7}$.

5. 求下列函数的定义域:

(1) $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$;

(2) $y = \tan\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$.

第八章 二次曲线

练习 8.1 椭圆的标准方程和性质 (1)

一、复习思考

1. 椭圆的定义: 平面内到两个定点的距离之和等于常数的点的轨迹是椭圆, 定点是焦点, 两焦点的距离是焦距.

2. 椭圆的标准方程:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 或 } \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

($a > b > 0$).

3. 一条关系式: $a^2 = b^2 + c^2$.

(2) 已知 $a + b = 12$, $a - b = 6$, 求 c .

3. 求适合下列条件的椭圆的标准方程:

(1) $a = 4$, $c = \sqrt{10}$, 焦点在 x 轴上;

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 在椭圆 $\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{3} = 1$ 中, $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____, 焦点坐标是 _____, 焦距是 _____;

(2) 在椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7} = 1$ 中, $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____, 焦点坐标是 _____, 焦距是 _____, 椭圆上任意一点到两焦点的距离之和是 _____;

(3) 在椭圆 $2x^2 + 3y^2 = 6$ 中, $a =$ _____, $b =$ _____, 焦点在 _____ 轴上.

2. 在椭圆中, 计算:

(1) 已知 $a = 7$, $b = 5$, 求 c ;

(2) 焦点在 y 轴上, $b = 3$, 且过点 $M(-2, -\sqrt{3})$;

(3) 椭圆上任意一点到两个焦点的距离之和是 10, 焦距是 6.

练习 8.1 椭圆的标准方程和性质 (2)

一、复习思考

1. 椭圆关于 x 轴、 y 轴成轴对称, 关于坐标原点成中心对称.

2. 椭圆有 4 个顶点, 分别是椭圆与 x 轴、 y 轴的交点.

3. 椭圆的离心率 $e = \frac{c}{a}$ ($0 < e < 1$).

4. 椭圆的长轴长 $2a$, 短轴长 $2b$.

2. 求椭圆 $8x^2 + 9y^2 = 72$ 的长轴长, 短轴长, 焦点坐标, 顶点坐标和离心率.

3. 求适合下列条件的椭圆的标准方程:

(1) 焦点在 x 轴上, $a=6$, $e=\frac{2}{3}$;

二、巩固练习

1. 选择题:

(1) 椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), $c=2$, 且 $(0, 2)$ 在椭圆上, 则此椭圆的方程为 ();

A. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{8} = 1$

C. $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

(2) 已知椭圆的方程是 $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{11} = 1$, 那么它的长轴长是 ();

A. $2\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{5}$
C. $\sqrt{31}$ D. $2\sqrt{31}$

(3) 椭圆的长轴是短轴的 2 倍, 则椭圆的离心率是 ().

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) 过点 $P(-\sqrt{10}, -2)$ 且与椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 有相同焦点;

(3) $a+c=16$, $e=0.6$;

(4) 长轴长是短轴长的 3 倍, 椭圆经过点 $P(6, 0)$.

练习 8.1 椭圆的标准方程和性质 (3)

一、复习思考

1. 根据已知条件求椭圆的标准方程可用待定系数法, 解题时要注意判断焦点在哪条坐标轴上, 如果题设中没有明确, 那么两种情况都应考虑.

2. 用方程思想可以求曲线的相交问题, 交点弦的有关问题, 解题时要灵活处理, 讲求运算技巧.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ 的短轴的一个端点为 A , 焦点为 F_1, F_2 , 则 $\triangle AF_1F_2$ 的周长是 _____;

(2) 已知一椭圆的左焦点 F_1 与短轴 B_1B_2 的两端点连线互相垂直, 则椭圆的离心率 $e =$ _____;

(3) 若椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 与 x 轴、 y 轴的正半轴分别交于 A, B , 左焦点为 F , 则 $\triangle ABF$ 的面积是 _____.

2. 求下列各题:

(1) 从椭圆的焦点看它的短轴端点所成的视角为 60° , 求离心率 e ;

(2) 若椭圆的焦距等于长轴与短轴顶点间的距离, 求离心率 e ;

(3) 若从椭圆短轴的端点看两焦点所成的视角为直角, 求离心率 e .

3. 设椭圆 $3x^2 + 4y^2 - 12 = 0$ 的两个焦点分别是 F_1, F_2 , 过点 F_1 作倾斜角为 45° 的直线交椭圆于 A, B 两点, 求弦 AB 的长.

练习 8.2 双曲线的标准方程和性质 (1)

一、复习思考

1. 双曲线的定义: 平面内到两定点的距离的差的绝对值等于常数的点的轨迹是双曲线, 定点是焦点, 两焦点的距离是焦距.

2. 双曲线的标准方程:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 或 } \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0).$$

3. 一条关系式: $a^2 + b^2 = c^2$.

4. 等轴双曲线方程: $x^2 - y^2 = \lambda (\lambda \neq 0)$.

3. 求适合下列条件的双曲线的标准方程:

(1) 焦距是 10, 且双曲线上一点到两焦点的距离之差的绝对值是 8;

(2) $a=3$, 且经过点 $P(6, \sqrt{3})$;

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 在双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 中, $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____, 焦点坐标是 _____, 焦距是 _____;

(2) 在双曲线 $15y^2 - x^2 = 15$ 中, $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____, 焦点坐标是 _____, 焦距是 _____, 双曲线上任意一点到两焦点距离之差的绝对值是 _____.

2. 在双曲线中, 计算:

(1) 已知 $a=7$, $c=15$, 求 b ;

(2) 已知 $a+c=9$, $c-a=3$, 求 b .

(3) 与椭圆 $x^2 + 4y^2 = 64$ 有相同的焦点, 且一条渐近线是 $x + \sqrt{3}y = 0$.

练习 8.2 双曲线的标准方程和性质 (2)

一、复习思考

1. 双曲线关于 x 轴、 y 轴和原点都是对称的.

2. 双曲线有两个顶点, 两顶点间线段叫双曲线的实轴, 实轴长为 $2a$; 虚轴长为 $2b$.

3. 双曲线的离心率 $e = \frac{c}{a} (e > 1)$.

4. 双曲线的渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$
(或 $y = \pm \frac{a}{b}x$).

2. 求双曲线 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{8} = 1$ 与圆 $(x+1)^2 +$

$y^2 = 3$ 的交点个数.

3. 求一个焦点坐标是 $(-10, 0)$, 一条渐近线方程是 $3x + 4y = 0$ 的双曲线方程.

二、巩固练习

1. 选择题:

(1) 下列双曲线中, $e = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 的是 ();

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$

C. $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$

(2) 将双曲线 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 的实轴变虚轴, 虚轴变实轴, 所得双曲线方程是 ();

A. $-\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ B. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$

C. $-x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

(3) 顶点间距离是 2, 渐近线方程为 $y = \pm x$ 的双曲线的标准方程是 ().

A. $x^2 - y^2 = 1$

B. $x^2 - y^2 = 2$

C. $x^2 - y^2 = \pm 1$

D. $x^2 - y^2 = \pm 2$

4. 求以椭圆 $9x^2 + 5y^2 = 45$ 的焦点为顶点, 以椭圆的顶点为焦点的双曲线的标准方程.

5. 在双曲线中, 如果 a 、 b 、 c 满足 $2b = a + c$, 求离心率 e 的值.