二期课改数学新教材

新知教育

试题与研究

高考数学（2012年版）

李道洲 主编

□指点迷津——权威人士剖析高考数学典型试题

□夯实基础——资深教师精选数学经典双基题型

□提升能力——专家学者论述数学学业水平测试

□实战演练——名师高手精编高考数学模拟试卷

上海远东出版社

新知教育

试题与研究

高考数学

（2012年版）

策划　中学生学习报社

顾问　顾鸿达　邹一心　李大元

主编　李道洲

上海远东出版社

图书在版编目(CIP)数据

试题与研究/李道洲主编.—上海：上海远东出版社,2012

ISBN 978-7-5476-0482-3

Ⅰ.①试… Ⅱ.①李… Ⅲ.①中学数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第253518号

策　　划：中学生学习报社
责任编辑：王　皑
封面设计：李　廉

新知教育　试题与研究　高考数学　(2012年版)

主编：李道洲

出版：上海世纪出版股份有限公司远东出版社
地址：中国上海市仙霞路357号
邮编：200336
网址：www.ydbook.com
发行：新华书店上海发行所　上海远东出版社
制版：南京前锦排版服务有限公司

印刷：上海望新印刷厂
装订：上海望新印刷厂
版次：2012年1月第1版
印次：2012年1月第1次印刷
开本：787×1092　1/16
字数：563千字
印张：22
印数：1—15000

ISBN 978-7-5476-0482-3/G·342　定价：35.00元

零售、邮购电话：021-62347733-8555

序　言

复习是学习的有机组成部分，也是学生将书本“由厚变薄”系统地掌握课本知识的一个必经过程。数学复习少不了解题训练。解题训练能促进学生对数学知识的融会贯通，提高其分析问题、解决问题的能力，增强其自主探究的能力，以期达到使之具备创新精神的目标。

《试题与研究》(高考数学)将有助于高三学生大幅提高解题训练的效果。学生通过训练既巩固了基础知识，又提升了解题能力。

《试题与研究》(高考数学) 的内容包括：“试题点评与赏析”、“双基复习与分类”、“真题集锦与分类”、“高中数学学业水平检测卷”、“最新上海高考数学模拟卷”等。这些版块的设置为学生的解题训练提供了层层递进的空间。

《试题与研究》(高考数学) 能反映 2012 年高中数学学业水平的测试的要求与上海高考数学卷的最新考纲要求。

《试题与研究》(高考数学)的题目或选自我国各省市近些年(主要是今年)的高考试题，或出自资深高中数学教师之手，角度新颖且引人思考，为学生的自主性探究提供了充足的材料。

《试题与研究》(高考数学)的编写教师群体，学识深厚、经验丰富，贴近高考，这些都确保了本书的高质量。

《试题与研究》(高考数学)的编写形式便于学生自学，方向切合能力立意的高考要求。

愿《试题与研究》(高考数学)的出版为高三学生的高考数学复习雪中送炭。

李大元

2011 年 10 月

目　录

第一部分　试题点评与赏析

第二部分　双基复习与分类

第三部分　真题集锦与分类

第四部分　高中数学学业水平检测卷(10 套)

第五部分　最新上海高考数学模拟卷(10 套)

第一部分　试题点评与赏析

立足教材　提高能力
——2011年上海市高考数学试题评析

●上海市闵行区教育学院　杨家政

中学数学教材是经过政府专业机构审定通行的学习蓝本，是经过长期实践经验积累而形成的教学材料. 怎样发挥好教材的作用，正确理解“不是教教材，而是用教材教”的观点仍然是目前值得重视和研究的课题. 本着有利于推进素质教育、有利于高校选拔新生的指导思想，2011年上海秋季高考数学试卷立足于试卷的科学性和严谨性，重视对中学数学的基础知识和基本技能的考查，重视通性通法，关注对数学的深入理解、数学思想方法和研究性学习能力的考查. 在如何重视教材打好基础、灵活运用提高能力等方面对中学数学教学有着积极的引导作用，给我们以很多的启示.

一、用好教材，弄懂教材，牢固掌握数学的基础

试卷大部分试题是立足于基础知识和基本技能，直接来源于教材或改编于教材.如理科第1、2、3、4、5、6、7、8、9、12、15、16、19等题，文科第1、2、3、4、5、6、8、9、10、13、15、16、17、19、20等题，都是和课本中的练习题相类似或者是将课本中练习题稍加改编而得到，以常见背景、简单问题、常规方法呈现，贴近大部分学生认知的实际情况. 在考查基本运算能力的同时注意考查基本的数学概念和数学定义的掌握.

如理科卷第3题题目是：设 m 是常数，若点 $F(0,5)$ 是双曲线 $\frac{y^2}{m}-\frac{x^2}{9}=1$ 的一个焦点，则 $m=$__________. 而高中二年级第二学期课本P57练习12.5第2题是：如果双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{n}=1$ 的焦点在 x 轴上，且焦距为10，那么实数 n 的值为________.

理科卷第5题：在极坐标系中，直线 $\rho(2\cos\theta+\sin\theta)=2$ 与直线 $\rho\cos\theta=1$ 的夹角大小为________（结果用反三角函数值表示）.而高中三年级理科拓展练习部分P12复习题第2(2)题：直线 l_1:$\rho\cos(\theta-\alpha)=a$ 和直线 l_2:$\rho\cos(\theta-\alpha)=a$ 的位置关系是________.考题与课本上练习题相比较如出一辙. 第9题是直接从高三年级拓展Ⅱ理科课本P75表6改编而来.

再如理科卷第12题：随机抽取的9个同学中，至少有2个同学在同一月份出生的概率为________（默认每个月的天数相同，结果精确到0.001）.

这几乎是课本上的原题，只不过是将随机抽取的同学数目由10个改为9个而已.正确答案是0.985，但有不少的考生答案离奇，如：0.480、0.005、0.001等等，不一而足，甚至还有答1.000、29.545的，一个随机事件的概率怎会大于1呢？这充分说明了考生完全不

清楚随机事件概率的概念，课本上的例题没很好理解和掌握. 占三分之一多的考题基本上都是来源于课本上的例习题，因此，2011年高考题启示我们要用好教材，弄懂教材，引导学生通过认真学习教材内容，有效落实基础知识和基本方法的理解与掌握. 重视对“本”的理解、领悟，重视中学数学教学的规范性，矫正由应试而产生的教学内容上的随意性，所以要加强重视对教材和课程标准的深入分析和研究.

特别重视用集合语言表达数学问题、解决数学问题，体现了高考的考查目标——考生对“纲”和“本”的领悟与把握，旨在引导师生同时努力与高等数学紧密联系，用现代数学集合语言表达数学问题.

二、注重理解数学概念的内涵，把握住数学的实质

数学概念是数学的灵魂，是人们数学思维和研究数学关系的基本单位. 如果对数学概念理解肤浅，内在逻辑把握混淆，那是学不好数学的.只有准确而又深入地理解概念，把握数学概念的内涵和本质，找到知识内在的联系，才能有效地分析问题并解决问题.

如理科卷第13题：

设$g(x)$是定义在$\mathbf{R}$上、以1为周期的函数.若函数$f(x)=x+g(x)$在区间$[3,4]$上的值域为$[-2,5]$，则$f(x)$在区间$[-10,10]$上的值域为__________.

此题主要是考查函数的基本性质以及分析、运用、解决问题的能力.因为$g(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的以1为周期的函数，周期函数在其一个周期上是取遍整个函数的值域，区间$[3,4]$的长度恰为1，$f(x)=x+g(x)$在区间$[3,4]$上的值域为$[-2,5]$，亦即函数$f(x)$在区间$[3,4]$上的最小值为-2，最大值为5.不妨设x_1、$x_2\in[3,4]$，且$f(x_1)=-2$，$f(x_2)=5$，即$x_1+g(x_1)=-2$，$x_2+g(x_2)=5$，$f(x)$在区间$[-10,10]$上的最小值一定是在$[-10,-9]$上取到，最大值一定是在$[9,10]$上取到，亦即在$-10+x_1-3$处取到最小值，在$9+x_2-3$处取到最大值，且最小值为$f(-10+x_1-3)=-10+x_1-3+g(-10+x_1-3)=-13+x_1+g(x_1)=-15$，最大值为$f(9+x_2-3)=9+x_2-3+g(9+x_2-3)=6+x_2+g(x_2)=11$，所以当$-10\leqslant x\leqslant 10$时，$-15\leqslant f(x)\leqslant 11$，故所求的值域为$[-15,11]$.

值得一提的是，有考生误认为函数$g(x)$在区间$[3,4]$上也是单调递增的，由$f(x)=x+g(x)$在区间$[3,4]$上的值域为$[-2,5]$，得到的值域为$[-5,1]$，这样$f(x)=x+g(x)$在区间$[-10,10]$上的值域就是$[-15,11]$.错误的想法得到了正确的结论.事实上，由于$g(x)$是周期为1的周期函数，所以函数$g(x)$在一个周期的闭区间上是单调递增的这一假设是错误的，与函数的周期性矛盾，是概念混淆.

又如理科卷第14题：

已知点$O(0,0)$、$Q_0(0,1)$和点$R_0(3,1)$，记Q_0R_0的中点为P_1. 取Q_0P_1和P_1R_0中的一条，记其端点为Q_1、R_1，使之满足$(|OQ_1|-2)(|OR_1|-2)<0$；记Q_1R_1的中点为P_2，取Q_1P_2和P_2R_1中的一条，记其端点为Q_2、R_2，使之满足$(|OQ_2|-2)(|OR_2|-2)<0$.依次下去，得到$P_1,P_2,\cdots,P_n,\cdots$，则$\lim\limits_{x\to\infty}|Q_0P_n|=$______.

本题考查“二分法”和逼近、极限思想、数形结合思想以及分析问题、解决问题的能力.

在线段Q_0R_0上不断地二等分取中点，得$|Q_0R_0|=3$，$|Q_1R_1|=\dfrac{3}{2}$，$|Q_2R_2|=\dfrac{3}{2^2}$，…，$|Q_nR_n|=\dfrac{3}{2^n}$，中点与端点形成的新的线段长度不断地缩小，$\lim\limits_{x\to\infty}|Q_nP_n|=0$，并且新线段两端点到原点距离是一个大于2，一个小于2，

这件事情可以无限做下去，所以只要在线段 Q_0R_0 上找到一点 P，使 $|OP|=2$ 即可，设点 P 在 x 轴上投影为 R，

$\because\ |PR|=1,|OP|=2,$

$\therefore\ |OR|=\sqrt{3}$，即 $\lim\limits_{x\to\infty}|Q_0P_n|=\sqrt{3}$.

有不少考生缺乏对问题的深入分析和理解，转化、化归的能力不强，不能挖掘出不等式 $(|OQ_1|-2)(|OR_1|-2)<0$ 的几何意义，更缺乏透过现象看本质的本领，不能将二分法的操作转化为无限逼近的数学极限思想方法解决数学问题.

以上两题在很大程度上，是需要通过数学直觉才能辨别各种关系，突破难点，达到解决问题的目的.考查了数学直觉能力，其数学内涵较为深刻. 所以在教学中要高度重视内涵深刻的数学问题，研究其解决方法的思维特征，通过变式、转化等多种方法引导学生观察分析、广泛联系，形成基本数学经验，以培养数学直觉能力.

三、善于分析和转化，以培养数学能力

上海市高考数学试题一贯坚持数学能力与一般能力相结合的考查风格，注重能力立意，在大力提倡自主创新的时代背景下，倡导高中学生研究性学习显得尤为重要，关键是要学会学习，学会研究问题，善于分析和转化，善于在知识之间及时建立联系，并能将复杂问题转化为简单问题，将空间问题转化为平面问题，将抽象问题转化为具体问题，等等.

如理科卷第 23 题：

已知平面上的线段 l 及点 P. 任取 l 上一点 Q，线段 PQ 长度的最小值称为点 P 到线段 l 的距离，记作 $d(P,l)$.

(1) 求点 $P(1,1)$ 到线段 $l:x-y-3=0(3\leqslant x\leqslant 5)$ 的距离 $d(P,l)$；

(2) 设 l 是长为 2 的线段，求点的集合 $D=\{P|d(P,l)\leqslant 1\}$ 所表示的图形面积；

(3) 写出到两条线段 l_1、l_2 距离相等的点的集合 $\Omega=\{P|d(P,l_1)=d(P,l_2)\}$，其中 $l_1=AB$、$l_2=CD$，A、B、C、D 是下列三组点中的一组.

对于下列三种情形，只需选做一种，满分分别是①2 分，②6 分，③8 分；若选择了多于一种的情形，则按照序号较小的解答计分.

①$A(1,3)$，$B(1,0)$，$C(-1,3)$，$D(-1,0)$

②$A(1,3)$，$B(1,0)$，$C(-1,3)$，$D(-1,-2)$

③$A(0,1)$，$B(0,0)$，$C(0,0)$，$D(2,0)$

本题考查坐标平面上的点与线段之间的位置关系和度量关系，用代数的方法研究几何问题的能力. 考查考生学习新的数学知识及其运用能力，分析、判断、辨析、选择和取舍的能力，属开放性、分层评价性问题.

解：(1) 设 $Q(x,x-3)$ 是线段 $l:x-y-3=0$ $(3\leqslant x\leqslant 5)$ 上一点，则

$$|PQ|=\sqrt{(x-1)^2+(x-4)^2}$$

$$=\sqrt{2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{2}}\ (3\leqslant x\leqslant 5)$$

当 $x=3$ 时，

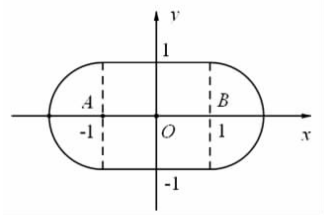
$d(P,l)=|PQ|_{\min}=\sqrt{5}$.

(2) 设线段 l 的端点分别为 A，B 以直线 AB 为 x 轴，AB 的中点为原点建立直角坐标系，则 $A(-1,0)$，$B(1,0)$ 点集 D 由如下曲线围成

$l_1:y=1(|x|\leqslant 1)$，$l_2:y=-1(|x|\leqslant 1)$

$C_1:(x+1)^2+y^2=1(x\leqslant -1)$，

$C_2:(x-1)^2+y^2=1(x\geqslant 1)$，其面积为 $S=4+\pi$.



(3) ①选择 $A(1,3)$，$B(1,0)$，$C(-1,3)$，$D(-1,0)$，$\Omega=\{(x,y)|x=0\}$

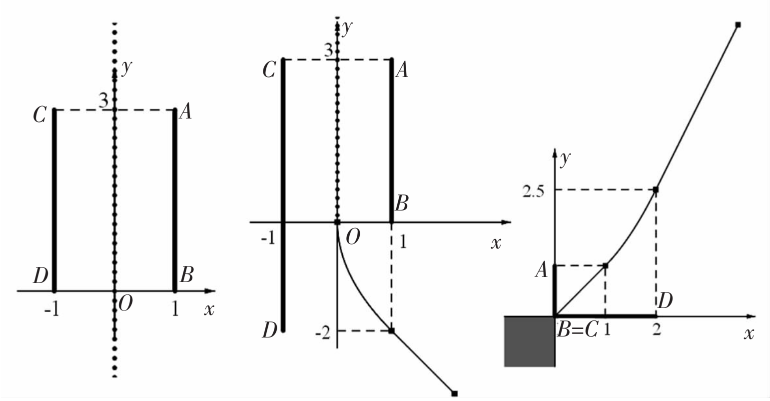
②选择 $A(1,3)$，$B(1,0)$，$C(-1,3)$，$D(-1,-2)$.

$\Omega=\{(x,y)|x=0,y\geqslant0\}\cup\{(x,y)|y^2=4x,-2\leqslant y<0\}\cup\{(x,y)|x+y+1=0,x>1\}$

③选择 $A(0,1)$，$B(0,0)$，$C(0,0)$，$D(2,0)$.

$\Omega=\{(x,y)|x\leqslant0,y\leqslant0\}\cup(x,y)|y=x,0<x\leqslant1\}\cup\{(x,y)|x^2=2y-1,1<x\leqslant2\}\cup\{(x,y)|4x-2y-3=0,x>2\}$.

如图：



尽管在之前的春考试卷中曾考过“平面上点到线段的距离”问题，但对于考生来讲仍是一个新定义的概念，需要考生在考场上临阵思考、学习和运用.真正考查了学生对数学问题的理解和分析能力，还说明了一种价值取向的观念.

高考解答题中的几个小题的设置常常是有内在联系的，后面的问题要么直接用到前面的结论直接解决问题，要么间接地用到前面类似的结论解决问题，要么需用到前面类似的解决问题的思想方法来探究问题，这样的三个层次对思维要求是不断提高递进的，需要考生在平时的复习中加以关注.

从以上对2011年高考上海数学卷中典型试题的简要分析，可以看出对数学思想方法的考查是高考的一个重要考查目标. 特别是数形结合、分类讨论、转化、化归等思想方法.数学思想、数学方法，包括对数学内涵的理解和数学实质的把握是答好整份试卷的基石. 所以在进行基础知识和基本技能训练时，要经常有意识地挖掘隐藏在问题背后的数学思想及其数学本质特征，这样才能真正打好基础，提高数学素养.

顺便提出，2011年高考上海数学卷中涉及到相关集合知识考得较多，如理科卷第2、10、22、23题，分值达44分.集合论是现代数学的基础，集合语言是数学表达的基本形式，是中等数学与高等数学的一个衔接点.另外，不能因为整张试卷对中学数学主干知识——解析几何和数列(包括其常见的主要方法)考得较少，就忽略或者淡化对主干知识的复习；也不能因为理科卷第20题(文科卷第21题)对指数不等式内容着重考查了，就特别加强指、对数不等式解法的训练，实际上，这一题恰恰反映了是指、对数函数单调性的应用，考查了指、对数函数的基本性质.因此，我们的教学还是应该从课程的整体上全面地把握基本内容与教学要求，从基本概念、基本原理出发分析问题、解决问题比较好.

(在本文撰写过程中，得到了顾鸿达先生的大力指导，在此表示衷心感谢！)

从评分要求角度解答上海市高考数学试题需要注意什么

●上海市静安区教育学院　任升录

高考数学评分在多年实践的基础上已经形成了一整套严密的体系，了解这一体系，在高三的学习和习题训练过程中，有意识地贯彻，可以避免在高考中产生不必要的失误和毫无意义地丢失分数，客观公正地从分数显示出考生的实际数学水平（相对于试卷而言）. 对高考答卷过程究竟要注意什么，高三学子很有知道的必要.

一、填空题注重结果的准确性

上海数学高考填空题题多、分高，几乎是决定考试成败的关键.研究表明，每年整卷的得分率与填空题的得分率总是具有很高的相关性. 因此能否在填空题答题上取得高分，是能否顺利通过上海高考的决定性环节.

填空题的特点是只要求直接写出结果，不要求写出过程，以结果对错论分数，而结果的对或错又是以是否符合绝大多数评卷老师（主要是制订评分标准的数学专家）的认可为依据. 这种认可是由基本原则来决定的.

我们来了解填空题评分的原则. 首先确定什么结果算对.这说起来容易做起来难.因为六万份试卷，几十位老师同时评阅，对对错的理解有一定的差异，特别是对非标准写法，出现争议是难免的.

因此原则的第一条是：结果体现本题考查的要点.违反了考查要点和题目要求，就不能给分.例如：2011 年理科第 2 题，结果要求写出集合 A 的补集.如果结果仅写出不等式，不是区间或者集合（大括号形式），即使正确也不能得分，因为不符合题目的要求写出"集".又如：2011 年理科第 5 题，结果要求用反三角函数值表示，正确结果是 $\arccos\frac{2\sqrt{5}}{5}$（或者是 $\arcsin\frac{\sqrt{5}}{5}$、$\arctan\frac{1}{2}$），如果写成 26.565°，则不能得分.还有题目要求"结果写成最简分数"，如：$\frac{1}{17}$，小数或不是最简分数算错；结果没有要求写近似值而出现近似值，或者明确有保留几位小数要求，而没有按照要求去做等情况皆不能得分.

原则的第二条是：结果简洁适当.在正确结果的基础上，画蛇添足，而且所添出的"足"是有问题的，不能得分.如：2011 年文科第 5 题，正确结果为 $x+2y-11=0$，如果增加了变量的范围限制，一般就不正确，例如增加：$x\geqslant3$. 又如 2010 年一道上海考题结果为 $y^2=8x$，但是不正确地增加：$x>0$ 或 $x\in\mathbf{R}$ 等，导致范围出错.

正确结果是几个量之间的等量关系，如果做了繁杂或者目的不明确的变形，虽然仍是正确的，通常也不能得分.如：正确结果是

$ab=\frac{1}{4}$，写成 $4ab=1$ 对，但是如果 a,b 的幂次不是一次或者其他复杂的难辨真假的结论都不能给分. 结果含有运算式子通常也不能给分，如：正确结果是 $6-2i$，交换次序或者提取数字 2 没有问题，但是如果写成：$\frac{2+6i}{i}$ 虽然正确但不能得分.

原则的第三条是：书写要符合基本规范或者约定. 例如：2010 年上海考题算法框图中 $S\leftarrow S+a$，仅出现 $S+a$，意义不明确，不能得分. 试题要求考生写出某种圆锥曲线的标准方程、求某类夹角的余弦值，但是所写结果不符合要求，通常不能得分.

二、选择题注重选项的辨析性

上海自 2009 年采用网上阅卷以来，选择题的答案必须在答题纸的相应编号上涂点，不按规定将代表答案的小方格涂黑，即使选择正确也不能得分.评分原则：选择题必须和标准答案一致，且涂点正确.上海卷选择题的基本特征是：具有四个选项，要求考生根据题干进行判断，选出正确的一项进行涂点.选项常围绕考查目标、根据学生曾出现过的种种错误，或可能出现的错误等情况，按照“没有明显的暗示性”和“有较强的干扰性”两点要求编制而成，因而选择题型能够较好地考查对有关概念、法则、规律、原理的理解和技能的掌握水平. 由于选项之间具有干扰性，学生答题时对最为接近正确的答案要根据题意加强辨析，不要因为一念之差导致能选对的结果写错了.

例如 2011 年上海高考数学文理第 15 题：若 $a,b\in\mathbf{R}$ 且 $ab>0$，则下列不等式中，恒成立的是

A. $a^2+b^2>2ab$

B. $a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$

C. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>\frac{2}{\sqrt{ab}}$

D. $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant 2$

对基本不等式成立的条件进行辨析，从结构上看，A、C 选项不含等号，B、D 选项含有等号，因此首先对等号能否成立进行辨析，发现四个式子都能取得等号，从而排除 A、C 选项；进一步辨析 B、D 选项，这时需要从题设条件来推理，$ab>0$，只能判定两变量同号，不能判定同正，而当 $a<0$ 且 $b<0$ 时，B 选项显然不成立，对于 D 选项，因为 $\frac{b}{a}$、$\frac{a}{b}$ 都大于零，根据基本不等式的性质 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant 2$ 恒成立.

三、解答题注重过程的完整性

解答题的基本特征是：要求考生写出必要的解题步骤，按照表达规范的要求写出解答过程.必要的解题步骤是指：体现定理的推理步骤，体现公式的计算步骤，体现性质的书写步骤，体现图形的作图步骤，这些解题要点通常都是独立给分，也就是俗称的“得分点”.如：正余弦定理、面积公式、弧长公式、基本的三角比公式（八个基本关系式、诱导公式、和差角公式、二倍角公式、半角公式）、对数换底公式、对数四则运算、函数基本性质、三角函数的周期、最大值与最小值、重要不等式、不等式的基本性质、等差等比数列的通项公式、求和公式、体积公式、侧面积公式、向量的数量积公式、斜率公式、直线交角公式、点到直线距离公式、两点间距离公式或解析几何的基本量关系等等. 缺少必要的

步骤通常都会扣去相应的分值.

因此高三学习过程中，对所有需要学习的原理、定理、公式、性质都必须十分清楚，不能有所含糊.答题过程中遇到原理、定理、公式、性质，需要明确的，应有所体现.

解答题的最后结果也和填空题要求一样，需要明确.如：求函数，需要表达式和定义域，除非仅仅要求写出表达式（解析式）；求中点坐标，则必须写出坐标.

计算或者化简必须获得最后结果. 例如最终答案为 0，如果写成 1g1，不彻底.又如最终答案是$\frac{1}{2}$，写成 $\sin\frac{\pi}{6}$同样不彻底.没有获得最后结果，也会扣去相应的分值.高考可以使用计算器，结果的不彻底往往暴露出对解答书写的不自信，也正因为如此才必须要对没有最终结果的解答扣分.否则有失公平.

书写答题过程，不要把自己思路的闪光点或者平时训练中最得意之处忽略，高考的重点与平时学习的主要点是一致的，思考的东西停留在脑子里只有自己知道，写在答卷上，阅卷老师才会看到.进行解答题特别是大型综合题（14 分及以上的题目）的解答，最终的结果，能够完整地解答得到全分值的同学不多，但是中间的大量过程，超过一半的同学都不同程度能够写出一些，因而也不同程度有相应的分值， 朝着目标方向不断前进，努力进展， 一个台阶接着一个台阶向前跨越，尽自己最大的努力，就不会留有遗憾.

数学中等价变形有多种形式，但是不能是原始的形式，没有作向目标接近的变形是不能给分的.例如：数列问题已知中有 a_n 和 S_n，需要求出关于 a_{n-1} 的递推式，如果变形过后还是关于 a_n 和 S_n 的表达式就不会有分数，只有通过运算或变形把 S_n 变去，才会算是有进展，可以得到相应的分数.反之，求 S_n，必须把 a_n 求出，并代入，才能够得到一定的分数.

求解所用方法的主要理由必须明确.例如：求 S_n 的最大值，解答中要体现是用单调性，还是用不等式或者是其他，如果用不等式求最大值，必须是两边所夹的不等式都出现才算是理由明确.

又如：求函数最大值的方法可以是配方、均值不等式甚至是求导，但是要有体现方法的过程即理由.

几何问题中添加辅助线，需要明确在图中添出.

用一个量去表示另一个量，即使它们的关系是已知条件， 也要在解答中看得到，因为这是必要的不可缺少的条件（步骤）.

证明题的推理逻辑不能有矛盾.

考查学习能力的试题，具有理解所给概念或者规则的步骤，可以给分.开放性试题需要选择适合自己水平的情形进行解答.

2011 年上海理科最后一题：已知平面上的线段 l 及点 P， 任取 l 上一点 Q， 线段 PQ 长度的最小值称为点 P 到线段 l 的距离，记作 $d(P,l)$；

（1）求点 $P(1,1)$到线段 l:$x-y-3=0$ $(3\leqslant x\leqslant 5)$的距离 $d(P,l)$；

（2）设 l 是长为 2 的线段，求点的集合$D=\{P|d(P,l)\leqslant 1\}$所表示的图形面积；

（3）写出到两条线段 l_1，l_2 距离相等的点的集合 $\Omega=\{P|d(P,l_1)=d(P,l_2)\}$，其中 $l_1=AB$，$l_2=CD$，A，B，C，D 是下列三组点中的一组.

对于下列三种情形， 只需选做一种，满分分别是①2 分，②6 分，③8 分；若选择了多于一种情形，则按照序号较小的解答计分.

①$A(1,3)$，$B(1,0)$，$C(-1,3)$，$D(-1,0)$.

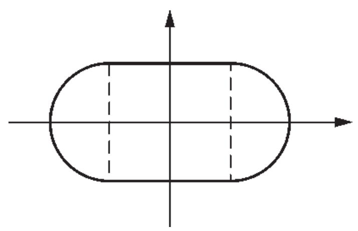
②$A(1,3)$，$B(1,0)$，$C(-1,3)$，$D(-1,-2)$.

③$A(0,1)$，$B(0,0)$，$C(0,0)$，$D(2,0)$.

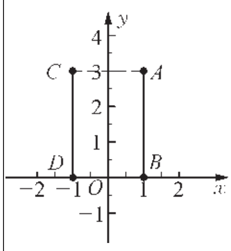
面对这样的压轴题，我们应根据自己的实际水平来判断，如何求解，但是不轻言放弃.哪怕是题目读不懂，我们也可以从能够理解的只言片语中寻找解答的突破口.

例如：看到了“线段 PQ 长度”这样的内容，可以写出点 $P(1,1)$和点 $P(x,y)$之间的距离：$|PQ|=\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}$，再看第(1)小题的条件和要求，把 $y=x-3$ 代入刚才得到的式子，可得$|PQ|=\sqrt{(x-1)^2+(x-4)^2}$ $(3\leqslant x\leqslant 5)$，自此，离完全解答第(1)小题已经很近了，而且至少可以得到 2 分的分值.

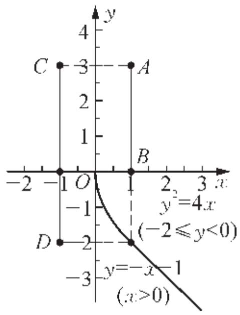
第(2)小题要求图形的面积，因此可以断言符合题意的图形必是封闭图形. 我们可以尝试着在草稿纸上画一画，画出长为 2 的线段，再试图找一找与该线段距离为 1 的点.在不断的尝试过程中，就有可能画出正确的图形，得到解题的思路和解答.退一步说，不能完成解答，也有可能得到相应的步骤分数.



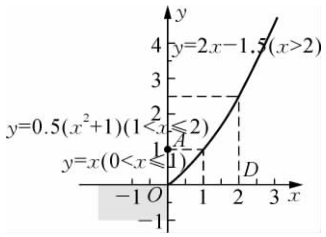
第(3)小题题设的水平层次和不同的分值，已经告诉我们三种情形具有较大的难度差异，受前一小题思路的启发，可以在草稿纸上适当地画一画图形，再根据所剩时间和自己的能力决定选择哪一层次的问题进行解答.由于试题要求中明确规定“若选择了多于一种情形，则按照序号较小的解答计分”，因此在能够确定高一层次水平能够解答的情况下，不要先解答低层次的问题，因为是按照解答深入的程度给分，不必担心不能全对就没有分数，高端人才应有一定的冒险精神；反之，如果高一层次的问题不能够顺利求解，则退一步解决较低层次的问题，避免更大的损失.限于篇幅，对每一层次的评分分析，在这里不详细介绍了，有兴趣的读者，可参阅《上海中学数学》2011 年第 7、8 期合刊中提供的解答. 这里仅给出三种情形对应的图形供大家参考.



(1)



(2)



(3)

2011 年全国各地高考数学好题赏析

●上海南汇中学　王海平

2011 年全国各地 38 套（含上海春考卷）文理科高考数学试题，都以主干内容为载体，强调知识内容和思想方法的融会贯通，注重知识间的纵横联系，尤其突出新增内容的考查，突出考查学生的基本数学素养.试题的主要特点：重视传统基础，关注新增内容，突出能力立意，着力内容创新，解题方法求新，涌现出了一大批新颖试题. 它们内涵丰富，立意新颖，背景鲜活，设问独特，闪耀着命题者智慧的光芒，给人以赏心悦目、回味无穷的感受.它对考查学生的阅读理解能力、知识迁移能力、类比猜想能力、数学探究能力、数学创新意识等有良好的作用.仔细研究这些试题，可以使我们明晰高考数学命题的动向和趋势，提高高三数学复习迎考的针对性和有效性.

一、鲜明的立意

2011 年全国各地的试题，均以能力立意命题，首先确定试题在能力方面的考查目的，然后根据能力考查的要求，选择适当的考查内容，设计恰当的设问方式.各地高考数学把具有创新特色的新颖试题根据以能力立意命题的指导思想，把具有发展能力价值，富有发展潜力，再生性强的能力、方法和知识作为切入点，从测量学生的发展性学力和创造性学力着手突出能力考查.

1. 考查基础知识的灵活应用

例 1（2011 年福建文科卷）在整数集中，被除所得余数为所有整数组成一个“类”，记为 $[k]$，即 $[k]=\{5n+k|n\in \mathbf{Z}\}$，$k=0,1,2,3,4$.给出如下四个结论：①$2011\in[1]$；②$-3\in[3]$；③$\mathbf{Z}=[0]\cup[1]\cup[2]\cup[3]\cup[4]$；④整数 a,b 属于同一“类”的充要条件是“$a-b\in[0]$”.

其中，正确结论的个数为（　　）.

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

解 $2011=5\times402+1\in[1]$，所以①正确；

$-3=5\times(-1)+2\notin[3]$，所以②不正确；

$\mathbf{Z}=[0]\cup[1]\cup[2]\cup[3]\cup[4]$，所以③正确；若整数 a,b 属于同一“类”，则 $a=5m+k$，$b=5n+k$，$k=0,1,2,3,4$，则 $a-b=5(m-n)+0\in[0]$，所以④正确.

由此，①，③，④正确，故选 C.

该题对思维能力、运算能力进行了全面考查，既考查了观察、联想等直觉思维能力，又考查了等价变形等运算能力. 学生通过对四个结论的逐一分析，计算推出结论，计算量控制较好.

同样的既重视思维、又关注运算的问题，还有许多，略举两例：

（1）（2011 年广东理科卷）设 S 是整数集 $\mathbf{Z}$ 的非空子集，如果 $\forall$(任意的)$a,b\in S$ 有 $ab\in S$，则称 S 关于数的乘法是封闭的，若 T，V 是 $\mathbf{Z}$ 的两个不相交的非空子集，$T\cup V=\mathbf{Z}$ 且 $\forall a,b,c\in T$ 有 $abc\in T$，$\forall x,y,z\in V$ 有 $xyz\in V$，则下列结论恒成立的是（　　）.

A.T,V 中至少有一个关于乘法是封闭的

B.T,V 中至多有一个关于乘法是封闭的

C.T,V 中有且只有一个关于乘法是封闭的

D.T,V 中每一个关于乘法都是封闭的

解 因为 $T\cup V=\mathbf{Z}$，所以整数 1 一定在 T，