

主编◎张俊伯

# 初中数学

## 应用题与函数 自学金钥匙

CHUZHONG SHUXUE YINGYONGTI YU  
HANSHU ZIXUE JINYAOSHI



## 图书在版编目 (CIP) 数据

初中数学应用题与函数自学金钥匙 / 张俊伯主编.  
—成都: 电子科技大学出版社, 2014. 3  
ISBN 978-7-5647-2232-6  
I. ①初… II. ①张… III. ①中学数学课—初中—教  
学参考资料 IV. ①G634.603  
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 024868 号

### 内 容 提 要

本书将初中所有数学应用题与函数归纳为十八种类型, 以“身临其境按次序, 顺列方程不转弯”的理念逐一求解, 具有浅显易懂, 简便快捷, 分析透彻, 解法灵活, 步骤严谨等特点。本书既可作青少年的自学丛书, 也可作教师的教学参考书。

## 初中数学应用题与函数自学金钥匙

主 编 张俊伯

副主编 黄廷超

---

出 版: 电子科技大学出版社 (成都市一环路东一段 159 号电子信息产  
业大厦 邮编: 610051)  
策划编辑: 谢应成  
责任编辑: 谢应成  
主 页: [www.uestcp.com.cn](http://www.uestcp.com.cn)  
电子邮箱: [uestcp@uestcp.com.cn](mailto:uestcp@uestcp.com.cn)  
发 行: 新华书店经销  
印 刷: 成都市火炬印务有限公司  
成品尺寸: 140mm×203mm 印张 6.5 字数 168 千字  
版 次: 2014 年 3 月第一版  
印 次: 2014 年 3 月第一次印刷  
书 号: ISBN 978-7-5647-2232-6  
定 价: 15.00 元

---

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 本社发行部电话: 028-83202463; 本社邮购电话: 028-83201495。
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

# 前 言

亲爱的同学：

你好！

初中数学应用题与函数既是初中数学的重点和难点，又是高中学习三角函数、指数函数、对数函数和二次曲线的必备基础。想学好它么？本书将助你一臂之力，满足你的愿望。

本书共有三篇。

第一篇 总钥匙。包括四部分：一、学习初中数学应用题与函数的总钥匙，主要是“身临其境按次序，顺列方程不转弯”的理念。二、列方程解应用题的一般步骤。三、列方程解应用题的注意事项。四、列方程（组）解应用题与函数的关键，包括各类题型的列（解）法和列方程（组）解应用题的基本操作模式。

第二篇 基本类型。共十八个类型。每个类型又包括三方面：一把分钥匙，即解答该类问题的关键知识点；二至八个典型例题，每个例题既有分析又有解法（应用题分两种解法）；数道有代表性的练习题，题后附有答案。

第三篇 练习题解答过程。每个题目都是根据创新理念来解答，与传统教材的解法有些不同，因此方法简单、浅显易懂、简便快捷、逻辑严密，充分体现了解题的新理念、思路和依据。

本书具有如下五大特点：

一、题意形象化。根据新理念把死板的文字变成有趣的游戏或活灵活现的当地实物（图）。

二、找标准量设未知数规范化。

三、知识系统化。

四、解题简便化。根据新理念依序解题简单快捷，一般列一个方程（组）只需十至三十秒，熟练后更快。

五、收效普遍化。优者更优，次者提高很快。

如果你阅读了此书，定能提高你的学习兴趣和自信心，也能提高你解题的能力。

本书在编写过程中承蒙各位领导和老师：段平权、罗琳、任东平、李中文、杨亚民、杨志刚、黄廷超、严清华、王洪亚、陈雷鸣、邹俊勇、母兴国、马华、孔冬君、吴玉莲、李洁、张琼、张碧波、徐艳琼、林燕、张文柏、李秀英、董小丽、辛垚、吕芷欣、刘雪梅、兰瑞华等的大力支持和帮助，对本书的形成，成果的应用与推广做出了重要贡献，在此表示深深的谢意。

鉴于本人水平有限，书中难免有不妥之处，望同行和同学们斧正。

编 者

# 目 录

第一篇 总钥匙 .....	1
一、学习初中数学应用题与函数的总钥匙 .....	1
二、列方程（组）解应用题的基本步骤 .....	1
三、列方程（组）解应用题的注意事项 .....	2
四、列方程（组）解应用题与函数的关键 .....	2
第二篇 基本类型 .....	7
一、和差倍分问题 .....	7
二、比例分配问题 .....	13
三、等级变形问题 .....	16
四、数字交换问题 .....	17
五、百分率问题 .....	20
六、年龄问题 .....	22
七、产品配套问题 .....	25
八、时钟（时针与分针的夹角）问题 .....	27
九、商品利润问题 .....	29
十、工程问题 .....	32
十一、行程问题 .....	39
十二、浓度问题 .....	52
十三、不等关系问题 .....	58
十四、平面直角坐标系问题 .....	63
十五、正比例函数问题 .....	69

十六、一次函数问题 .....	73
十七、反比例函数问题 .....	85
十八、二次函数问题 .....	95
<b>第三篇 解答过程（参考） .....</b>	<b>128</b>
一、和差倍分问题 .....	128
二、比例分配问题 .....	134
三、等积变形问题 .....	136
四、数字交换问题 .....	137
五、百分率问题 .....	138
六、年龄问题 .....	140
七、产品配套问题 .....	142
八、时钟问题 .....	142
九、商品利润问题 .....	143
十、工程问题 .....	145
十一、行程问题 .....	152
十二、浓度问题 .....	161
十三、不等关系问题 .....	163
十四、平面直角坐标系问题 .....	165
十五、正比例函数问题 .....	166
十六、一次函数问题 .....	167
十七、反比例函数问题 .....	173
十八、二次函数问题 .....	177

# 第一篇 总 钥 匙

## 一、学习初中数学应用题与函数的总钥匙

本篇是全书的精华。“身临其境按次序，顺列方程不转弯”的理念就是列方程（组）解应用题的总钥匙；该理念与学习函数的六个注意事项就是解函数问题的总钥匙。后面各类型中叙述的“关键”是解此类型的分钥匙，只要认真理解体会钥匙部分，解题必然得心应手，难题也会迎刃而解。

后面三个部分中理解体会的重点如下：

“基本步骤”中，规范找标准量、设未知数的方法。

“注意事项”中，单位问题，特别是速度单位问题。

“关键”中包括两方面：一是“身临其境按次序，顺利方程不转弯”的理念；二是各类题型的列（解）法。

## 二、列方程（组）解应用题的基本步骤

（一）弄清题意，明确已知量、未知量。已知量就是题目中已告诉的量，未知量就是我们要求出的量。

（二）设标准量为  $x$  单位（百分率没有单位）。列方程时，一般来说，不论是求什么，都设标准量为  $x$  单位，其余要求的问题用含  $x$  的代数式表示。若所求问题与标准量一致， $x$  叫做直接未知数；若所求问题与标准量不一致， $x$  叫做间接未知数。什么叫做标准量呢？一般来说，题目中的“比”“是”或“为”字后叙述的量就是标准量。如果题目中没有这些标志性词语时，就从题意中分析出标准量，（如：和差倍分中的例 2，总经费是标准量）或者指定某一个量是标准量（如：和差倍分练习中第 8 题，生铁的重量

为标准量)。列方程组时,就按所求问题的先后次序设未知数,依次为  $x$ 、 $y$  等。

(三) 依据题目中叙述的先后顺序找等量关系列方程——顺列方程。在列方程时,一般来说,读到题目中的“比”、“是”或“为”字就写等号。

(四) 解方程(组)。

(五) 检验。只对一元二次方程、二元二次方程组、分式方程(组)、无理方程的解进行检验,对一元一次方程、二次一次方程组、三元一次方程组的解不检验。

(六) 写出答案。

### 三、列方程(组)解应用题的注意事项

(一) 设未知数一般要带单位。特别注意速度单位是复合单位,它是由长度单位和时间单位合成的,一般为  $x$  千米/小时、 $x$  米/分或  $x$  米/秒等。

(二) 列方程(组)时,单位一定要统一。

(三) 在列方程(组)时,一个等量关系只能用一次,即:一个等量关系只能列一个方程。

### 四、列方程(组)解应用题与函数的关键

解应用题与函数都是根据“身临其境按次序,顺列方程不转弯”的理念。首先是深刻理解题意,根据题意展开丰富的联想,把自己融入题目所述的环境之中,结合当地条件把题意想象成活灵活现的实物(图);其次是弄清题目所述的内在联系(包括已知量和未知量的联系、题目所属类型中公式里各项之间的联系)。列方程(组)时,按先后次序边读题边写出数量之间的关系,这样列的方程叫做顺列方程。解函数问题时,根据该理念结合学习函数问题的六点注意事项和相关分钥匙求解。

各类题目的列(解)法如下:



(一) 列一元一次方程分为四大步

第一步：想象情境，联想成当地实物(图),分析出标准量。

第二步：心里排问题的先后次序。

第三步：设标准量为未知数。

第四步：依排序找等量关系列方程。

上述四大步对列以下方程一律适用。

1. 一元二次方程

2. 分式方程

3. 无理方程

(二) 列方程组分为三大步

第一步：想象情境，联想成当地实物(图)。

第二步：依据问题的先后次序设未知数，依次为  $x$ 、 $y$  等。

第三步：边读题边列方程。一般读“比”、“是”、“为”字时就写等号，其余读什么就写所设什么的代数式。(如：设第一个数为  $x$ ，那么读第一个数就写  $x$ )。

列方程(组)解应用题基本操作模式举例如下：

例：中国人民解放军从 1946~1950 年四年度间共歼敌 807 万人。各年度歼敌情况是：第二年度比第一年多 40 万人，第三年度是第二年度的两倍还多 10 万人，第四年度是第一年度的两倍还多 5 万人，求各个年度歼敌的人数。

分析：人民解放战争中，歼敌情境如下图。



解：详细过程见下表。

		一般步骤	本题步骤
		类别 列方程四大步	想象情境, 联想成当地实物(图), 分析出标准量
心里排问题的先后次序	排序为 第一年度歼敌人数+第二年度歼敌人数+第三年度歼敌人数+第四年度歼敌人数=歼敌总人数		
设标准量为未知数	解: 设第一年度歼敌 $x$ 万人, 那么第二年度歼敌为 $(x+40)$ 万人, 第三年度歼敌为 $[2(x+40)+10]$ 万人, 第四年度歼敌为 $(2x+5)$ 万人		
依排序找等量关系列方程	方程为 $x+(x+40)+[2(x+40)+10]+(2x+5)=807$ 解之得 $x=112$ , 所以 $x+40=152$ $2(x+40)+10=314$ , $2x+5=229$ 答: 第一年度歼敌 112 万人, 第二年度歼敌 152 万人, 第三年度歼敌 314 万人, 第四年度歼敌 229 万人		

(续表)

		一般步骤	本题步骤
类别	列方程组三大步	想象情境, 联想成当地实物(图)	首先, 讲解(想象)人民解放战争中, 特别是三大战役中的历史故事, 尽力渲染战争中可歌可泣的英雄事迹, 自己亲临战场, 目睹我军所向披靡, 敌军一溃千里的情境, 激发学生的学习兴趣 and 爱国热情, 珍惜今天来之不易的幸福生活, 从而将政治思想教育寓于数学教学中。  其次, 应用“身临其境按次序, 顺列方程不转弯”的理念分析题意, 把自己融入题目所属的环境中, 联想成合乎题意的当地实物(图)
		依据问题的先后次序设未知数, 依次为 $x$ 、 $y$ 等	解: 设第一年度歼敌为 $x$ 万人, 第二年度歼敌为 $y$ 万人, 第三年度歼敌为 $z$ 万人, 第四年度歼敌为 $m$ 万人, 那么
		边读题边列方程。一般读到“比、是、为”字就写等号, 其余读什么就写所设什么的代数式(如设第一个数为 $x$ , 那么读第一个数就写 $x$ )	方程组为 $\begin{cases} x + y + z + m = 807 \leftarrow \text{四个年度}(x, y, z, m) \text{共}(=) \text{歼敌 } 807 \text{ 万人} \\ y = x + 40 \leftarrow \text{第二年度}(y) \text{比}(=) \text{第一年度}(x) \text{多}(+)40 \text{ 万人} \\ z = 2y + 10 \leftarrow \text{第三年度}(z) \text{比}(=) \text{第二年度}(y) \text{的二倍}(2y) \text{还多}(+)10 \text{ 万人} \\ m = 2x + 5 \leftarrow \text{第四年度}(m) \text{比}(=) \text{第一年度}(x) \text{的二倍}(2x) \text{还多}(+)5 \text{ 万人} \end{cases}$ 解之得 $\begin{cases} x = 112 \\ y = 152 \\ z = 314 \\ m = 229 \end{cases}$ 答: 略

(三) 列不等式(组)解应用题, 仿照列方程(组)的方法。

(四) 函数问题的解法

首先是深刻理解学习函数问题的六点注意事项:

1. 求函数定义域的三原则
- |   |                             |
|---|-----------------------------|
| } | 分母 $\neq 0$                 |
|   | 被开方数 $a \geq 0$ ( $a$ 开偶次方) |
|   | 实际意义                        |

**注意:** 解具体问题时, 该问题涉及几个方面, 就只考虑几个方面; 除此以外就是一切实数。

2. 作函数图像的步骤(作图像要考虑定义域和对称性)

(1) 列表 (2) 描点 (3) 连线

3. 坚持数、形合一的观点

图像上每一点的坐标必满足函数关系式, 满足函数关系式的每一点必在图像上。

4. 函数图像与  $x$  轴的关系

① 函数值大于 0, 图像在  $x$  轴的上方。

② 函数值等于 0, 图像与  $x$  轴相交。

③ 函数值小于 0, 图像在  $x$  轴的下方。

(上述三种情况反之也成立)。

5. 两个函数中, 值的大小与图像位置的关系

① 函数值大的图像在函数值小的图像的上方。

② 函数值相等图像相交。

③ 函数值小的图像在函数值大的图像的下方。

6. 求函数关系时, 实际问题必须写出函数的定义域。

其次是在深刻理解上述六点的基础上, 结合“身临其境按次序, 顺列方程不转弯”的理念和相关分钥匙求解。

解法具体分为两大步:

第一步: 想象情境(实际问题), 形成当地实物(图)。

第二步: 根据上述六点和有关类型的分钥匙去解。

## 第二篇 基本类型

初中数学应用题可归纳为 18 个基本类型：和差倍分问题、比例分配问题、等积变形问题、数字交换问题、百分率问题、年龄问题、产品配套问题、时钟（时钟的时针与分针的夹角）问题、商品利润问题、工程问题、行程问题、浓度问题、不等关系问题、平面直角坐标系问题、正比例函数问题、一次函数问题、反比例函数问题、二次函数问题。各种类型都是以“身临其境按次序，顺列方程不转弯”的新理念求解，各类型的解法分述如下：

### 一、和差倍分问题

这类问题的关键是掌握以下两点：

1. 理解“和差倍分”四字的含义；“和”为加，“差”为减，“倍”为乘，“分”为除。

2. 理解“身临其境按次序，顺列方程不转弯”的理念，应用该理念去分析题目中的内在联系，把自己融入题目所属的环境中，联想成合乎题意的当地实物图。

例 1 中国人民解放军从 1946~1950 年四年间共歼敌 807 万人。各年度歼敌情况是：第二年度比第一年度多 40 万人，第三年度是第二年度的两倍还多 10 万人，第四年度是第一年度的两倍还多 5 万人，求各个年度歼敌的人数。

分析：首先想象在中国人民解放战争中，自己亲临战场，我军所向披靡，敌军一溃千里的情境。再是找标准量，标准量就是第一年度歼敌人数。

排序为

第一年度歼敌人数+第二年度歼敌人数+第三年度歼敌人数+第四年度歼敌人数=歼敌总人数。

列方程为

解：设第一年度歼敌  $x$  万人，那么第二年度歼敌为  $(x+40)$  万人，第三年度歼敌为  $[2(x+40)+10]$  万人，第四年度歼敌  $(2x+5)$  万人，那么

$$x + (x + 40) + [2(x + 40) + 10] + (2x + 5) = 807$$

解之得  $x = 112$

$$\text{所以 } x + 40 = 152, \quad 2(x + 40) + 10 = 314, \quad 2x + 5 = 229$$

答：略

列方程组就边读题边列方程，读完题方程组也就列好了。

方程组为

解：设第一年度歼敌  $x$  万人，第二年度歼敌为  $y$  万人，第三年度歼敌为  $z$  万人，第四年度歼敌为  $m$  万人，则

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z + m = 807 \leftarrow \text{四个年度}(x, y, z, m)\text{共}(=) \\ \quad \quad \quad \text{歼敌 } 807\text{万人} \\ y = x + 40 \leftarrow \text{第二年度}(y)\text{比}(=)\text{第一年度}(x)\text{多}(+) \\ \quad \quad \quad 40\text{万人} \\ z = 2y + 10 \leftarrow \text{第三年度}(z)\text{比}(=)\text{第二年度}(y)\text{的两倍}(2y) \\ \quad \quad \quad \text{还多}(+)10\text{万人} \\ m = 2x + 5 \leftarrow \text{第四年度}(m)\text{比}(=)\text{第一年度}(x)\text{的两倍}(2x) \\ \quad \quad \quad \text{还多}(+)5\text{万人} \end{array} \right.$$

解：略

例 2 甲、乙、丙三个工厂共同出资，筹办一所学校，所出经费不同，其中甲厂出总经费的  $\frac{2}{7}$ ，乙厂出甲、丙两厂之和的一半，丙厂出 1600 万元，求办这所学校的总经费是多少万元？甲、乙两厂各出多少万元？

分析：首先想象甲、乙、丙三厂老总讨论建校情境，形成一所漂亮学校的实物（图），再是找标准量，标准量就是建学校的总经费。

排序为

甲厂经费+乙厂经费+丙厂经费=总经费

列方程为

解：设建校总经费为  $x$  万元，那么甲厂出  $\frac{2}{7}x$  万元，乙厂出

$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{7}x+1600\right)$  万元，则

$$\frac{2}{7}x + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{7}x + 1600\right) + 1600 = x$$

解之得  $x = 4200$  所以  $\frac{2}{7}x = 1200$   $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{7}x + 1600\right) = 1400$

答：略

列方程组就边读题边列方程，题目读完方程组就列好了。

方程组为：

设甲厂出资金  $x$  万元，乙厂出资金  $y$  万元，总经费为  $z$  万元，

则

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 1600 = z \leftarrow \text{甲}(x)\text{乙}(y)\text{丙}(1600)\text{三厂共}(=) \\ \qquad \qquad \qquad \text{同筹办一所校}(z) \\ x = \frac{2}{7}z \leftarrow \text{甲厂}(x)\text{出总经费}(z)\text{的}\frac{2}{7} \\ y = \frac{1}{2}(x + 1600) \leftarrow \text{乙厂}(y)\text{出甲}(x)\text{丙}(1600) \\ \qquad \qquad \qquad \text{两厂之和}(+)\text{的}(=)\text{一半}\left(\frac{1}{2}\right) \end{array} \right.$$

解：略

例3 两台铲土机,第一台比第二台每小时多铲土40立方米,第一台工作16小时,第二台工作24小时,共铲土8640立方米,问每台铲土机每小时各铲土多少立方米?

分析:首先想象两台铲土机铲土的情境,形成实物图,再是找标准量,标准量就是第二台铲土机每小时铲土的立方数。

排序为

第一台铲土+第二台铲土=共铲土

列方程为

解:设第二台铲土机每小时铲土为 $x$ 立方米,则第一台铲土机每小时铲土为 $(x+40)$ 立方米,那么

$$16(x+40)+24x=8640$$

解之得 $x=200$

所以 $x+40=240$

答:略

列方程组就边读题边列方程,题目读完方程组就列好了。

方程组为

设第一台铲土机每小时铲土 $x$ 立方米,第二台铲土机每小时铲土 $y$ 立方米,则

$$\begin{cases} x = y + 40 \leftarrow \text{第一台}(x)\text{比}(=)\text{第二台}(y)\text{每小时多}(+)\text{铲土}40\text{立方米} \\ 16x + 24y = 8640 \leftarrow \text{两台铲土机}(16x, 24y)\text{共}(+)\text{铲土}8640\text{立方米} \end{cases}$$

解:略

注意:以下讲解列方程(组)时,就不再叙述边读题边列方程。自己仿上述例题就行了。

## 练 习

1. 有两个数,第一个数的7倍比第二个数大9,第二个数是第一个数的6倍还多3,求这两个数分别是多少?(12, 75)



2. 一个拖拉机队用拖拉机耕地,第一天比第二天少耕地 8 亩,第三天比第一天耕的地的一半还多 59.5 亩,这三天共耕地 1080 亩,问第三天耕地多少亩?(262)

3. 某工厂三个车间共有 180 名工人,第二车间人数是第一车间人数的 3 倍多 1 人,第三车间比第一车间的一半少 1 人,求各个车间的人数。(40, 121, 19)

4. 甲、乙两辆汽车 6 次运货物共 21 吨,已知甲汽车比乙汽车每次少运货物 0.3 吨,求每辆汽车每次的运货量。(1.6, 1.9)

5. 5 辆胶轮大车和 4 辆卡车一次共运货物 24 吨,10 辆胶轮大车和 2 辆卡车一次能运货物 21 吨,求每辆胶轮大车和每辆卡车每次各能运货物多少吨?(1.2, 4.5)

6. 某渔场甲库存鱼 30 吨,乙库存鱼 40 吨。要向这两个鱼库送鱼 80 吨,使甲库的鱼是乙库的鱼的 1.5 倍还多 2.5 吨,应分别向甲、乙两库各送鱼多少吨?(61, 19)

7. 三角形的周长为 18 厘米,第一边与第二边的和等于第三边的两倍,而第一边与第二边的差等于第三边的  $\frac{1}{3}$ ,求三角形各边的长。(7, 5, 6)

8. 一只驳船,载重量是 800 吨,容积是 795 立方米;现装运生铁和棉花两种物质,生铁每吨 0.3 立方米,棉花每吨 4 立方米,生铁和棉花各装多少吨才能最大限度地利用载重量和容积?(650, 150)

9. 8 匹马和 15 头牛每天喂干草 162 千克,已知 5 匹马比 7 头牛每天多喂干草 3 千克,求每匹马和每头牛平均每天要喂干草多少千克?(9, 6)

10. 一条铁丝,第一次用去了它的一半少一米,第二次用去了剩下的一半多一米,结果还剩 2.5 米,求这条铁丝的长。(12)

11. 三个数之和为 15,第一个数减去第二个数的差等于第二