

高等学校教材

# 材料力学

二〇〇〇年

### 主要字符表

本书字符	字符意义	单位代号	
		公制	国际制
$x, y, z$	坐标轴( $x$ 轴代表杆件轴线)		
	坐标	cm	mm, m
$N$	轴力	kg, t	kN
	功率	马力(PS)	
$N_s$	功率	kW	kW
$M_T$	扭矩	kg-cm, t-m	kN·m
$M$	弯矩	kg-cm, t-m	kN·m
$Q$	剪力	kg, t	kN
$q$	均布荷载集度	kg/cm, t/m	kN/m
$R$	合力	kg, t	kN
	支反力	kg, t	kN
$T$	扭转力偶, 扭转力偶矩	kg-cm, t-m	kN·m
$M_e$	弯曲外力偶, 弯曲外力偶矩	kg-cm, t-m	kN·m
$P$	集中力(荷载)	kg, t	kN
[ $P$ ]	许可荷载	kg, t	kN
$P_{11}$	压杆的临界力	kg, t	kN
$A$	截面面积	cm <sup>2</sup> , mm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup> , mm <sup>2</sup>
$S$	面积矩	cm <sup>3</sup> , mm <sup>3</sup>	m <sup>3</sup> , mm <sup>3</sup>
$I$	惯性矩	cm <sup>4</sup> , mm <sup>4</sup>	m <sup>4</sup> , mm <sup>4</sup>
$I_p$	极惯性矩	cm <sup>4</sup> , mm <sup>4</sup>	m <sup>4</sup> , mm <sup>4</sup>
$i$	惯性半径	cm, mm	m, mm
$W_T$	抗扭截面模量	cm <sup>3</sup> , mm <sup>3</sup>	m <sup>3</sup> , mm <sup>3</sup>
$W$	抗弯截面模量	cm <sup>3</sup> , mm <sup>3</sup>	m <sup>3</sup> , mm <sup>3</sup>

续表

本书字符	字符意义	单位代号	
		公制	国际制
	外力所作的功	kg-cm, kg-mm	J
$U$	应变能	kg-cm, kg-mm	J
$u$	比能	kg-cm/cm <sup>3</sup> , kg-mm/mm <sup>3</sup>	J/mm <sup>3</sup> , J/m <sup>3</sup>
$u_f$	形状改变比能	kg-cm/cm <sup>3</sup> , kg-mm/mm <sup>3</sup>	J/mm <sup>3</sup> , J/m <sup>3</sup>
$n$	安全系数	无量纲量	无量纲量
	轴的转速	rpm	1/s rpm
$n_{ws}$	稳定工作安全系数	无量纲量	无量纲量
$n_{\sigma}, n_{\tau}$	交变应力下构件的工作安全系数	无量纲量	无量纲量
$[n_{ws}]$	规定的稳定安全系数	无量纲量	无量纲量
$f$	梁的挠度	cm, mm	m, mm
$[f]$	许用挠度	cm, mm	m, mm
$\Delta$	线位移或角位移	cm, mm 或 rad	m, mm 或 rad
$\phi$	扭转角	rad	rad
	稳定折减系数	无量纲量	无量纲量
$\theta$	杆的单位长度扭转角	rad/cm	rad/m
	梁的转角	rad,	rad
$[\theta]$	许用单位长度扭转角	°/m	°/m
	梁的许用转角	rad	rad
$\sigma$	正应力	kg/cm <sup>2</sup> kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{max}$	横截面上最大正应力(拉或压)	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
	一点处正应力极大值	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
	应力循环中的最大正应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa

续表

本书字符	字符意义	单位代号	
		公制	国际制
$\sigma_{\min}$	一点处正应力极小值	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
	应力循环中的最小正应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_1$	拉伸正应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{ya}$	压缩正应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_w$	弯曲正应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{xd}$	相当应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_m$	应力循环中的平均应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_a$	应力循环中的应力幅度	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{lk}$	极限应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$[\sigma]$	许用应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$[\sigma_+]$	许用拉应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$[\sigma_-]$	许用压应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{jy}$	挤压应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$[\sigma_{jy}]$	许用挤压应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_p$	比例极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_e$	弹性极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_s$	屈服极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{0.1}$	名义屈服极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_b$	强度极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
	拉伸强度极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{-b}$	压缩强度极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{ll}$	临界应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa

续表

本书字符	字符意义	单位代号	
		公制	国际制
$\sigma_r$	材料的持久极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{-1}$	对称循环弯曲时材料的持久极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\sigma_{-1}^*$	对称循环弯曲时构件的持久极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\tau$	剪应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\tau_{max}$	最大剪应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
	一点处剪应力极大值	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$[\tau]$	许用剪应力	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\tau_p$	剪切比例极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\tau_s$	剪切屈服极限	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	MPa
$\epsilon$	线应变	无量纲量	无量纲量
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	主应变	无量纲量	无量纲量
$\gamma$	剪应变	rad	rad
$\delta$	延伸率	无量纲量	无量纲量
$\psi$	断面收缩率	无量纲量	无量纲量
$\alpha_k$	冲击韧度	kg-cm/cm <sup>2</sup>	J/mm <sup>2</sup>
$E$	弹性模量	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	GPa
$G$	剪切弹性模量	kg/cm <sup>2</sup> , kg/mm <sup>2</sup>	GPa
$\mu$	横向变形系数	无量纲量	无量纲量
	压杆的长度系数	无量纲量	无量纲量
$\lambda$	压杆的柔度	无量纲量	无量纲量
$r$	交变应力下的循环特征	无量纲量	无量纲量
$K_d$	动荷系数	无量纲量	无量纲量
$K_\sigma, K_\tau$	有效应力集中系数	无量纲量	无量纲量

主要字符表	1
第一章 绪论	1
§ 1-1 材料力学的任务	1
§ 1-2 可变形固体的变形性质及其基本假设	2
§ 1-3 材料力学研究的主要对象·杆件的基本变形形式	4
第二章 轴向拉伸和压缩	6
§ 2-1 轴向拉伸和压缩的概念	6
§ 2-2 轴向拉伸(压缩)时的内力·截面法	7
§ 2-3 轴向拉伸(压缩)时杆横截面上的应力	12
§ 2-4 轴向拉伸(压缩)时杆的变形·胡克定律	14
§ 2-5 轴向拉伸(压缩)时杆件的力学性能·比能	20
§ 2-6 材料在拉伸和压缩时的力学性能	22
§ 2-7 安全系数·许用应力·强度条件	30
§ 2-8 应力集成的概念·应力集中	35
* § 2-9 温度对材料的力学性能的影响	37
* § 2-10 蠕变和松弛现象	39
§ 2-11 简单拉压超静定问题	40
习题	47
第三章 剪切	56
§ 3-1 剪切的观念	56
§ 3-2 剪切的实用计算	57
§ 3-3 挤压的实用计算	59
习题	65
第四章 扭转	69
§ 4-1 扭转的概念	69
§ 4-2 扭转力偶矩的表示	70
§ 4-3 薄壁圆筒的扭转·剪应力互等定理·剪切虎克定律	75
§ 4-4 等直圆杆扭转时横截面上的剪应力	79

§ 4-5	等直圆杆扭转时的变形	86
§ 4-6	等直圆杆扭转时杆内的应变能	88
§ 4-7	等直圆杆扭转时的强度条件和刚度条件	89
* § 4-8	密圈螺旋弹簧的计算	94
* § 4-9	非圆截面杆扭转问题简介	98
	习题	99
<b>* 第五章</b>	<b>截面的几何性质</b>	<b>105</b>
§ 5-1	概述	105
§ 5-2	截面的面积矩和形心位置	105
§ 5-3	截面的惯性矩、惯性积和惯性半径	109
§ 5-4	惯性矩的平行移轴公式·组合截面的惯性矩计算	113
* § 5-5	惯性矩和惯性积的转轴公式介绍·形心主惯性轴和形心主惯性矩的概念	117
	习题	119
<b>第六章</b>	<b>弯曲内力</b>	<b>122</b>
§ 6-1	平面弯曲的概念·梁的计算简图	122
§ 6-2	剪力和弯矩	125
§ 6-3	剪力方程和弯矩方程·剪力图和弯矩图	132
§ 6-4	弯矩、剪力与分布载荷集度之间的关系	138
	习题	141
<b>第七章</b>	<b>弯曲应力</b>	<b>145</b>
§ 7-1	梁横截面上的正应力	145
§ 7-2	梁横截面上的剪应力	156
* § 7-3	非对称截面梁的平面弯曲	165
§ 7-4	梁的正应力和剪应力强度条件	166
§ 7-5	提高梁的强度的一些措施	172
	习题	176
<b>第八章</b>	<b>弯曲变形·简单超静定梁</b>	<b>184</b>
§ 8-1	梁的变形和位移	184
§ 8-2	梁的挠曲线近似微分方程及其积分	186
§ 8-3	叠加法求梁的转角和挠度	195
	积分法中积分常数的确定	
	超静定梁的计算	

是位移  
(也属条件, 条件的性质)

* § 8-4	梁内的弯曲应变能	200
§ 8-5	梁的刚度校核·提高梁的刚度的一些措施	202
<del>§ 8-6</del>	<del>简单超静定梁的解法</del>	<del>207</del>
	习题	212
<b>第九章</b>	<b>复杂应力状态·强度理论简介</b>	<b>218</b>
§ 9-1	应力状态的概念	218
§ 9-2	平面应力状态下单元体斜截面上的应力	224
§ 9-3	平面应力状态下的主应力和极值剪应力	227
* § 9-4	平面应力状态的应力圆	232
§ 9-5	复杂应力状态下一点处的最大应力	239
§ 9-6	广义虎克定律·形状改变比能的概念	243
§ 9-7	强度理论的概念	246
§ 9-8	常用的四个强度理论及其相当应力	247
	习题	256
<del>第十章</del>	<del>组合变形下杆的强度计算</del>	<del>264</del>
§ 10-1	组合变形概述	264
§ 10-2	拉伸(压缩)与弯曲组合时杆的强度计算	265
§ 10-3	偏心拉伸(压缩)时杆的强度计算	268
§ 10-4	弯曲与扭转组合时杆的强度计算	275
	习题	281
<del>第十一章</del>	<del>压杆稳定</del>	<del>286</del>
§ 11-1	压杆稳定性的概念	286
§ 11-2	两端铰支细长压杆的临界力	288
§ 11-3	杆端具有其它约束情况时细长压杆的临界力	290
§ 11-4	欧拉公式的应用范围·中、小柔度杆的临界力	291
§ 11-5	压杆的实用计算	297
	习题	308
<b>第十二章</b>	<b>动应力计算</b>	<b>314</b>
§ 12-1	动载荷和动应力的概念	314
§ 12-2	构件作等加速直线运动或等速转动时的应力计算	314
§ 12-3	构件受冲击时应力和变形的计算	319

习题.....	328
<b>第十三章 交变应力</b> .....	<b>331</b>
§ 13-1 交变应力的概念.....	331
§ 13-2 交变应力的循环特征.....	333
§ 13-3 对称循环交变应力下材料的持久极限.....	335
* § 13-4 影响材料持久极限的主要因素.....	337
* § 13-5 对称循环交变应力下构件的强度校核.....	343
习题.....	344
<b>附录</b> .....	<b>348</b>
型钢规格表.....	348
计量单位表.....	364
主要常用量的公制单位与国际单位换算表.....	366

# 第一章 绪 论

## § 1-1 材料力学的任务

各种机械或建筑物,如机床、起重机和桥梁等,都是由若干构件组成的。为了保证机械或建筑物能够正常地工作,必须要求其每个构件在载荷<sup>①</sup>作用下均能正常地工作。为此,首先要求构件在载荷作用下不发生破坏。例如,起重机在吊运货物时,若吊索发生断裂,则整个起重机就将停止工作。其次,对某些构件,除要求它不发生破坏外,还要求它不发生过度的变形。例如机床主轴,若工作时变形过大,则将影响加工精度。因此,通常要求将某些构件的变形量限制在某一允许范围之内。此外,对某些构件,还要求它在载荷作用下,其原有形状下的平衡不发生突然改变。例如受压的细长直杆,当沿杆轴向作用的压力达到某一限度后,杆会从直线形状突然变弯。通常将类似于细长压杆出现的这种现象称为构件在原有形状下的平衡丧失了稳定性,简称为失稳。构件一旦失稳,也将不能正常地工作。

将上述内容归纳起来,对构件的正常工作应有如下三个方面的要求。

(1) 构件应具有足够的抵抗破坏的能力,使其在载荷作用下不致破坏,即要求它具有足够的强度;

(2) 构件应具有足够的抵抗变形的能力,使其在载荷作用下

---

<sup>①</sup> 在材料力学中,首先是研究静载荷情况下的问题。所谓静载荷,指的是由零缓慢增加到其最后数值,并保持不变或变动不显著的载荷。在静载荷作用下,构件内各质点的加速度为零或小到可以忽略不计。

所产生的变形不超过工程上所允许的范围，即要求它具有足够的刚度；

(3) 构件应具有足够的抵抗失稳的能力，使其在载荷作用下能保持其原有形状下的平衡，即要求它具有足够的稳定性。

在工程上，除要求构件具有足够的强度、刚度和稳定性外，一般还要求尽可能地节约材料。这就应该避免不适当地选用横向尺寸较大的构件或优质材料。

材料力学的任务就是为构件满足上述要求，提供理论依据和计算方法。此外，它还在基本概念、基本理论和基本方法等方面，为机械零件、结构力学等后继课程，提供了基础。

在材料力学中，有些理论分析要在实验的基础上进行，材料在力学方面的性能，要直接由实验来测定。此外，还有一些单凭现有理论尚不能解决的问题，也须借助于实验来解决。

## § 1-2 可变形固体的变形性质及其基本假设

### (一) 可变形固体的变形性质

制造构件所用的材料是多种多样的，但它们有一个共同的特点，即都是固体，而且在载荷作用下会产生变形。这类材料统称为可变形固体。材料的变形可分为两种：一种是当外力除去后能自行消失的变形，称为弹性变形；另一种是当外力除去后不能消失的变形，称为塑性变形或残余变形。多数构件在正常工作条件下，只发生弹性变形。相对于构件的原始尺寸来说，弹性变形通常是极其微小的。在对构件作静力平衡、运动或内部受力的分析时，这种微小变形可略去不计，即将构件视为刚体，这样可使计算大为简化。但在今后对构件进行强度、刚度和稳定性研究时，这种微小变形就不能忽略。

### (二) 关于变形固体的基本假设

在材料力学中,常须对材料的物质结构和性质作一些假设,将它们抽象为一种理想模型,作为理论分析的对象。这样可使分析过程和所得结果大大简化,并可作出此建立的理论和方法适用于绝大多数常用的工程材料。下面是对变形固体所作的两个基本假设。

(1) 连续性假设 (即认为物体在其整个体积内毫无空隙地充满了物质,其结构是密实的。)实际的可变形固体,从其物质结构来说,均具有不同程度的空隙;但这些空隙的大小与构件的尺寸相比均极微小,因而可将它们忽略不计,从而认为物体的结构是密实的。

(2) 均匀性假设 (即认为从物体内取出的任一部分,不论其体积大小如何,其力学方面的性能都是完全一样的。)实际的可变形固体,其基本组成部分(例如金属的晶粒)的性能都有不同程度的差异。但由于基本组成部分的大小与构件的尺寸相比极其微小,而且在构件中的排列也是不规则的,所以物体的力学性能并不反映其基本组成部分的这种性能,而是反映所有组成部分力学性能的统计平均量,因而可认为物体的力学性能是均匀的。

除了上述两个基本假设外,对工程中常用的材料还可作各向同性假设。(即认为材料沿各方向的力学性能均相同。)实际上,某些材料,如工程中常用的金属材料,就其每一个晶粒来说,其力学性能是具有方向性的;但由于构件中包含的晶粒数量极多,而且晶粒的排列也完全没有规则,故从宏观的角度看,材料的力学性能并不显示出方向性的差异。因此,按统计平均的观点可将这类材料假设为各向同性的材料。 4. 各向同性假设

连续、均匀和各向同性的可变形固体,是对实际材料的一种科学抽象。实践证明,在此前提下建立的有关理论和由它们所得到

的计算结果,是能令人满意的。

### § 1-3 材料力学研究的主要对象· 杆件的基本变形形式

#### (一) 材料力学研究的主要对象

材料力学研究的构件多属于杆。杆的几何特征是: 它的长度远大于横向尺寸。传动轴和房屋的柱等构件均可抽象简化为杆,而且都是直杆。直杆的主要几何因素是横截面和轴线; 前者是垂直于杆长度方向的截面, 后者是各横截面形心的连线。各横截面均相同的直杆, 称为等直杆(图 1-1)。

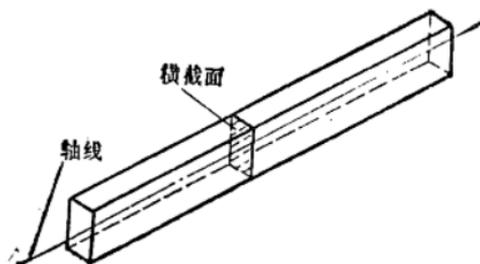


图 1-1

#### (二) 杆件的基本变形形式

杆件在外力作用下产生的变形可归结为以下四种基本形式:

- (1) 轴向拉伸(图 1-2, a)或轴向压缩(图 1-2, b);
- (2) 剪切(图 1-2, c);
- (3) 扭转(图 1-2, d);
- (4) 弯曲(图 1-2, e)。

杆件的变形,不外乎是以上四种基本变形形式之一,或者是某

几种基本变形形式的组合,后者称为组合变形。

在以下各章中,将分别就上述几种基本变形形式进行较详细的分析讨论,然后再进一步讨论组合变形问题。

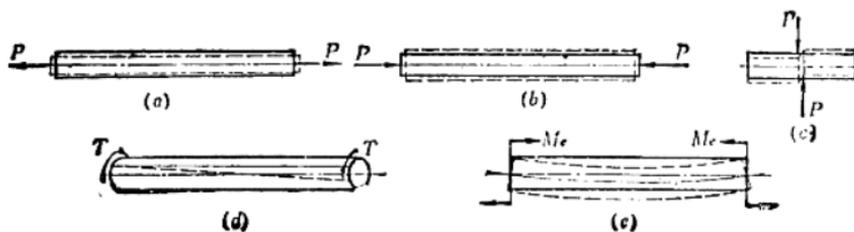


图 1-2

板

壳

## 第二章 轴向拉伸和压缩

### § 2-1 轴向拉伸和压缩的概念

在工程中，经常遇到轴向拉伸或压缩变形的构件。例如水压机的立柱(图 2-1, *a*, *b*)，油压千斤顶的顶杆(图 2-1, *c*, *d*)，以及

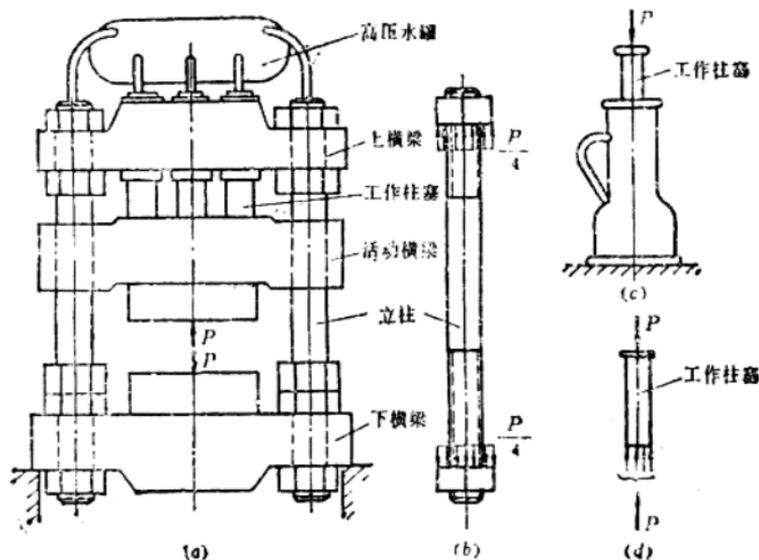


图 2-1

起重机的吊索和厂房的立柱等，都属于这类构件。它们的几何形状各不相同，加力方式也因端部连接情况的不同而各有差异(因杆端外力一般总是通过连接部分传递到杆上的)。但如果不考虑杆端部的具体连接情况，则这类构件都可抽象为如图 2-2, *a*, *b* 所示的计算简图。由图可见，杆的受力特点是作用于直杆两端的外力

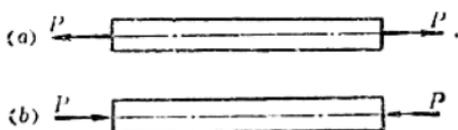


图 2-2

是一对方向相反而作用线均与杆轴线重合的集中力,其方向背离或指向杆的端面。)这两种情况下的外力,分别称为轴向拉力和轴向压力。在这样的外力作用下,杆的主要变形特点是:沿轴线方向产生纵向伸长或缩短。杆件的这种变形形式称为轴向拉伸或轴向压缩。通常将轴向拉伸情况下的杆称为拉杆(图 2-2, a) 轴向压缩情况下的杆称为压杆(图 2-2, b)。

本章将主要研究轴向拉伸(压缩)时杆件的强度和变形,以及材料的力学性能等问题。

## § 2-2 轴向拉伸(压缩)时的内力·截面法

这里首先介绍内力的一般概念,然后结合拉(压)杆内力的计算介绍求内力的一般方法。

### (一) 内力的概念

内力是指物体内部各部分之间相互作用的力。物体在未受外力作用时,其内部各质点之间本来就有力在相互作用。当物体受到外力作用而变形时,其内部各质点的相对位置将有变化,与此同时各质点之间相互作用的力也有所改变。这种原有内力的改变,是物体在外力作用下产生的附加内力。由于在材料力学中讨论和计算的只是这种附加内力,故通常就简称它为内力。对于这种内力的计算,是分析构件强度、刚度和稳定性等问题的基础。

### (二) 拉(压)杆横截面上的内力·截面法

由于内力是物体在外力作用下,其内部相互作用的力,故它的

大小及指向只有将物体假想地截开后才有可能确定。为此，沿拉杆(图 2-3, a)的任一横截面  $m-m$  假想地将杆截分为  $I$ 、 $II$  两段，留下一部分例如  $I$ ，移去另一部分  $II$ ，并将移去的  $II$  段对留下的  $I$  段的作用以截开面上的内力来代替(图 2-3, b)。由于已对材料

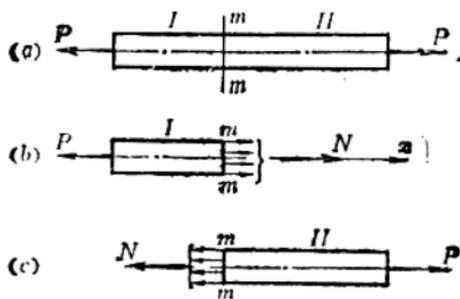


图 2-3

作了连续性的假设，所以在截开面上将有连续分布的内力，今后称其为分布内力。由于在分析具体问题时，总是先要知道截面上分布内力的合力，故通常又将内力这一名词用来代表分布内力的合力。图 2-3, b 中的力  $N$  就是这里所说的内力。

对于  $I$  段杆来说，截开面  $m-m$  上的内力  $N$  已成为外力。由于整个拉杆处于平衡状态，因而其留下的  $I$  段在已知外力  $P$  和内力  $N$  的作用下也应保持平衡。所以，可以通过该部分的平衡方程

$$\sum X = 0, \quad N - P = 0$$

得 
$$N = P \quad (a)$$

$N$  即为杆任一横截面上的内力，其作用线和指向如图 2-3, b 中所示。作用线与杆轴线重合或垂直于杆的横截面并通过其形心的内力称为轴力。轴力的单位与外力  $P$  的相同，在国际单位制中采用的单位是牛顿或千牛顿，其代号分别为  $N$  或  $kN$ 。

由作用与反作用原理可知， $II$  段杆在横截面  $m-m$  上也必然有轴力，其数值与上述的相同，而指向则与上述的相反(图 2-3, c)。