



王牌、金牌、银牌、铜牌，最接近真题的才是好牌！



小学数学 培优竞赛

最热题型全归纳

题型最热——精心梳理历届初复试真题，按出现频率挑选最热题型
归纳最全——全面总结同类题目难中易，按重要程度归纳最热题型
题目最好——讲练结合并做到举一反三，按专题分类设置最热题型



主编☆蒋忠勇 许静妍 张培贤



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

小学数学 培优竞赛

最热题型全归纳



请通过以下方式关注我们，获得更多增值服务

上架建议：小学教辅/小学奥数

华东理工大学出版社



扫码关注官方微博

华东理工大学出版社



扫码关注官方微信

购书热线 021-64250306

ISBN 978-7-5628-4101-2



9 787562 841012 >

定价：25.00元



赢在思维 小学数学
培优竞赛
最热题型全归纳

主编 ☆ 蒋忠勇 许静妍 张培贤
编委会 ☆ 蒋忠勇 朱诗洁 许静妍 孙璐怡
陈文瑜 张培贤 唐佳婉 倪昶雯
盛丹青 黄凤仪 黄伊雯 董佳旋



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

赢在思维. 小学数学培优竞赛最热题型全归纳. 4 年级 / 蒋忠勇, 许静妍, 张培贤主编. —上海: 华东理工大学出版社, 2015.1
ISBN 978-7-5628-4101-2

I. ①赢… II. ①蒋… ②许… ③张… III. ①小学数学课—题解
IV. ①G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 270621 号

赢在思维

小学数学培优竞赛最热题型全归纳(4 年级)

主 编 / 蒋忠勇 许静妍 张培贤

策划编辑 / 郭 艳

责任编辑 / 刘 婧

责任校对 / 金慧娟

封面设计 / 戚亮轩

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地 址: 上海市梅陇路 130 号, 200237

电 话: (021)64250306(营销部)

(021)64252174(编辑室)

传 真: (021)64252707

网 址: press.ecust.edu.cn

印 刷 / 常熟新骅印刷有限公司

开 本 / 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 / 9.75

字 数 / 200 千字

版 次 / 2015 年 1 月第 1 版

印 次 / 2015 年 1 月第 1 次

书 号 / ISBN 978-7-5628-4101-2

定 价 / 25.00 元

联系我们: 电子邮箱 press@ecust.edu.cn

官方微博 e.weibo.com/ecustpress

淘宝官网 <http://shop61951206.taobao.com>

华东理工大学出版社



淘宝店: shop61951206.taobao.com



小学是提升数学思维能力的重要阶段,随着学校和家长对各类竞赛的重视程度的提高,市面上关于培优、竞赛的辅导书应运而生,参差不齐.如何能使小学生在短时间内不仅有效地提高数学思维能力,还能够使他们在学习中体会到乐趣,并获得成就感,往往是老师和家长比较关注的问题.因此,本书编委将各类竞赛试题系统整理,按“一周一专题”的形式进行编排,将各类培优竞赛中最热题型进行分类归纳,旨在使读者触类旁通,从而大大提高学习效率.

本书主要有以下特点.

第一,强化思想方法,重视知识拓展.

解答大部分题目的“密钥”基本上都是基础公式或定理的延伸和转化,所以只有把基本概念理解透彻了,把基本公式熟练掌握了,才能灵活运用于每道题目.本书的每个专题都是先将基本概念和基本公式进行梳理讲解,既便于随时查找,又可以通过反复强化使读者熟记于心,做到一看便能看出解题的突破口.

第二,最热题型举例,勿忘举一反三.

我们推崇这样一种学习方法,即融会贯通,触类旁通;同时,我们拒绝这样一种学习态度,即囫囵吞枣,不求甚解.本书通过设置“铜牌例题”“银牌例题”“金牌例题”“王牌例题”,将近年来全国知名度较高的培优竞赛(如希望杯、中环杯、走美杯等竞赛)原题作为例题,进行详细解析.同时,在每道例题下面都附有“举一反三”,选择同解法或同类型的题目来让读者熟练掌握同一类型的题目.

第三,敢于大显身手,乐于小试牛刀.

任何一个知识点的牢固掌握都要经过多次的反复训练,因此本书每一周都设有一个“大显身手”版块,即有5~10道题的练习题,这些题目中既有对前面例题所阐述方法的巩固复习,又有稍高一个难度等级的题目加以提高练习.另外,本书在最后设有4套“小试牛刀”测试卷,供读者检测自己对整本书内容的掌握情况.

本书所提倡的系统学习方法反映出新课标的精神,即体现了时代性、趣味性、开放性、探索性和实践性,引导孩子们喜欢数学、学好数学.书中不足之处在所难免,希望读者在使用过程中遇到问题能够反馈给我们,使本套丛书做得更好.

编者



第一周	等差数列及其应用	1	第十四周	抽屉原理及其应用	62
第二周	速算与巧算	5	第十五周	排列组合	67
第三周	和差倍问题及其综合应用	8	第十六周	容斥原理	72
第四周	数字与数位的奥秘	13	第十七周	逻辑推理	77
第五周	还原问题	17	第十八周	统筹规划	83
第六周	归一问题和归总问题	23	第十九周	格点与面积	88
第七周	平均数问题	27	第二十周	数阵图	95
第八周	整除问题和带余除法	31	小试牛刀 I	102	
第九周	三角形问题	35	小试牛刀 II	104	
第十周	长方形问题	41	小试牛刀 III	106	
第十一周	鸡兔同笼问题	47	小试牛刀 IV	108	
第十二周	行程问题 I	52	参考答案与解析	110	
第十三周	行程问题 II	57			



第一周 等差数列 及其应用



数列是按一定顺序排成的一列数. 数列中的每一个数都叫作项, 第一项称为首项, 最后一项称为末项. 数列中所有项的个数叫作项数. 一个数列, 从第二项起, 每一项与它前一项的差都相等, 这样的数列叫作等差数列, 其中相邻两项的差叫作公差.

例如这列数: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 数字“2”称为首项, 数字“16”称为末项, 在这列数中项数为8, 公差为 $4 - 2 = 2$.

【解题技巧】

解法一: 在等差数列中, 如果已知首项、末项、公差, 求总和时, 应先求出项数, 然后再利用等差数列求和公式求和.

解法二: 某些问题转化为求若干个数的和. 解决这些问题时, 先要判断这些数是不是等差数列, 如果是等差数列才可以运用它的一些公式.

【基本公式】

- 等差数列的总和 = (首项 + 末项) $\times$ 项数 $\div 2$
- 项数 = (末项 - 首项) $\div$ 公差 + 1
- 末项 = 首项 + 公差 $\times$ (项数 - 1)
- 首项 = 末项 - 公差 $\times$ (项数 - 1)
- 公差 = (末项 - 首项) $\div$ (项数 - 1)
- 等差数列(奇数个数)的总和 = 中间项 $\times$ 项数

关键问题: 在解决自然数的数学问题时, 应根据题目的具体特点, 有时可考虑将题中的数适当分组, 并将每组中的数合理配对, 使问题得以顺利解决.





(第十一届“小机灵杯”决赛)把 2012 写成 N 个互不相同的正整数的和, N 最大等于_____.

【答案】62.

【解析】 $1 + 2 + \cdots + 63 = (63 + 1) \times 63 \div 2 = 2016 > 2012$, 即 $N < 63$.

$1 + 2 + \cdots + 62 = (62 + 1) \times 62 \div 2 = 1953 < 2012$, 于是 N 最大等于 62.

【举一反三 1】

把 1988 表示成 28 个连续偶数的和, 那么其中最大的那个偶数是多少?



若干人围成 8 圈, 一圈套一圈, 从外向内各圈人数依次少 4 人. 如果最内圈有 32 人, 那么共有多少人?

【答案】368.

【解析】最外圈(末项)的人数是: $32 + (8 - 1) \times 4 = 32 + 28 = 60$ (人). 则共有人数: $(32 + 60) \times 8 \div 2 = 92 \times 8 \div 2 = 368$ (人).

【举一反三 2】

某剧院有 25 排座位, 后一排比前一排多两个座位, 最后一排有 70 个座位. 这个剧院一共有多少个座位?



(第十二届“中环杯”决赛)2012 个连续自然数按从小到大的顺序排列, 取出其中第 2 个数, 第 4 个数, 第 6 个数……第 2012 个数, 把剩下的数相加, 得到的结果是 1025114, 则这 2012 个连续自然数的和为多少?

【答案】2051234.





【解析】把 2012 个数的和写成 $A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_{2011} + A_{2012}$, 抽出的偶数项 $A_2 + A_4 + \cdots + A_{2012}$, 剩下是奇数项 $A_1 + A_3 + \cdots + A_{2011}$, 由已知条件可知奇数项和为 1025114, 奇数项和偶数项各有 $2012 \div 2 = 1006$ 项. 由于是连续数列, 可知 $A_1 + 1 = A_2, A_3 + 1 = A_4, \cdots, A_{2011} + 1 = A_{2012}$, 由此得出偶数项的和 $= 1025114 + 1006 = 1026120$. 所以 2012 个数的和 $= 1025114 + 1026120 = 2051234$.

【举一反三 3】

(第十一届“希望杯”初赛)若三个连续奇数的和是 111, 则其中最小的奇数是_____.



(第十四届“中环杯”初赛)将既能被 5 整除又能被 7 整除的自然数从 105 起从小到大排成一行, 取前 2013 个数. 这 2013 个数的和被 12 除的余数是_____.

【答案】3.

【解析】即求一个首项为 105, 公差为 $5 \times 7 = 35$ 的等差数列的前 2013 项的和.

第 2013 项为 $105 + (2013 - 1) \times 35 = 35 \times 3 + 35 \times 2012 = 35 \times 2015$

前 2013 项的和为 $(105 + 35 \times 2015) \times 2013 \div 2 = 35 \times 1009 \times 2013$

$35 \times 1009 \times 2013$ 除以 12 的余数为 $11 \times 1 \times 9$, 这个和除以 12 余 3.

【举一反三 4】

(第十届“希望杯”初赛)小兰将连续偶数 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ... 逐个相加, 得结果 2012. 验算时发现漏加了一个数, 那么, 这个漏加的数是_____.

大显身手

1. (第十届“希望杯”初赛)将 6 个连续的自然数从小到大地排列, 如果后 3 个数的和是前 3 个数的和的 2 倍, 那么这 6 个数中最大的数是_____; 这 6 个数的和_____.
2. 若在等差数列 2, 5, 8, ... 的每相邻两项中间插入三项, 使它构成一个新的等差数列, 则原数列的第 10 项, 是新数列的第_____项.
3. 在 1949, 1950, 1951, ..., 1997, 1998 这五十个自然数中, 所有偶数之和比所有奇数之和多多少?





4. 小明从一月一日开始写大字,第一天写了 4 个,以后每天比前一天多写相同数量的大字,结果一月份全月共写 589 个大字,小明每天比前一天多写几个大字?
5. 若干个同样的盒子排成一排,小明把 50 多枚同样的棋子分装在盒中,其中只有一个盒子没有装棋子.然后他外出了,小光从每个有棋子的盒子里各拿了一枚棋子放在空盒内,再把盒子重新排列了一下.小明回来仔细查看了一番,没有发现有人动过这些盒子和棋子.那么共有多少个盒子?
6. 9 个连续偶数的和比其中最小的数多 232,这九个数中最大的数是多少?
7. 有一列数:1,1993,1992,1,1991,1990,1,...从第三个数起,每一个数都是它前面两个数中大数减小数的差,求从第 1 个起到 1993 个数这 1993 个数之和.
8. 下面的算式是按一定规律排列的 $4+3, 5+6, 6+9, 7+12, \dots$,那么第 100 个算式的得数是多少?





第二周 速算与巧算



四则混合运算是小学数学的基础知识,也是各类竞赛中常考的内容。竞赛中的有关四则运算题综合性强、灵活性大,学生除了要具有扎实的基础外,还要掌握一定的速算与巧算的技巧,如凑整法、变形法、拆项法等。

【解题技巧】

不需要急着按照题目给出的式子进行运算,看完整道题目,思考简便方法再进行运算。

【基本公式】

- 先借后还:一些题目按一般方法计算势必影响解题速度,而从“凑整”着眼,采用“先借后还”的方法,会大大简化运算。
- 拆分运算:在加减乘除法运算中,把一个数分解成几个数的乘法或加减法,进行数学变形,使隐含数量关系明朗化,并抵消其中的一些数,往往可大大地简化运算。
- 分组计算:对于组合后计算得出特殊值的项进行合并同类项,然后计算,会更加简便。
- 由小推大:遇到有些题目数多,关系复杂时,我们可以从数目较小的特殊情况入手,研究题目特点,找出一般规律,再推出题目的结果。

关键问题:找出整道题目中隐含的、可简化的条件。





铜牌例题

$$1+2+4+5+7+8+10+\cdots+1999+2000=\underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】1334667.

【解析】观察题目可以发现,这串数不成为等差数列,它每隔两个数就缺少一个数,缺少的数分别是3,6,9,⋯,1998.那么可以采用“先借后还”的方法,先“借”来3,6,9,⋯,1998,使之成为等差数列,便于计算,再将“借”来的数“还”掉,即减去3,6,9,⋯,1998 这些数的和.

$$\begin{aligned}\text{解: } 1+2+4+5+7+8+\cdots+1999+2000 &= 1+2+3+4+5+6+7+8+9 \\ &+ \cdots +1998+1999+2000 - (3+6+9+\cdots+1998) \\ &= (1+2000) \times 2000 \div 2 - (3+1998) \times 666 \div 2 \\ &= 2001000 - 666333 = 1334667.\end{aligned}$$

【举一反三 1】

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

银牌例题

(第十届“走美杯”初赛)计算: $2012+2011+2010+\cdots+1007-1006-1005-1004-\cdots-1=\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】1012036.

【解析】分组计算.

解法一:由于正数的个数有 $2012-1007+1=1006$,与负数的个数相同,于是想到分组计算.

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (2012-1006) + (2011-1005) + (2010-1004) + \cdots + (1007-1) \\ &= 1006 \times 1006 = 1012036.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法二:原式} &= (2012-1) + (2011-2) + (2010-3) + \cdots + (1007-1006) \\ &= 2011+2009+2007+\cdots+1 = (1+2011) \times 1006 \div 2 = 1012036.\end{aligned}$$

【举一反三 2】

(第十三届“中环杯”初赛) $2012-2011-2010+2009+2008-2007-2006+2005+\cdots+8-7-6+5+4-3=\underline{\hspace{2cm}}.$

金牌例题

(第十三届“中环杯”决赛) $999999 \div 185185 \times 20 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】108.

【解析】拆分法. $27 \times 37 \times 1001 \div 5 \div 37 \div 1001 \times 20 = 27 \times 4 = 108.$

【举一反三 3】

(第十四届“中环杯”初赛) $45 \times 1234321 - 3333 \times 9999 = \underline{\hspace{2cm}}.$





(第十一届“小机灵杯”初赛)计算: $(123456 + 234561 + 345612 + 456123 + 561234 + 612345) \div 7 =$ _____.

【答案】333333.

【解析】由小推大(找规律).

观察上式括号内的 6 个数,个位上分别是 1,2,3,4,5,6;十位上分别是 1,2,3,4,5,6;百位上分别是 1,2,3,4,5,6;其余数位类似. 则

$$\begin{aligned} \text{原式} &= [1000000 \times (1+2+3+4+5+6) + 10000 \times (1+2+3+4+5+6) + \\ &\quad 1000 \times (1+2+3+4+5+6) + 100 \times (1+2+3+4+5+6) \\ &\quad + 10 \times (1+2+3+4+5+6) + 1 \times (1+2+3+4+5+6)] \div 7 \\ &= (100000 \times 21 + 10000 \times 21 + 1000 \times 21 + 100 \times 21 + 10 \times 21 + 1 \times 21) \\ &\quad \div 7 \\ &= (100000 + 10000 + 1000 + 100 + 10 + 1) \times 21 \div 7 \\ &= 111111 \times 3 = 333333 \end{aligned}$$

【举一反三 4】

(第十一届“小机灵杯”决赛) $19 = 1 \times 9 + (1 + 9)$, $29 = 2 \times 9 + (2 + 9)$, $39 = 3 \times 9 + (3 + 9)$, $49 = 4 \times 9 + (4 + 9)$, $\dots$, $189 = 18 \times 9 + (18 + 9)$, 则 $2189 =$ _____.

大显身手



1. (第十一届“希望杯”初赛) $111 \div 3 + 222 \div 6 + 333 \div 9 =$ _____.
2. (第十二届“春蕾杯”初赛) $2 \div (5 \div 7) \div (7 \div 11) \div (11 \div 16) \div (16 \div 35) =$ _____.
3. (第十届“小机灵杯”决赛) $2 - (2 + 4) + (2 + 4 + 6) - (2 + 4 + 6 + 8) + \dots - (2 + 4 + \dots + 96) + (2 + 4 + 6 + \dots + 98) =$ _____.
4. $\frac{7}{16} + \frac{5}{16} + \frac{17}{32} + \frac{3}{16} =$ _____.
5. $(2 + 4 + 6 + \dots + 996 + 998 + 1000) - (1 + 3 + 5 + \dots + 995 + 997 + 999) =$ _____.
6. $199 + 1999 + 19999 + 199999 =$ _____.
7. $20082008 \times 2009 - 20092009 \times 2008 =$ _____.





第三周

和差倍问题 及其综合应用



和差问题指的是已知两个数的和及两个数的差，求这两个数的问题。和倍问题指的是已知两个数的和与它们的倍数关系，求这两个数的问题。差倍问题是已知两个数的差，以及这两个数的倍数关系，求这两个数的问题。

【解题技巧】

和差问题，解答时首先要弄清两个数相差多少的不同叙述方式。和倍问题和差倍问题类似，解答时主要是确定两个数量的和(差)及相对应的倍数和(差)。

【基本公式】

● 和差问题： $(和 - 差) \div 2 = 较小数$

$(和 + 差) \div 2 = 较大数$

● 和倍问题： $和 \div (倍数 + 1) = 1 倍数(较小数)$

$1 倍数(较小数) \times 倍数 = 几倍数(较大数)$

$和 - 1 倍数(较小数) = 几倍数(较大数)$

● 差倍问题： $差 \div (倍数 - 1) = 1 倍数(较小数)$

$1 倍数(较小数) \times 倍数 = 几倍数(较大数)$

$和 - 1 倍数(较小数) = 几倍数(较大数)$

关键问题：在综合应用(年龄问题)中需掌握以下几个基本规律。

- (1) 两人年龄的差是不变的量。
- (2) 两人年龄的倍数关系是变化的量。
- (3) 每个人的年龄随着时间的增加都增加相等的量。





铜牌
例题

(第八届“希望杯”初赛)如果两个自然数的和与差的积是 23,那么这两个自然数的和除以这两个数的差的商是_____.

【答案】23.

【解析】和差问题. 23 只能是 1 与 23 的乘积,所以这两个自然数的和是 23,差是 1. 所以和除以差的商为 23.

【举一反三 1】

甲、乙两校共有学生 432 人,为了照顾学生就近入学,经协商由甲校调入乙校 16 人,这样甲校比乙校还多 24 人,则原来甲校有学生多少人? 乙校有学生多少人?

银牌
例题

(第十二届“中环杯”初赛)有 A, B, C 三辆货车, C 车装的货物是 B 车的一半, B 车装的货物比 A 车少 180 千克, A 车装的货物是 C 车的 4 倍. A, B 两辆车共装货物_____千克.

【答案】540.

【解析】和差倍问题. 由于 A 车装的货物是 C 车的 4 倍,而 B 车装的货物是 C 车的 2 倍,可知, A 车装的货物是 B 车的 2 倍. 而 A 车装的货物比 B 车装的货物多 180 千克,可知, B 车装的货物为 180 千克, A 车装的货物为 360 千克, C 车装的货物为 90 千克. 题目要求 A 车与 B 车所装货物之和,可知为 $360 + 180 = 540$ (千克).

【举一反三 2】

(第八届“希望杯”初赛)某养鸡场的母鸡只数是公鸡只数的 6 倍,后来公鸡、母鸡各增加 60 只,母鸡的只数变成公鸡只数的 4 倍,则养鸡场原来一共养了_____只鸡.





金牌
例题

(第九届“走美杯”初赛)小华问陈老师今年有多少岁,陈老师说:“当我像你这么大时,我的年龄是你年龄的10倍.当你像我这么大时,我已经56岁了.”陈老师今年多少岁?

【答案】38岁.

【解析】和差倍问题(年龄问题),差不变.设当陈老师与小华一样大时,小华为1份,则陈老师为10份,此时年龄差为9份,所以现在小华为10份,陈老师为19份.当小华像陈老师一样大时,小华19份,陈老师为28份,此时1份为2,所以陈老师今年38岁.

【举一反三 3】

(第九届“希望杯”初赛)今年,李林和他爸爸的年龄的和是50岁,4年后,他爸爸的年龄比他的年龄的3倍小2岁,则李林的爸爸比他大_____岁.

银牌
例题

(第八届“希望杯”初赛)森林里有—对兔子兄弟赛跑,弟弟先跑10步,然后哥哥开始追赶,若弟弟跑4步的时间等于哥哥跑3步的时间,哥哥跑5步的距离等于弟弟跑7步的距离,那么兔子哥哥跑_____步才能追上弟弟.

【答案】150.

【解析】和差倍问题.根据题意,设哥哥每步距离为7份,那么弟弟每步距离为5份.当弟弟跑4步,哥哥只能跑3步,也就是说弟弟跑 $5 \times 4 = 20$ (份)时,哥哥跑 $7 \times 3 = 21$ (份).即哥哥跑3步,多追弟弟1份.现弟弟多跑50份,即相当于哥哥跑了 $50 \times 5 = 150$ (步).

【举一反三 4】

猎犬发现在离它10米远的前方有一只奔跑着的野兔,马上紧追上去,猎犬的步子大,它跑5步的路程,兔子要跑9步,但是兔子的动作快,猎犬跑2步的时间,兔子却要跑3步.猎犬至少跑多少米才能追上兔子?





大显身手

1. 6 年前,母亲的年龄是儿子的 5 倍,6 年后母子年龄和是 78 岁,那么母亲今年多少岁?
2. 甲、乙两人的年龄和正好是 100 岁.当甲像乙现在这样大时,乙的年龄正好是甲年龄的一半.甲、乙两人今年各多少岁?
3. 主人追他的狗,狗跑 3 步的时间主人跑 2 步,但主人的 1 步是狗的 2 步.狗跑出 10 步后,主人开始追,主人追上狗时,狗跑出了多少步?
4. 兄弟两人各有存款若干元,若哥哥给弟弟 45 元,两人的钱就一样多,若弟弟给哥哥 45 元,则哥哥的钱就是弟弟的钱的 2 倍,兄弟各有多少钱?
5. 果园里有梨树、桃树、核桃树共 526 棵,梨树比桃树的 2 倍多 24 棵,核桃树比桃树少 18 棵. 那么梨树、桃树及核桃树各有多少棵?

