

162930

123672

高等学校教学用书

# 解析几何学教程

上册

Н. И. 穆斯海里什維利著



高等教育出版社

一九五六  
九月  
十四日

統一書号 13010·19

定 价 ￥ 1.30

162845 123001

基本馆藏  
高等学校教学用书

# 解析几何学教程

下 册

Н. И. 穆斯海里什維利著



高等教育出版社

一九三六年 九月十日

統一書号 13010·20  
定 价 ￥ 1.10

高等学|校教学用書



# 解析几何学教程

上册

Н. И. 穆斯海里什維利著  
中山大学几何教学小组译

高等教育出版社

高等学校教学用书



# 解析几何学教程

下册

И. И. 穆斯海里什維利著  
中山大学几何教学小组译

高等教育出版社

---

本書係根據蘇聯國立技術理論書籍出版社（Государственное издательство технико-теоретической литературы）出版的穆斯海里什維利（Н. И. Мусхелишвили）著“解析幾何學教程”（Курс аналитической геометрии）1947年第三版增訂本譯出，原書經蘇聯高等教育部審定為綜合大學數理系教科書。

本書的內容和性質是為使初學者明瞭將分析應用於幾何是有明確的普遍方法，並發展學生在這一領域內的技能，同時使學生習慣於向量運算及行列論和一次、二次方式輪的實際應用。

全書有十二章及附錄一章，中譯本分上下兩冊出版。上冊包括原書的前六章，目錄如下：一、向量、平行投影，二、矢量的坐標、點的坐標，三、笛卡兒坐標的變換、運動和仿射變換，四、平曲線的方程、平面上的直線，五、空間的直線和平面，六、虛元素和假元素、齊次笛氏坐標和投影坐標、投影變換。

## 解 析 几 何 学 教 程

上 册

Н. И. 穆斯海里什維利著

中山大学几何教学小組譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號）

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 13010-19 開本 850×1168 1/32 印張 11 4/16 字數 299,000

一九五四年六月上海第一版

一九五六年五月上海第二次印刷

印數 7,001—8,600

定價(8) 1.30

本書係根據蘇聯國立技術理論書籍出版社（Государственное издательство технико—теоретической литературы）出版的穆斯海里什維利（Н. И. Мусхелишвили）著“解析幾何學教程”（Курс аналитической геометрии）1947年第三版增訂本譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為綜合大學數理系教科書。

中譯本分上下兩冊出版，此為下冊，包括第七至十二章及附錄。目錄如下：七、圓錐截線的簡化方程和初步性質；八、二次曲線的投影性質、切線和極線；九、二次曲線的仿射性質和度量性質；十、不變量、二次曲線的形狀和位置的決定；十一、二次曲面的基本性質，切面、中心、直徑；十二、個別二次曲面形狀的探求，母直線、圓截口；附錄、關於一次方式和二次方式的基本知識。

本書由中山大學幾何教學小組集體翻譯。

## 解析几何学教程

下 册

Н. И. 穆斯海里什維利著

中山大學幾何教學小組譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號）

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 171(課 164) 開本 850×1168 1/32 印張 9 4/16 字數 261,000

一九五四年十二月上海第一版

一九五六年五月上海第二次印刷

印數 5,001—6,500

定價(8) 1.10



本版在內容上和以前各版很少差別：只有第六章大部份是重新寫的。

但敘述的次序，此次略有變更。除了對這個教程的講授順序附加了一系列的補充說明外，並把那些對於初級學生不必要的材料，作了更明顯的劃分。我希望這樣可以大大地減輕初學者學習這一科目的負擔。

一九四五年冬季，第比里斯 H. 穆斯海里什維列

### 幾點說明

(寫給大學生和教師們)

1° 關於敘述的性質和內容的選擇，我認為有加以說明的必要。依我的意見，在數學物理等系講授解析幾何的基本目的是：使初學者認識到將分析應用於幾何，有明確的普遍方法，並發展學生在這領域內所必須鞏固的技能。如果不是爲了這個主要目的，那末，敘述本教程中較小範圍的幾何事實，便要比現在所佔篇幅少得多。

此外，解析幾何一課更應服務於兩個附帶的但十分重要的目的：使學生儘可能早些習慣於向量運算，以及行列式論和一次、二次方式論的實際應用。教學計劃中的任何其他科目未必能夠更好地達到這些目的。

我已慎重地考慮到所有這些要求，並設法不使教程負擔過重。

2° 在寫作供初級學生使用的任何數學教本時，必須對於邏輯的次序和實際教學上所要求的次序加以選擇；更恰當地說，要在二者之間作適當的折衷。我不願犧牲一些邏輯上的次序。因此，教材是依照學生在第二次閱讀或進一步複習時所應採用的順序而編排的。在初次閱讀和講授時，我建議作一些重新佈置。

3° 凡從某方面考慮，對於一年級學生是不必要的教材，在本書裏

使用小號字排印；它可以完全刪去，而不致影響書中其餘部份的了解（但這不包括各節後面所排的習題）。

其次，在初次閱讀這書時，有些節目可以（而且最好）暫時省略，留待以後補讀；這將分別在各處註腳裏聲明。其中較主要的如下：

本教程結構的基礎，在於根據著名的分類觀念，把幾何性質分為度量性質，仿射性質，和投影性質。但只有當初學者認識了一定的具體材料，和獲得某些必需的技能之後，他們才容易掌握這一觀念。因此，在本書開端，分類的觀念只以模糊的形式出現，直到第三章的後部（§ 78），才把它交代清楚。我以為分類觀念的認識，似應適當地推到更後一些。爲了照顧到這一點，我建議採取下面的次序，來學習這個教程。

開頭順着第一章到第五章進行，刪去第三章一大部份（即只保留這章 §§ 64 至 66），並刪去第六章全章，直接進到第七章，在那裏講授圓錐截線的基本性質。

以後便要補讀第三章所刪去的部份，再進到第六章。以後各章（由第八章開始），可按原編排的順序進行講授<sup>①</sup>。

4° 我這樣編排教材，爲的是使讀者只須一旦掌握了關於投影坐標和投影變換的最普通的概念，便可理解用大字排印的正文。而要掌握這些概念，又只須瀏覽第六章第三段 §§ 176 至 179 便夠用了。

5° 至於書中所舉的“習題”，要知道它們決不能用來代替專門的習題彙編的：這些習題，僅是爲了解釋一些當時遇到的或有時隨後跟着的個別命題和公式。大部份習題非常簡單，並未要求讀者用任何創造性的才能去演算。

6° 書尾“附錄”是關於一次和二次方式理論的初步知識，這對於明瞭書中基本內容是必需的。初學者可在個別地方碰到引證參考時，去逐漸理解附錄中的資料。

---

① 跟着在第七章學完二次曲線的基本性質之後，我們也可以馬上進到第十二章的第一段，去討論個別二次曲面的形狀。

## 引 言

解析幾何本身的目的，就是利用計算或數學分析，來作幾何圖形性質的研究。

正如我們下面所見到的，問題在於可以用各種方法，把一方面的幾何圖形，和另一方面的數，建立密切的聯繫，使得每個幾何圖形或它的任何性質，對應於確定的一組數字或數字間若干確定的關係。

人們可以創造很多方法去實現所述的聯繫，但從數學以及將數學應用到自然科學這一觀點來看，其中只有少數幾種，值得注意。這些少數方法中最重要的是笛卡兒<sup>①</sup>首先有系統地所應用的方法，故笛氏可說就是解析幾何的創始人。

目前我們只要知道幾何的形式和數的形式之間所存在的聯繫，能夠用某種方法實現出來，也只要知道每一幾何問題如此便可化為分析問題，這樣便已足夠了。

由這一點，已可想見解析幾何應該起多麼重要的作用：有了它才有可能使幾何學利用大部份集中於數學分析上，特別是代數上的豐富的成果。不但如此，有些分析上的問題，一經化為幾何圖形的討論，解答起來往往更加方便。這樣一來，幾何便成為分析的重要助手。例如許多代數問題都因有了幾何的討論才獲得非常明確的解答。

習慣上“解析幾何”這個名詞所指的只是這科目中用到初等代數<sup>②</sup>的那部份。本書的標題，也是依照這個意義命名的。

矢量的概念，在解析幾何裏，是最有效的輔助工具（正如它在許多其他數學部門中一樣）。因此，本教程一開始便要敘述關於矢量的那些最必要的概念和命題。

---

① 笛卡兒 (René Descartes, 或依照他的時代所通用的拉丁文譯名 Cartesius) 是法國著名的數學家和哲學家 (1596—1650)。

② 這科目其他部份的名稱爲：微分幾何，曲面論，等等。

# 目 錄

## 第三版序

## 引言

第一章 矢量, 平行投影	1
I. 線段, 軸, 矢量	1
§ 1. 線段 § 2. 軸 § 3. 矢量 § 4. 矢量的相等 § 5. 矢量: 自由矢量, 滑動矢量, 膠着矢量	
II. 矢量的和, 數量乘矢量的乘積	4
§ 6. 加法和乘法的運算 § 7. 矢量的和 § 8. 特款 § 9. 矢量的差 § 10. 數量乘矢量的積 § 11. 與一已知方向平行的矢量, 單位矢量 § 12. 在軸上的矢量	
III. 軸上投影和面上投影	15
§ 13. 軸上的投影 § 13 a. 在同一平面上的圖形的投影 § 14. 平面上的投影 § 15. 矢量的和與差在軸上的投影 § 16. 矢量的和與差在平面上的投影 § 17. 數量乘矢量的積的投影	
IV. 直角投影的計算公式	21
§ 18. 兩方向間的角 § 19. 矢量在軸上的直角投影的計算公式 § 19. a. 推廣 § 20. 矢量投到平面上的直角投影的長 § 21. 平面圖形在另一平面上的投影的面積	
V. 兩個矢量的數積與矢積	27
§ 22. 兩個矢量的數積 § 23. 用數積來表示矢量的直角投影 § 24. 三個方向的右手系和左手系 § 25. 兩個矢量的矢積 § 26. 三個矢量的混合積	
第二章 矢量的坐標, 點的坐標	37
I. 笛氏坐標	37
§ 27. 在直線(或軸)上的坐標 § 28. 矢量和點在平面上的坐標 § 29. 平面上的直角坐標 § 30. 矢量和點在空間的坐標 § 31. 空間的直角坐標 § 32. 按給定方向來分解矢量 § 33. 笛氏坐標的推廣	
II. 表示仿射性質的基本公式	51
§ 34. 已知矢量的和的坐標 § 35. 用已知的起點和終點來決定矢量 § 36. 以數量乘矢量的乘積的坐標 § 37. 兩個矢量平行的條件 § 37 a. 兩個矢量平行的條件(補充) § 38. 三點共線的條件 § 39. 三個矢量共面的條件 § 40. 四點共面的條件 § 41. 線段的定比分割	

III. 用直角坐標表示度量性質的基本公式	64
§ 42. 兩個矢量的數積 § 43. 矢量的長; 矢量和坐標軸的夾角; 兩點間的距離	
§ 44. 坐標單位矢量; 方向餘弦 § 45. 兩個矢量(或兩個方向)所成的角 § 46.	
兩個矢量(或方向)垂直的條件 § 47. 平面上旋轉方向的定義 § 48. 平面上兩	
個方向的夾角的定義(在這個角有了正負號之後) § 49. 三角形的面積, 已知構	
成兩邊的兩個矢量 § 50. 三角形的面積, 已知三個頂點 § 51. 兩個矢量的矢	
積 § 52. 三個矢量的混合積. 平行六面體的體積 § 53. 四面體的體積, 已知頂	
點的坐標	
IV. 用廣義笛氏坐標表示度量性質的基本公式	83
§ 54. 協變和逆變的笛氏坐標 § 55. 協變坐標和逆變坐標的關係 § 56. 幾個	
主要的表示方式: 兩個矢量的數積, 矢量的長, 兩點間的距離, 兩個方向所成的	
角 § 57. 在狹義斜角坐標系裏的方向坐標和方向餘弦	
V. 各種坐標系	90
§ 58. 平面上的極坐標系 § 59. 推廣 § 60. 平面上極坐標和笛氏坐標的變換	
§ 61. 空間的極坐標 § 62. 半極坐標(柱面坐標) § 63. 坐標通則	
第三章 笛氏坐標的變換. 運動和仿射變換	98
I. 笛氏坐標變換的一般公式	98
§ 64. 原點的移動 § 65. 坐標矢量的變換 § 66. 一般情形 § 67. 補充 § 68.	
協變坐標的變換	
II. 坐標變換的最重要特款	109
§ 69. 平面上的直角坐標變換 § 70. 空間的直角坐標變換 § 71. 直角坐標變	
換公式中係數間的關係 § 72. 正交代換. 前節公式的代數證法 § 73. 歐拉角	
§ 74. 平面上狹義斜角坐標的變換	
III. 運動和仿射變換	123
§ 75. 運動 § 76. 仿射變換 § 77. 相似變換和運動, 都是仿射變換的特款 § 78.	
點變換羣. 幾何學科的分類	
第四章 平曲線的方程. 平面上的直線	141
I. 平曲線的分析表示法	141
§ 79. 曲線的方程 § 80. 舉例: 直線和圓的方程 § 81. 曲線的參數表示法 § 82.	
不同坐標系的曲線方程 § 83. 曲線分析表示法的基本問題 § 84. 各種曲線舉	
例 § 85. 平曲線的分類 § 86. 可分解和不可分解的代數曲線 § 87. 關於兩	
曲線的交點	
II. 直線方程的各種格式	162
§ 88. 直線方程的方向係數式. 參數表示式 § 89. 直線方程的簡化式 § 90. 直	
線方程的一般式 § 91. 一般式直線方程的特款 § 92. 三項式 $Ax+By+C$ 的	
符號 § 93. 截距式 § 94. 已知方程, 求作直線的方法 § 95. 在一般式的方程	

裏,係數  $A$  和  $B$  的幾何意義 § 96. 直線方程的標準式

III. 關於直線的主要問題 ..... 177

§ 97. 問題 1. 求兩已知直線的平行和整合條件 § 98. 問題 2. 求兩直線的交點  
 § 99. 問題 3. 求笛氏坐標的變換公式, 已知新坐標軸的方程 § 100. 問題 4. 求  
 已知直線和已知曲線的交點 § 101. 問題 5. 求兩條已知直線的夾角 § 102.  
 問題 6. 求兩條直線垂直的條件 § 103. 問題 7. 求已知點到已知直線的距離  
 § 104. 問題 8. 求聯結兩已知點的線段為已知直線所分割的比值 § 105. 在直線  
 方程裏獨立常數的個數 § 106. 線束 § 107. 問題 9. 求直線的方程, 經過已  
 知點又和已知方向平行 § 108. 問題 10. 求直線的方程, 經過已知兩點  $M_1(x_1, y_1)$   
 和  $M_2(x_2, y_2)$  § 109. 問題 11. 求直線的方程, 經過已知點又和已知直線垂直  
 § 110. 問題 12. 求直線的方程, 經過已知點又和已知直線成已知角 § 111. 直線  
 的一般方程, 經過兩條已知直線的交點 § 112. 問題 13. 求直線, 經過兩條已知  
 直線的交點又經過另一已知點 § 113. 三直線相交於一點的條件 § 114. 問題  
 14. 求直線方程, 經過已知兩直線的交點, 並取得已知方向 § 115. 常數  $k$  的幾  
 何意義

第五章 空間的直線和平面 ..... 205

I. 曲面的方程. 曲線的方程系 ..... 205

§ 116. 曲面的方程 § 117. 在直角坐標系裏, 球面和圓錐面的方程 § 118. 柱  
 面的方程 § 119. 曲面的分類 § 120. 曲線的方程 § 121. 曲線和曲面的參數  
 表示 § 122. 空間曲線和曲面的交點

II. 平面的方程 ..... 215

§ 123. 平面方程的一般式, 參數表示式 § 124. 係數  $A, B, C$  的幾何意義 § 125.  
 特款 § 126. 四項式  $Ax + By + Cz + D$  的符號 § 127. 平面方程的截距式  
 § 128. 已知方程, 求作平面的圖 § 129. 平面在坐標平面上的截痕 § 130. 兩  
 個平面平行或整合的條件 § 131. 平面方程的標準式

III. 空間直線的方程系 ..... 225

§ 132. 直線方程系的方向係數式. 參數表示式 § 133. 直線方程系的簡化式  
 § 134. 兩條直線平行和整合的條件 § 135. 直線方程系的一般式

IV. 關於直線和平面的主要問題 ..... 232

§ 136. 問題 1. 求兩個平面的交線 § 137. 問題 2. 求三個平面的交點 § 138.  
 問題 3. 求笛氏坐標系的變換公式, 已知新坐標平面的方程 § 139. 問題 4. 求  
 平面和直線的交點 § 140. 問題 5. 求  $1^\circ$  已知曲面和已知平面的交線;  $2^\circ$  已知  
 曲面和已知直線的交點;  $3^\circ$  已知曲線和已知平面的交點 § 141. 問題 6. 求已知  
 平面或已知直線所成的角 § 142. 問題 7. 求已知直線和已知平面的垂直條件  
 § 143. 問題 8. 求已知點到已知平面的距離 § 144. 問題 9. 求聯結兩已知點的  
 線段被已知平面所分割的比值 § 145. 決定平面和直線在空間的位置所需的獨  
 立常數的數目 § 146. 線把和面把. 面束 § 147. 問題 10. 求直線, 經過已知點  $M$   
 和已知直線(或向量)平行 § 148. 問題 11. 求直線, 經過已知點  $M_1(x_1, y_1, z_1)$

且和已知平面  $Ax + By + Cz + D = 0$  垂直 § 149. 問題 12. 求經過兩個已知點的直線 § 150. 問題 13. 求平面, 經過已知點  $M(x_1, y_1, z_1)$  且和已知平面平行 § 151. 問題 14. 求平面, 經過已知點  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  且和已知直線或矢量垂直 § 152. 問題 15. 求平面, 經過已知直線和已知點 § 153. 問題 16. 求平面, 經過不共線的三個已知點 § 154. 問題 17. 求平面, 經過已知直線, 且和另一已知直線或矢量平行 § 155. 問題 18. 求平面, 經過已知直線且和已知平面垂直 § 156. 問題 19. 求兩已知直線共面(相交)的條件 § 157. 問題 20. 求垂線的方程, 通過已知點  $M$  垂直於已知直線  $l$  § 158. 問題 21. 求已知點到已知直線的距離 § 159. 問題 22. 求兩直線的公共垂線的方程系 § 160. 問題 23. 求兩直線間的最短距離

## 第六章 虛元素和假元素。齊次笛氏坐標和投影坐標。投影變換 257

### I. 幾何上的虛元素 ..... 257

§ 161. 虛點和虛矢量 § 162. 虛直線和虛平面

### II. 齊次坐標和假元素。直線坐標和平面坐標 ..... 262

§ 163. 直線上的齊次笛氏坐標 § 164. 應用於代數方程求根的問題 § 165. 平面上的齊次笛氏坐標 § 166. 在平面上用齊次坐標時直線的方程 § 167. 在平面上用齊次坐標時, 直線的參數表示式 § 168. 空間的齊次笛氏坐標 § 169. 空間直線的參數表示式 § 170. 平面上的直線坐標. 點和直線的對偶 § 171. 空間的平面坐標. 點和平面的對偶 § 172. 投影幾何的基本形 § 173. 齊次笛氏坐標的變換 § 174. 代數曲線和代數曲面的齊次坐標方程. 幾個一般性的命題 § 175. 假虛圓點和假虛圓

### III. 投影坐標和投影變換 ..... 303

§ 176. 分式平直代換(直射代換) § 177. 點的投影坐標 § 178. 代數曲線和曲面的齊次投影坐標方程 § 178a. 點列和線束用投影坐標的參數表示 § 179. 投影點變換 § 180. 四點的交比 § 181. 調和隔離 § 182. 交比在直射代換下的不變性 § 183. 四直線的交比和四平面的交比 § 184. 投影和截影 § 185. 一元度基本形間的投影對應 § 186. 直線上投影坐標的幾何意義 § 187. 直線上四點的交比, 用參數來表示 § 188. 線束(面束)內四條直線(四個平面)的交比, 用參數來表示. 束內的投影坐標 § 189. 兩個一元度基本形投影對應的分析表示法 § 190. 疊置的一元度基本形. 對合 § 191. 平面上和空間的投影坐標的幾何意義 § 192. 平面上和空間的投影坐標變換的幾何意義 § 193. 平面上和空間的投影點變換的基本性質 § 194. 對射(對偶)

# 下 册 目 錄

第七章 圓錐截線的簡化方程和初步性質 .....	349
I. 圓錐截線的標準方程 .....	349
§ 195. 橢圓的定義和它的標準方程 § 196. 橢圓形狀的研究 § 197. 雙曲線的定義和它的標準方程 § 198. 雙曲線的形狀的研究. 漸近線 § 199. 焦距的性質. 橢圓和雙曲線的準線和這些曲線的新定義 § 200. 拋物線的定義和它的標準方程	
II. 橢圓, 雙曲線, 拋物線, 作為正圓錐面的截線 .....	367
§ 201. 正圓錐面和平面的交線 § 202. 由給定的圓錐面求給定的圓錐截線	
III. 圓錐截線方程的某些簡單形式. 相似的圓錐截線 .....	371
§ 203. 取漸近線為坐標軸的雙曲線方程 § 204. 圓錐截線的參數表示. 逐點作圖法 § 205. 圓錐截線的極坐標方程(以焦點為極點) § 206. 取頂點為原點的圓錐截線方程 § 207. 相似的圓錐截線	
第八章 二次曲線的投影性質. 切線和極線 .....	385
I. 二級曲線的投影分類 .....	385
§ 208. 記號 § 209. 二級曲線的可分解和不可分解. 二級曲線的疊合 § 210. 二級曲線可分解的條件 § 211. 用投影坐標時二級曲線的典型方程. 投影的分類 § 212. 用五點決定二級曲線 § 213. 二級曲線束 § 214. 巴斯卡定理 § 215. 用兩個投影線束產生二級曲線	
II. 二級曲線和直線的交點. 切線 .....	402
§ 216. 在齊次坐標系決定二級曲線和直線的交點的方程 § 217. 二級曲線的切線 § 218. 切線作為割線的極限	
III. 極點和極線. 切線坐標方程 .....	410
§ 219. 從平面上已知點作切線. 極點和極線 § 220. 極點和極線的另一定義. 共軛點 § 221. 二級曲線所決定的配極對應 § 222. 自配極三角形 § 223. 共軛直線. 二級曲線的切線坐標方程. 階的概念 § 224. 對偶原則應用於二級曲線的情形	
第九章 二次曲線的仿射性質和度量性質 .....	420
I. 仿射分類. 中心, 直徑, 漸近線 .....	420



§ 225. 二級曲線的仿射分類	§ 225a. 拋物類型的可分解曲線	§ 226. 漸近方向	§ 227. 在不齊次笛氏坐標系決定二級曲線和直線的交點的方程	§ 228. 二級曲線的中心	§ 229. 漸近線	§ 230. 二級曲線的直徑	§ 231. 直徑和切線的關係	§ 232. 直徑作為假點的極線	§ 233. 已知二級曲線的圖形求作中心和直徑. 互補的兩弦	§ 234. 有中心二級曲線的方程, 取共軛直徑為坐標軸	§ 235. 拋物類型曲線的簡化方程	§ 236. 二級曲線的方程取切線和經過切點的直徑為坐標軸
II. 主直徑. 在直角坐標系的標準方程	444											
§ 237. 主直徑	§ 238. 圓錐截線在直角笛氏坐標系的標準方程	§ 239. 圓的方程										
III. 法線. 切線的焦性	450											
§ 240. 平曲線的法線	§ 241. 橢圓切線的焦性	§ 242. 雙曲線切線的焦性	§ 243. 拋物線切線的焦性									
VI. 橢圓, 雙曲線, 拋物線的直徑的研究	457											
§ 244. 橢圓的直徑	§ 245. 雙曲線的直徑	§ 246. 拋物線的直徑										
第十章 不變量, 二次曲線的形狀和位置的決定	464											
I. 不變量	464											
§ 247. 笛氏坐標變換對於方程的影響	§ 248. 不變量的概念. 舉例	§ 249. 二級曲線方程的基本不變量	§ 250. 在廣義笛氏坐標情形下的度量不變量	§ 251. 應用: 阿波羅尼定理								
II. 二級曲線方程的化簡	476											
§ 252. 對於中心的變換	§ 253. 用正交代換, 把二元二次方式化為典型式	§ 254. 有中心二級曲線的方程的化簡	§ 255. 沒有確定中心的曲線方程的化簡	§ 256. 一對平行直線的方程的第二化簡法. 條件不變量	§ 257. 結果的總結. 1. 二級曲線的仿射分類	§ 258. 結果的總結. 2. 從二級曲線的方程去決定它的形狀和大小	§ 259. 結果的總結. 3. 化方程為標準式並決定曲線在平面上的位置	§ 260. 兩條二級曲線相似的條件	§ 261. 兩條二級曲線全等的條件. 正交不變量 $A, A_{33}, S$ 組成完備系的證明			
第十一章 二次曲面的基本性質. 切面, 中心, 直徑	508											
I. 投影分類. 切面	508											
§ 262. 記號	§ 263. 二級曲面的分解. 疊合條件	§ 264. 二級曲面的投影分類	§ 265. 在齊次坐標系決定直線和二級曲面的交點的方程	§ 266. 切線. 切面	§ 267. 具有橢圓點, 雙曲點, 拋物點的曲面	§ 268. 切錐面, 極						