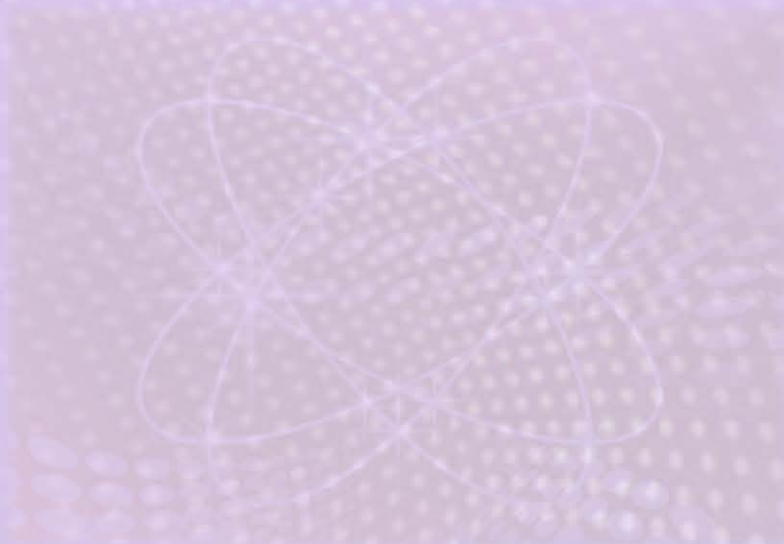


中考新突破·数学

-4版

《中考新突破》编写组 编写



江西科学技术出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

中考新突破·数学/《中考新突破》编写组编写. —4 版. —南昌:江西科学技术出版社, 2010. 12

ISBN 978 - 7 - 5390 - 2663 - 3

I. ①中…摇 II. ①中…摇 III. ①数学课—初中—升学参考资料摇 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 242233 号

国际互联网 (Internet) 地址:

<http://www.jxkjcs.com>

选题序号:ZK2005071

图书代码:J08325 - 401

中考新突破·数学

《中考新突破》编写组编写

出版

摇江西科学技术出版社

发行

社址摇南昌市蓼洲街 2 号附 1 号

邮编:330009摇电话:(0791)6623491摇6639342 (传真)

印刷摇南昌市光华印刷有限责任公司

经销摇各地新华书店

开本摇850mm × 1168mm摇1/16

字数摇290 千字

印张摇9

版次摇2010 年 12 月第 4 版摇2010 年 12 月第 1 次印刷

书号摇ISBN 978 - 7 - 5390 - 2663 - 3

定价摇12.00 元

(赣科版图书凡属印装错误,可向承印厂调换)



目 录

第一篇 教纲基础知识	1
第一章 数与式	1
第二章 方程与不等式	9
第三章 函数及其图像	19
第四章 三角形和四边形	38
第五章 圆	58
第六章 图形的变换	67
第七章 统计与概率	77
第二篇 中考专题复习	94
第一讲 分类讨论题	94
第二讲 动态型问题	96
第三讲 方案设计型问题	100
第四讲 函数型问题	104
第五讲 开放探究题	106
第六讲 综合型问题	110
第三篇 全真模拟试题	115
中考模拟试卷(一)	115
中考模拟试卷(二)	123
中考模拟试卷(三)	131

第一篇 教纲基础知识



第一章 数与式

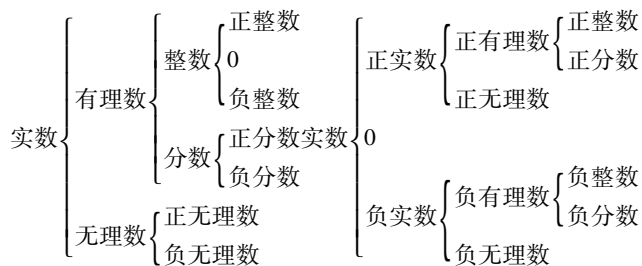
第一部分 实数



核心考点详解

1. 实数的有关概念.

(1) 实数的分类:



(2) 数轴: 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴, 数轴上所有点与实数是一一对应的.

(3) 相反数: 在数轴上, 在原点两旁且与原点距离相等的两个点所表示的数叫做互为相反数, 零的相反数是零. a 和 b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0$.

(4) 倒数: 实数 a ($a \neq 0$) 的倒数是 $\frac{1}{a}$; a 和 b 互为倒数 $\Leftrightarrow ab = 1$; 0 没有倒数.

(5) 绝对值: 在数轴上表示一个数的点与原点的距离叫做这个数的绝对值. 一个正实数的绝对值是它本身; 一个负实数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

(6) 乘方: 求 n 个相同因数的积的运算叫做乘方, 乘方的结果叫做幂, a 的 n 次方记作 a^n , 其中 a 称之为底数, n 称之为指数.

(7) 科学记数法: 把一个整数或有限小数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 这种记数法叫做科学记数法.

(8) 近似数: 一个近似数, 四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位.

(9) 有效数字: 从左边第一个不为 0 的数字起到精确数位止, 所有的数字都叫做这个数的有效数字.

2. 实数的运算.

(1) 实数的四则运算法则

(2) 实数的运算律:

加法交换律: $a + b = b + a$

加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$

乘法交换律: $ab = ba$

乘法结合律: $(ab)c = a(bc)$

分配律: $a(b + c) = ab + ac$

(3) 实数的四则运算顺序: 先算乘方、开方(三级运算), 再算乘、除(二级运算), 最后算加、减(一级运算), 同级运算按从左到右的顺序运算. 如果有括号, 先算小括号, 再算中括号, 最后算大括号.



中考趋势

对于实数部分内容, 主要以填空、选择、简单计算的题型为主考查学生. 虽然考查知识的难度在减弱, 但情境在不断创新. 由于新课标提倡计算器进入, 使处理较复杂、数值较大数据成为可能. 因此, 对于计算器的使用必须熟练. 对于绝对值、相反数、数轴、科学记数法、实数的混合运算等考查概率很大的知识点应熟练掌握.



中考考题剖析

【例 1】 $\frac{3}{2}$ 的倒数是()

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $-\frac{3}{2}$

D. $-\frac{2}{3}$

【启发点评】根据倒数的定义求解.

【详细解答】选 B

【易错分析】本题做题的时候注意要与相反数区分, 实数 a ($a \neq 0$) 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

【例 2】据统计, 截至 5 月 31 日上海世博会累计入园人数为 803 万, 这个数字用科学记数法表示为()

A. 8×10^6

B. 8.03×10^6

C. 8.03×10^7

D. 803×10^4

【启发点评】本题考查科学记数法.

【详细解答】选 B

【例 3】若 $0 < x < 1$, 则 x^{-1} 、 x 、 x^2 的大小关系是()

A. $x^{-1} < x < x^2$

B. $x < x^2 < x^{-1}$

C. $x^2 < x < x^{-1}$

D. $x^2 < x^{-1} < x$

【启发点评】本题考查实数的大小比较.

【详细解答】选 C

【易错分析】实数的大小比较常有以下几种: ①数轴比较法; ②代数比较法, 即正数大于 0, 负数小于 0, 两个负数, 绝对值大的反而小; ③差值比较法: 若 $a - b > 0$, 则 $a > b$; 若 $a - b = 0$, 则 $a = b$; 若 $a - b < 0$, 则 $a < b$; ④商值比较法: 若 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{a}{b} > 1$, 则 $a > b$; 若 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{a}{b} < 1$, 则 $a < b$; 若 $\frac{a}{b} = 1$, 则 $a = b$.

【例 4】如右图, 数轴上的点 P 表示的数可能是()

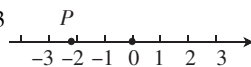
A. $\sqrt{5}$

B. $-\sqrt{5}$

C. -3.8

D. $-\sqrt{10}$

【启发点评】点 P 在原点的左边, 故点 P 表示负数, 又因为点 P 在 -2 和 -3 之间, 而在 -2 和 -3 之间只有 $-\sqrt{5}$, 所以点 P 表示 $-\sqrt{5}$.



【详细解答】选 B

【易错分析】解决此题的关键是正确估算 $-\sqrt{5}$ 的值在哪两个整数之间, 对无理数的估算学生需要灵活掌握.

【例 5】在 $-3, 0, \sqrt{2}, 1$ 四个数中最大的数是()

【启发点评】本题考查实数的大小比较.

【详细解答】 $\sqrt{2}$

【易错分析】正有理数与正无理数比较大小, 常用下列两种方法: 方法一, 先把有理数化成根式的形式, 然后根据“被开方

数大的那个数就大”的规律判断;方法二,先确定无理数的整数部分值,然后根据“整数部分值大的那个数就大”的规律判断,若整数部分的值相同,就用方法一比较.

例6(1) 计算: $(\frac{1}{3})^{-1} - (\sqrt{5}-2)^0 + \sqrt{18} - (-2)^2 \cdot \sqrt{2}$

(2) 计算: $|-2| + 2\sin 30^\circ - (-\sqrt{3})^2 + (\tan 45^\circ)^{-1}$

【启发点评】本题考查了负指数运算以及零指数幂的运算. $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0, p$ 是正整数);任何不等于零的数的零次方都等于1,即 $a^0 = 1$ ($a \neq 0$);还考查了绝对值、锐角三角函数、二次根式及混合运算顺序等.

【详细解答】(1) 原式 $= 3 - 1 + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2 - \sqrt{2}$; (2) 原式 $= 2 + 1 - 3 + 1 = 1$.

【易错分析】算式里的运算顺序是先算乘方、开方(三级运算),再算乘、除(二级运算),最后算加、减(一级运算),同级运算按从左到右的顺序运算.如果有括号,先算小括号,再算中括号,最后算大括号.若只有同一级运算,就要从左到右依次运算,利用运算律、幂的运算法则等,可以改变上述运算顺序,使运算简便.



基础知识巩固

1. -3 的相反数是(D)

A. -3

B. $\frac{1}{3}$

C. $-\frac{1}{3}$

D. 3

2. 为保护水资源,某社区新建了雨水再生水工程,再生水利用量达 58600 立方米/年. 这个数据用科学记数法表示为(保留两个有效数字)(C)

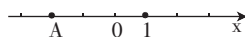
A. 58×10^3

B. 5.8×10^4

C. 5.9×10^4

D. 6.0×10^4

3. 如右图,数轴上的点 A 表示的数为 a ,则 $\frac{1}{a}$ 等于(A)



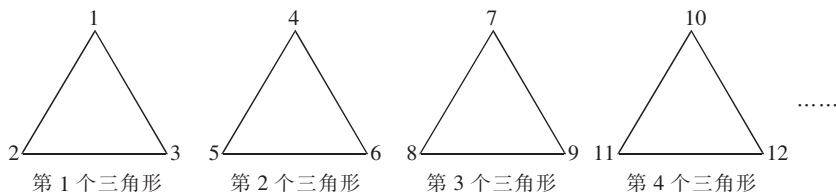
A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. -2

D. 2

4. 观察下列正三角形的三个顶点所标的数字规律,那么 2010 这个数在第 670 个三角形的 右下 顶点处(第二空填:上、左下、右下).



5. 已知非负数 a, b, c 满足条件 $a+b=7, c-a=5$, 设 $S=a+b+c$ 的最大值为 m , 最小值为 n , 则 $m-n =$ 7.

6. 计算: $\sqrt{4} + (-2010)^0 - (-1)$

解: 原式 $= 2 + 1 + 1 = 4$

7. 计算: $|-1| + \sqrt{4} - \tan 45^\circ$

解: 原式 $= 1 + 2 - 1 = 2$

8. 计算: $|-2| - 4\sin 45^\circ - (\frac{1}{2})^{-2} + 2\sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^0$

解: 原式 $= 2 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 + 2\sqrt{2} - 1 = -3$



中考能力自测

1. 据有关部门预测,恩施州煤炭总储量为 2.91 亿吨,用科学记数法表示这个数是 2.9×10^8 吨(保留两个有效数字).

2. 若将三个数 $-\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$ 表示在数轴上,其中能被如右图所示的墨迹覆盖的数是 $\sqrt{7}$.



3. 计算: $\left| -\frac{1}{2} \right| - \sqrt{9} + (\pi + 4)^0 - \sin 30^\circ + \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$

解: 原式 $= \frac{1}{2} - 3 + 1 - \frac{1}{2} + \sqrt{2} + 1 = \sqrt{2} - 1$

4. 计算: $(-2010)^0 + |1 - \sqrt{3}| - 2\sin 60^\circ$

解: 原式 $= 1 + \sqrt{3} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

第二部分 整式



核心考点详解

1. 整式的分类.

(1) 整式单项式: 数字与字母的乘积叫做单项式. 单独的数字或字母也是单项式.

(2) 多项式: 几个单项式的和叫做多项式. 在多项式中, 每个单项式叫做多项式的项. 其中不含字母的项叫做常数项. 多项式里, 次数最高项的次数, 就是这个多项式的次数.

2. 同类项: 所含字母相同且相同字母的指数也相同的项叫做同类项. 合并同类项时只把系数相加, 所含字母及字母的指数不变.

3. 添、去括号法则.

4. 幂的运算法则(m, n 都是自整数).

(1) 同底数幂乘法: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;

(2) 幂的乘方: $(a^m)^n = a^{mn}$;

(3) 积的乘方: $(ab)^n = a^n b^n$;

(4) 同底数幂除法: $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$).

5. 整式的加减乘除运算.

6. 常用因式分解方法.

(1) 提取公因式法;

(2) 乘法公式法;

(3) 二次三项式 $x^2 + px + q$ 的分解法;

(4) 分组分解法.



中考趋势

整式部分中, 代数式的化简求值, 根据数表、图表、算式寻找规律建立代数模型以及分解因式几乎是必考题型, 在复习中应予以加强.



中考考题剖析

【例 1】在代数式 $\frac{b^2}{3}, \frac{xy}{2} + 3, -2, \frac{ab+x}{5}, \frac{3}{xy}, \frac{1}{a+b}$ 中整式有几个?

【启发点评】运用单项式、多项式、整式的定义解答.

【详细解答】4 个.

【易错分析】整式包含单项式和多项式, 单独的数字也是单项式, 分母中含有字母的代数式不是整式.

【例 2】若单项式 $3x^2y^n$ 与 $-2x^m y^3$ 是同类项, 则 $m+n =$ _____.

【启发点评】由同类项的定义易知 $n=3, m=2$, 代入 $m+n$ 中得 5.

【详细解答】填 5.

【易错分析】同类项必须满足两个条件: ①所含的字母相同; ②相同字母所对应的指数也分别相同.

【例3】(1) 化简: $(a+2)(a-2) - a(a-1)$; (2) 化简: $(1-3a)^2 - 2(1-3a)$.

【启发点评】本题主要考查乘法公式,去括号法则等.

【详细解答】解: (1) 原式 $= a^2 - 4 - a^2 + a = a - 4$; (2) 原式 $= (1 - 6a + 9a^2) - 2 + 6a = 9a^2 - 1$

【易错分析】①去括号时,若括号前是“-”,注意应将括号内的各项都变号;②在进行多项式的运算时,注意要观察算式的结构特点,灵活运用幂的运算法则和乘法公式,可使运算更简捷.

【例4】代数式 $3x^2 - 4x - 5$ 的值为7,则 $x^2 - \frac{4}{3}x - 5$ 的值为_____.

【启发点评】依题意 $3x^2 - 4x - 5 = 7$, $\therefore 3x^2 - 4x = 12$, $\therefore x^2 - \frac{4}{3}x = 4$, 则 $x^2 - \frac{4}{3}x - 5 = -1$.

【详细解答】填 -1

【易错分析】在做题前要注意观察代数式的特征,不要急于做题.这里对式子进行整体变换,会带来很大方便.

【例5】已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则代数式 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值为_____.

【启发点评】 $\because x + \frac{1}{x} = 3$, $\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$, $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2 = 7$.

【详细解答】填 7

【易错分析】该题把对乘法公式的考查渗透在式子的变形和计算中,既考查了同学们观察、分析整式的能力,又考查了乘法公式的灵活运用.



基础知识巩固

1. 多项式 $1 + xy - xy^2$ 的次数及最高次项的系数分别是(C)

A. 2, 1

B. 2, -1

C. 3, -1

D. 5, -1

2. 下列运算正确的是(D)

A. $a + a = a^2$

B. $a \cdot a^2 = a^2$

C. $(2a)^2 = 2a^2$

D. $a + 2a = 3a$

3. 下列二次三项式是完全平方式的是(B)

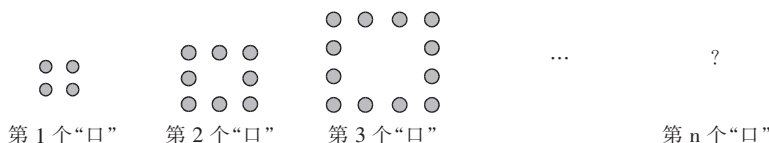
A. $x^2 - 8x - 16$

B. $x^2 + 8x + 16$

C. $x^2 - 4x - 16$

D. $x^2 + 4x + 16$

4. 用棋子摆出下列一组“口”字,按照这种方法摆下去,则摆第 n 个“口”字需用棋子(A)



A. $4n$ 枚

B. $(4n - 4)$ 枚

C. $(4n + 4)$ 枚

D. n^2 枚

5. 下图是一组有规律的图案,第1个图案由4个基础图形组成,第2个图案由7个基础图形组成, ..., 第 n (n 是正整数) 个图案中由 $3n + 1$ 个基础图形组成.



6. 已知 $ab = -1$, $a + b = 2$, 则式子 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} =$ -6 .

7. 若实数 a 满足 $a^2 - 2a + 1 = 0$, 则 $2a^2 - 4a + 5 =$ 3.

8. 通信市场竞争日益激烈,某通信公司的手机市话费标准按原标准每分钟降低 a 元后,再次下调了 20%,现在收费标准是每分钟 b 元,则原收费标准每分钟是 $(a + 1.25b)$ 元.

9. 先化简,再求值: $(a+b)(a-b) + a(2b-a)$, 其中 $a = 1.5$, $b = 2$.

解: 原式 $= a^2 - b^2 + 2ab - a^2 = -b^2 + 2ab$, 当 $a = 1.5$, $b = 2$ 时, 原式 $= -2^2 + 2 \times 1.5 \times 2 = -4 + 6 = 2$.



中考能力自测

1. 下列运算中正确的是(D)

A. $a^3 a^2 = a^6$

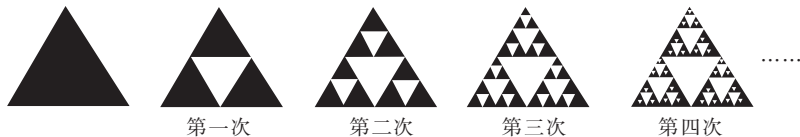
B. $(a^3)^4 = a^7$

C. $a^6 \div a^3 = a^2$

D. $a^5 + a^5 = 2a^5$

2. 已知 $y = 2x$, 则 $4x^2 - y^2$ 的值是 0.

3. 把一个正三角形分成四个全等的三角形, 第一次挖去中间的一个小三角形, 对剩下的三个小正三角形再重复以上做法, 一直到第 n 次挖去后剩下的三角形有 3^n 个.



4. 先化简, 再求值: $(x+1)(x-1) + x^2(x-1)$, 其中 $x = -2$.

解: 原式 $= x^2 - 1 + x^3 - x^2 = x^3 - 1$, 当 $x = -2$ 时, 原式 $= (-2)^3 - 1 = -8 - 1 = -9$

5. 若 $\sqrt{2x-y} + |y+2| = 0$, 求代数式 $[(x-y)^2 + (x+y)(x-y)] \div 2x$ 的值.

解: $[(x-y)^2 + (x+y)(x-y)] \div 2x = [x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - y^2] \div 2x = (2x^2 - 2xy) \div 2x = x - y$, 由 $\sqrt{2x-y} + |y+2| = 0$ 得 $2x - y = 0, y + 2 = 0$, 解得 $x = -1, y = -2$, 把 $x = -1, y = -2$ 代入原式 $= -1 - (-2) = 1$

第三部分 分式



核心考点详解

1. 分式: 形如 $\frac{A}{B}$ (A, B 表示两个整式), 且 B 中含有字母, 则式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式. 对于任意一个分式要有意义, 分母都不等于 0.

2. 分式的基本性质:

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M}, \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad (\text{其中 } M \text{ 是不为 } 0 \text{ 的整式}).$$

3. 分式的运算:

(1) 加减: $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}, \frac{a}{c} \pm \frac{b}{d} = \frac{ad \pm bc}{cd}.$

(2) 乘除: $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}, \frac{a}{c} \div \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \cdot \frac{d}{b} = \frac{ad}{cb}.$

(3) 乘方: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$

4. 分式运算法: 约分、通分及最简公分母.



中考趋势

分式部分的知识点考查, 主要是以分式的运算为主, 从近几年的中考来看, 不外乎分式的意义, 分式的通分、约分, 分式的化简求值, 以及列分式方程解决实际问题这几个知识点, 难度不大.



中考考题剖析

【例1】使分式 $\frac{2x+1}{2x-1}$ 无意义的 x 的值是()

A. $x = -\frac{1}{2}$

B. $x = \frac{1}{2}$

C. $x \neq -\frac{1}{2}$

D. $x \neq \frac{1}{2}$

【启发点评】由分母 $2x-1=0$,得 $x=\frac{1}{2}$.

【详细解答】选 B

【易错分析】当分母为0时,分式无意义.

【例2】分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为0,则()

A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $x = \pm 1$

D. $x = 0$

【启发点评】由分子 $x^2-1=0$,得到 $x=\pm 1$. 而当 $x=-1$ 时,分母 $x+1=0$,分式无意义. 因此, $x=1$.

【详细解答】选 B

【易错分析】要使分式的值为0,必须同时满足两个条件:①分子等于0;②分母不等于0(保证分式有意义).

【例3】(1) $\frac{a^2-9}{a^2+6a+9} \div (1-\frac{3}{a})$

(2) 化简: $\frac{2a}{a^2-4} + \frac{1}{2-a}$

【启发点评】主要考查分式的混合运算.

【详细解答】解: (1) 原式 = $\frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)^2} \div \frac{a-3}{a} = \frac{a-3}{a+3} \cdot \frac{a}{a-3} = \frac{a}{a+3}$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{2a}{(a+2)(a-2)} - \frac{1}{a-2} = \frac{2a}{(a+2)(a-2)} - \frac{a+2}{(a+2)(a-2)} \\ &= \frac{2a-(a+2)}{(a+2)(a-2)} \\ &= \frac{a-2}{(a+2)(a-2)} \\ &= \frac{1}{a+2} \end{aligned}$$

【易错分析】分式的加减运算涉及通分和约分,其中分式的约分一般将分式的分子与分母分解因式后再约分.



基础知识巩固

1. 化简 $(-\frac{b}{a}) \div \frac{b}{a^2-a}$ 的结果是(B)

A. $-a-1$

B. $-a+1$

C. $-ab+1$

D. $-ab+b$

2. 当分式 $\frac{1}{x-2}$ 没有意义时, x 的值为(A)

A. 2

B. 1

C. 0

D. -2

3. 下列运算正确的是(D)

A. $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b-a} = 1$

B. $\frac{m}{a} - \frac{n}{b} = \frac{m-n}{a-b}$

C. $\frac{b}{a} - \frac{b+1}{a} = \frac{1}{a}$

D. $\frac{2}{a-b} - \frac{a+b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a-b}$

4. 已知: x^2-4x+4 与 $|y-1|$ 互为相反数,则式子 $(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}) \div (x+y)$ 的值等于 0.5.

5. 当 $x = \underline{5}$ 时,分式 $\frac{x+3}{x-1}$ 的值等于2.

6. 若 $a+3b=0$,则 $(1-\frac{b}{a+2b}) \div \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-4b^2} = \underline{2.5}$.

7. 若分式 $\frac{2}{x-1}$ 与 1 互为相反数, 则 x 的值是 -1.

8. 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{x}) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$, 其中 $x = 2$.

解: 原式 = $\frac{x-1}{x} \div \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} = \frac{x+1}{x}$, 当 $x = 2$ 时, 原式 = $\frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$

9. 求解 $1 - \frac{a-1}{a} \div (\frac{a}{a+2} - \frac{1}{a^2+2a})$.

解: 原式 = $1 - \frac{a-1}{a} \div \frac{a^2-1}{a(a+2)} = 1 - \frac{a-1}{a} \cdot \frac{a(a+2)}{(a+1)(a-1)} = 1 - \frac{a+2}{a+1} = \frac{a+1-(a+2)}{a+1} = \frac{a+1-a-2}{a+1} = -\frac{1}{a+1}$

10. 先化简, 再求值: $\frac{x^2-x}{x+1} \div \frac{x}{x+1}$, 其中 $x = \sqrt{3} + 1$.

解: 原式 = $\frac{x^2-x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{x(x-1)}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x} = x-1$, 把 $x = \sqrt{3} + 1$ 代入, 原式 = $\sqrt{3}$



中考能力自测

1. 若分式 $\frac{3x-6}{2x+1}$ 的值为 0, 则 (D)

A. $x = -2$

B. $x = -\frac{1}{2}$

C. $x = \frac{1}{2}$

D. $x = 2$

2. 化简 $(\frac{1}{x-3} - \frac{x+1}{x^2-1}) \cdot (x-3)$ 的结果是 (B)

A. 2

B. $\frac{2}{x-1}$

C. $\frac{2}{x-3}$

D. $\frac{x-4}{x-1}$

3. 要使分式 $\frac{2x}{x-3}$ 有意义, 则须满足的条件为 $x \neq 3$.

4. 先化简再求值: $(x - \frac{x-4}{x-3}) \div \frac{x^2-4}{x-3}$, 其中 $x = 5$.

解: 原式 = $\frac{(x-2)^2}{x-3} \cdot \frac{x-3}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-2}{x+2}$, 当 $x = 5$ 时, 原式 = $\frac{3}{7}$

5. 已知 $x - 3y = 0$, 求 $\frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2} \cdot (x-y)$ 的值.

解: $\frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2} \cdot (x-y) = \frac{2x+y}{(x-y)^2} \cdot (x-y) = \frac{2x+y}{x-y}$. 当 $x - 3y = 0$ 时, $x = 3y$, 则原式 = $\frac{6y+y}{3y-y} = \frac{7y}{2y} = \frac{7}{2}$

6. 已知 $P = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$, $Q = \frac{2ab}{a^2-b^2}$, 用“+”或“-”连接 P, Q 共有三种不同的形式: $P+Q, P-Q, Q-P$, 请选择其中一种进行化简求值, 其中 $a = 3, b = 2$.

解: 如选 $P+Q$ 进行计算, 则 $P+Q = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} + \frac{2ab}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2+2ab}{a^2-b^2} = \frac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{a+b}{a-b}$. 当 $a = 3, b = 2$ 时, 则 $P+Q = \frac{3+2}{3-2} = 5$

7. 已知 $A = \frac{1}{x-2}, B = \frac{2}{x^2-4}, C = \frac{x}{x+2}$, 将他们组合成 $(A-B) \div C$ 或 $A-B \div C$ 的形式, 请你从中任选一种进行计算. 先化简, 再求值, 其中 $x = 3$.

解: 选一: $(A-B) \div C = (\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-4}) \div \frac{x}{x+2} = \frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x+2}{x} = \frac{1}{x-2}$. 当 $x = 3$ 时, 原式 = $\frac{1}{3-2} = 1$;

选二: $A - B \div C = \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-4} \div \frac{x}{x+2} = \frac{1}{x-2} - \frac{2}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x+2}{x} = \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x(x-2)} = \frac{x-2}{x(x-2)} = \frac{1}{x}$. 当 $x = 3$ 时, 原式 = $\frac{1}{3}$

第二章 方程与不等式

第一部分 一次方程(组)



核心考点详解

1. 方程: 含有未知数的等式叫做方程.

2. 一元一次方程: 只含有一个未知数(元), 并且未知数的次数是1, 这样的方程叫做一元一次方程. 它的标准形式是: $ax + b = 0$ ($a \neq 0$).

3. 一元一次方程中的解有三种情况:

(1) $a \neq 0$ 时, 一元一次方程有唯一的解: $x = -\frac{b}{a}$;

(2) $a = 0, b \neq 0$ 时, 方程无解;

(3) $a = 0, b = 0$ 时, 方程有无数个解.

4. 解一元一次方程的一般步骤:

(1) 去分母, 在方程两边都乘以各分母的最小公倍数;

(2) 去括号, 先去小括号, 再去中括号, 最后去大括号;

(3) 移项, 把含有未知数的项都移到等号的一边, 其他项都移到等号的另一边, 在移项时需注意要变号;

(4) 合并同类项, 把方程化成 $ax = b$ ($a \neq 0$) 的形式;

(5) 系数化1.

5. 二元一次方程: 含有两个未知数, 且所含未知数项的次数是1的方程叫做二元一次方程.

6. 方程的解: 使方程左右两边的值相等的未知数的值, 叫做方程的解. 只含有一个未知数的方程的解, 也叫做根.

7. 列方程(组)解应用题的一般步骤:

(1) 仔细审题, 弄清题意, 明确什么是条件, 什么是要求;

(2) 设未知数;

(3) 找出包含未知数的等量关系, 一般情况下设几个未知数, 找几个等量关系;

(4) 列出方程(组);

(5) 求出方程(组)的解;

(6) 验根, 看所求出的结果是否符合原题的实际意义;

(7) 写出答案.



中考趋势

本部分内容是初中代数的重点考查内容之一, 是历届中考的必考内容, 同学们必须掌握好方程与方程组的解法、消元思想, 并能理解、运用一次方程(组) 解决实际问题.



中考考题剖析

【例1】若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 5k \\ x - y = 9k \end{cases}$ 的解也是二元一次方程 $2x + 3y = 6$ 的解, 则 k 的值为()

A. $-\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $-\frac{4}{3}$

【启发点评】本题主要考查学生二元一次方程组的概念, 以及二元一次方程组的解法.

【详细解答】选 B

【易错分析】二元一次方程组常用的解法有：①代入消元法；②加减消元法. 本题也可以用代入消元法求解.

【例2】为了防控甲型 H1N1 流感,某校积极进行校园环境消毒,购买了甲、乙两种消毒液共 100 瓶,其中甲种 6 元/瓶,乙种 9 元/瓶.

(1) 如果购买这两种消毒液共用 780 元,求甲、乙两种消毒液各购买多少瓶?

(2) 该校准备再次购买这两种消毒液(不包括已购买的 100 瓶),使乙种瓶数是甲种瓶数的 2 倍,且所需费用不多于 1200 元(不包括 780 元),求甲种消毒液最多能再购买多少瓶?

【启发点评】本题考查学生一元一次方程的应用或二元一次方程组的应用.

【详细解答】(1) 解法一: 设甲种消毒液购买 x 瓶, 则乙种消毒液购买 $(100 - x)$ 瓶. 依题意, 得 $6x + 9(100 - x) = 780$. 解得: $x = 40$, $\therefore 100 - x = 100 - 40 = 60$ (瓶). 答: 甲种消毒液购买 40 瓶, 乙种消毒液购买 60 瓶. 解法二: 设甲种消毒液购买 x 瓶, 乙种消毒液购买 y 瓶. 依题意, 得 $\begin{cases} x + y = 100 \\ 6x + 9y = 780 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$. 答: 甲种消毒液购买 40 瓶, 乙种消毒液购买 60 瓶. (2) 设再次购买甲种消毒液 y 瓶, 则购买乙种消毒液 $2y$ 瓶. 依题意, 得 $6y + 9 \times 2y \leq 1200$. 解得: $y \leq 50$. 答: 甲种消毒液最多再购买 50 瓶.

【易错分析】应用列方程(组) 解决实际问题关键在于正确理解题意, 列出方程组, 最后作答时要依据生活中的实际下结论.



基础知识巩固

1. 二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - y + 4 = 0 \end{cases}$ 的解是(A)

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{14}{3} \\ y = \frac{16}{3} \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$

2. 方程 $3x + 2 = 0$ 的解是 $x = -\frac{2}{3}$.

3. 动物园的门票售价: 成人票每张 50 元, 儿童票每张 30 元. 某日动物园售出门票 700 张, 共得 29000 元. 设儿童票售出 x 张, 依题意可列出下列哪一个一元一次方程式? (A)

A. $30x + 50(700 - x) = 29000$

B. $50x + 30(700 - x) = 29000$

C. $30x + 50(700 + x) = 29000$

D. $50x + 30(700 + x) = 29000$

4. 一家商店将某件商品按成本价提高 50% 后, 标价为 450 元, 又以 8 折出售, 则售出这件商品可获利润 60 元.

5. 孔明同学在解方程组 $\begin{cases} y = kx + b \\ y = -2x \end{cases}$ 的过程中, 错把 b 看成了 6, 他其余的解题过程没有出错, 解得此方程组的解为

$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$. 又已知直线 $y = kx + b$ 过点 $(3, 1)$, 则 b 的正确值应该是 -11.

6. 解方程组 $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x^2 + 3y - 3y^2 = 4 \end{cases}$

解: 两个方程分别标为①和②, 方程①变形为 $x = 2y$, 标为③. 把③代入②, 得 $y^2 + 3y - 4 = 0$, 解这个方程, 得 $y_1 = -4, y_2 =$

1. 把 $y_1 = -4, y_2 = 1$ 分别代入③, 得 $x_1 = -8, x_2 = 2$. 所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = -8 \\ y_1 = -4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 1 \end{cases}$

7. 解方程组 $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$

解: ① + ②得: $6x = 3, \therefore x = \frac{1}{2}$. 把 $x = \frac{1}{2}$ 代入①, 得: $2 \times \frac{1}{2} + y = 2, \therefore y = 1$. $\therefore$ 方程组的解是 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}$

8. 在“五一”期间, 小明、小亮等同学随家长一同到某公园游玩, 下面是购买门票时, 小明与他爸爸的对话(如下图), 试根据图中的信息, 解答下列问题:

(1) 小明他们一共去了几个成人, 几个学生?

(2) 请你帮助小明算一算, 用哪种方式购票更省钱? 说明理由.



解: (1) 设成人人数为 x 人, 则学生人数为 $(12 - x)$ 人, 则 $35x + \frac{35}{2}(12 - x) = 350$, 解得: $x = 8$. 故: 学生人数为 $12 - 8 = 4$ 人, 成人人数为 8 人. (2) 如果买团体票, 按 16 人计算, 共需费用: $35 \times 0.6 \times 16 = 336$ 元, $336 < 350$, 所以购团体票更省钱. 答: 有成人 8 人, 学生 4 人; 购团体票更省钱.

9. 通惠新城开发某工程准备招标, 指挥部现接到甲、乙两个工程队的投标书, 从投标书中得知: 乙队单独完成这项工程所需天数是甲队单独完成这项工程所需天数的 2 倍; 该工程若由甲队先做 6 天, 剩下的工程再由甲、乙两队合作, 16 天可以完成.

(1) 求甲、乙两队单独完成这项工程各需要多少天?

(2) 已知甲队每天的施工费用为 0.67 万元, 乙队每天的施工费用为 0.33 万元, 该工程预算的施工费用为 19 万元. 为缩短工期, 拟安排甲、乙两队同时开工合作完成这项工程, 问: 该工程预算的施工费用是否够用? 若不够用, 需要追加预算多少万元? 请说明理由.

解: (1) 设甲队单独完成这项工程需要 x 天, 则乙队单独完成这项工程需要 $2x$ 天. 根据题意, 得 $\frac{6}{x} + 16\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2x}\right) = 1$, 解得 $x = 30$. 经检验, $x = 30$ 是原方程的根. 则 $2x = 2 \times 30 = 60$. 答: 甲、乙两队单独完成这项工程各需要 30 天和 60 天. (2) 略.



中考能力自测

1. 方程 $0.25x = 1$ 的解是 $x = 4$.

2. “五一”期间, 百货大楼推出全场打八折的优惠活动, 持贵宾卡可在八折基础上继续打折. 小明妈妈持贵宾卡买了标价为 10000 元的商品, 共节省 2800 元, 则用贵宾卡又享受了 九 折优惠.

3. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$ 厘米, $BC = 8$ 厘米, 点 D 为 AB 的中点.

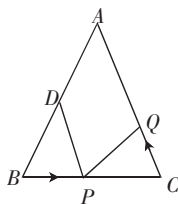
(1) 如果点 P 在线段 BC 上以 3 厘米/秒的速度由 B 点向 C 点运动, 同时, 点 Q 在线段 CA 上由 C 点向 A 点运动. ①若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等, 经过 1 秒后, $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 是否全等, 请说明理由;

②若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度不相等, 当点 Q 的运动速度为多少时, 能够使 $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等?

(2) 若点 Q 以②中的运动速度从点 C 出发, 点 P 以原来的运动速度从点 B 同时出发, 都逆时针沿 $\triangle ABC$ 三边运动, 求经过多长时间点 P 与点 Q 第一次在 $\triangle ABC$ 的哪条边上相遇?

解: (1) ①: $t = 1$ 秒, $\therefore BP = CQ = 3 \times 1 = 3$ 厘米, $\therefore AB = 10$ 厘米, 点 D 为 AB 的中点, $\therefore BD = 5$ 厘米. 又: $PC = BC - BP$, $BC = 8$ 厘米, $\therefore PC = 8 - 3 = 5$ 厘米, $\therefore PC = BD$. 又: $AB = AC$, $\therefore \angle B = \angle C$, $\therefore \triangle BPD \cong \triangle CQP$. ②: $v_P \neq v_Q$, $\therefore BP \neq CQ$, 又: $\triangle BPD \cong \triangle CQP$, $\angle B = \angle C$, 则 $BP = PC = 4$, $CQ = BD = 5$, $\therefore$ 点 P , 点 Q 运动的时间 $t = \frac{BP}{3} = \frac{4}{3}$ 秒, $\therefore v_Q = \frac{CQ}{t} = \frac{5}{\frac{4}{3}} = \frac{15}{4}$ 厘米/秒. (2) 设经

过 x 秒后点 P 与点 Q 第一次相遇, 由题意, 得 $\frac{15}{4}x = 3x + 2 \times 10$, 解得 $x = \frac{80}{3}$ 秒. $\therefore$ 点 P 共运动了 $\frac{80}{3} \times 3 = 80$ 厘米. $\therefore 80 = 2 \times 28 + 24$, $\therefore$ 点 P 、点 Q 在 AB 边上相遇, $\therefore$ 经过 $\frac{80}{3}$ 秒点 P 与点 Q 第一次在边 AB 上相遇.



第二部分 一元一次不等式(组)



核心考点详解

1. 一元一次不等式: 不等式的左右两边都是整式, 只含有一个未知数, 且未知数的最高次数是 1, 系数不为零的不等式叫做一元一次不等式.

2. 不等式的基本性质:

性质 1: 不等式的两边都加上(或减去)同一个数(或同一个整式), 不等号的方向不变.

性质 2: 不等式的两边都乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变.

性质 3: 不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变.

3. 一元一次不等式组及其解集.

4. 几种常见的不等式组的解集: 设 $a > b$, a, b 都是常数, 则

(1) $x > a, x > b$ 的解集是 $x > a$, 即同大取大.

(2) $x < a, x < b$ 的解集是 $x < b$, 即同小取小.

(3) $x < a, x > b$ 的解集是 $b < x < a$, 即同大小大取中间.

(4) $x > a, x < b$ 的解集是无解, 即大大小小是无解.



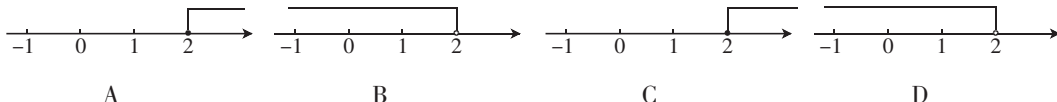
中考趋势

对于这一部分内容, 中考的考查一般采取两种方式: ①直接求不等式(组)的解集, 同学们需要牢固掌握不等式(组)的解法. ②运用不等式(组)解决实际问题, 同学们要善于观察问题、分析问题, 从实际问题中寻找不等关系, 从而建立不等式(组)模型解决问题.



基础知识巩固

【例 1】把不等式 $x + 2 > 4$ 的解表示在数轴上, 正确的是()



【启发点评】求出这个不等式的解集, 然后表示在数轴上, 再写出不等式组.

【详细解答】选 C

【易错分析】不等式的解集要准确无误, 试题的要求要看清楚.

【例 2】关于 x 的方程 $mx - 1 = 2x$ 的解为正实数, 则 m 的取值范围是()

A. $m \geq 2$

B. $m \leq 2$

C. $m > 2$

D. $m < 2$

【启发点评】先求出方程的根, 用 m 来表示 x , 再考虑 x 为正实数时, m 的取值范围.

【详细解答】选 C

【易错分析】不等式的解集要准确无误, 要考虑清楚等号是否能取到.

【例 3】已知 $A = a + 2, B = a^2 - a + 5, C = a^2 + 5a - 19$, 其中 $a > 2$.

(1) 求证: $B - A > 0$, 并指出 A 与 B 的大小关系;

(2) 指出 A 与 C 哪个大? 说明理由.

【启发点评】本题主要考查大小比较问题.

【详细解答】(1) $B - A = a^2 - a + 5 - a - 2 = a^2 - 2a + 3 = (a - 1)^2 + 2$. 又 $\because (a - 1)^2 \geq 0, \therefore B - A > 0$, 即 $B > A$. (2) $C - A = a^2 + 5a - 19 - a - 2 = a^2 + 4a - 21 = (a + 7)(a - 3)$. ①当 $2 < a < 3$ 时, $C - A < 0$, 即 $C < A$. ②当 $a = 3$ 时, $C - A = 0$, 即 $C = A$. ③当 $a > 3$ 时, $C - A > 0$, 即 $C > A$.

【易错分析】利用作差法、作商法比较数值或代数式的大小, 正是利用不等式的基本性质.

【例4】某花农培育甲种花木2株,乙种花木3株,共需成本1700元;培育甲种花木3株,乙种花木1株,共需成本1500元.

(1)求甲、乙两种花木每株成本分别为多少元?

(2)据市场调研,1株甲种花木售价为760元,1株乙种花木售价为540元.该花农决定在成本不超过30000元的前提下培育甲、乙两种花木,若培育乙种花木的株数是甲种花木的3倍还多10株,那么要使总利润不少于21600元,花农有哪几种具体的培育方案?

【启发点评】本题考查学生利用不等式组解决实际问题的能力.

【详细解答】解:(1)设甲、乙两种花木的成本价分别为 x 元和 y 元.由题意得: $\begin{cases} 2x+3y=1700 \\ 3x+y=1500 \end{cases}$,解得: $\begin{cases} x=400 \\ y=300 \end{cases}$. (2)设种植

甲种花木为 a 株,则种植乙种花木为 $(3a+10)$ 株,则有: $\begin{cases} 400a+300(3a+10) \leq 30000 \\ (760-400)a+(540-300)(3a+10) \geq 21600 \end{cases}$,解得: $\frac{160}{9} \leq a \leq \frac{270}{13}$,

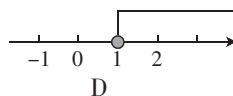
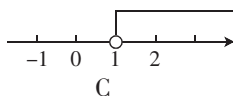
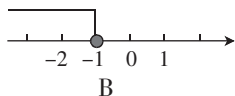
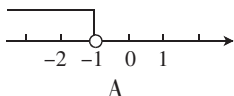
由于 a 为整数, $\therefore a$ 可取18、19或20,所以有三种具体方案:①种植甲种花木18株,种植乙种花木 $3a+10=64$ 株;②种植甲种花木19株,种植乙种花木 $3a+10=67$ 株;③种植甲种花木20株,种植乙种花木 $3a+10=70$ 株.

【易错分析】解决生活中的实际问题,关键在于从实际问题中提炼出数学问题,然后用数学知识去解决问题,最后再把解决问题回归到实践中去.



基础知识巩固

1.不等式 $2-x \leq 1$ 的解集在数轴上表示正确的是(D)



2.请你写出一个满足不等式 $2x-1 < 6$ 的正整数 x 的值: 1,2,3中任填一个.

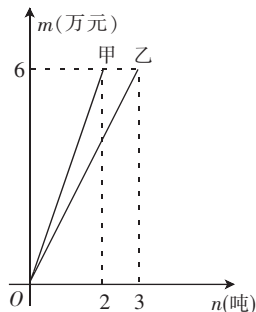
3.不等式 $2x+1 > -2$ 的解是 $x > -\frac{3}{2}$.

4.若不等式 $3m-2 < 5$ 的解集是 $x > 2$,则实数 m 的值为 3.

5.某班级从文化用品市场购买了签字笔和圆珠笔共15支,所付金额大于26元,但小于27元.已知签字笔每支2元,圆珠笔每支1.5元,则其中签字笔购买了 8 支.

6.企业在生产甲、乙两种节能产品时需用A、B两种原料,生产每吨节能产品所需原料的数量见下表:

原料 \ 节能产品	A 原料(吨)	B 原料(吨)
甲种产品	3	3
乙种产品	1	5



销售甲、乙两种产品的利润(万元)与销售量(吨)之间的函数关系如右上图所示.已知该企业生产了甲种产品(吨)和乙种产品(吨),共用去A原料200吨.

(1)写出与满足的关系式;

(2)为保证生产的这批甲种、乙种产品售后的总利润不少于220万元,那么至少要用B原料多少吨?

解:(1) $3x+y=200$. (2) 销售每吨甲种产品的利润为3万元,销售每吨乙种产品的利润为2万元,由题意,得 $3x+2y \geq 220$, $200-y+2y \geq 220$, $\therefore y \geq 20$, B原料的用量为 $3x+5y=200-y+5y=200+4y \geq 280$. 答:至少要用B原料280吨.

7.在一条笔直的公路上有A、B两地,它们相距150千米,甲、乙两部巡警车分别从A、B两地同时出发,沿公路匀速相向而行,分别驶往B、A两地.甲、乙两车的速度分别为70千米/小时、80千米/小时,设行驶时间为 x 小时.

(1)从出发到两车相遇之前,两车的距离是多少千米?(结果用含 x 的代数式表示)

(2)已知两车都配有对讲机,每部对讲机在15千米之内(含15千米)时能够互相通话,求行驶过程中两部对讲机可以保持通话的时间最长是多少小时?

解: (1) $(150 - 150x)$ 千米. (2) 相遇之后, 两车的距离是 $(150x - 150)$ 千米, 依题意可得不等式组: $\begin{cases} 150 - 150x \leq 15 \\ 150x - 150 \leq 15 \end{cases}$, 解得

$0.9 \leq x \leq 1.1$, $1.1 - 0.9 = 0.2$. 答: 两部对讲机可以保持通话的时间最长是 0.2 小时.



中考能力自测

1. 不等式组 $\begin{cases} x+4 > 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$ 的解集为 (A)

A. $-1 < x \leq 1$

B. $-1 \leq x < 1$

C. $-1 < x < 1$

D. $x < -1$ 或 $x \geq 1$

2. 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -1 \\ x+2 \leq 3 \end{cases}$ 的整数解为 0, 1.

3. 某市某商场为做好“家电下乡”的惠民服务, 决定从厂家购进甲、乙、丙三种不同型号的电视机 108 台, 其中甲种电视机的台数是丙种的 4 倍, 购进三种电视机的总金额不超过 147000 元, 已知甲、乙、丙三种型号的电视机的出厂价格分别为 1000 元/台、1500 元/台、2000 元/台.

(1) 求该商场至少购买丙种电视机多少台?

(2) 若要求甲种电视机的台数不超过乙种电视机的台数, 问有哪些购买方案?

解: (1) 设购买丙种电视机 x 台, 则购买甲种电视机 $4x$ 台, 购买乙种电视机 $(108 - 5x)$ 台. 根据题意列不等式: $1000 \times 4x + 1500 \times (108 - 5x) + 2000x \leq 147000$, 解这个不等式, 得 $x \leq 10$, 因此至少购买丙种电视机 10 台. (2) 根据题意得: $4x \leq (108 - 5x)$, 解得 $x \leq 12$. 又 $\because x$ 是整数, 由 (1) 得: $10 \leq x \leq 12$, $\therefore x = 10, 11, 12$, 因此有三种方案. 方案一: 购进甲、乙、丙三种不同型号的电视机分别为 40 台、58 台、10 台; 方案二: 购进甲、乙、丙三种不同型号的电视机分别为 44 台、53 台、11 台; 方案三: 购进甲、乙、丙三种不同型号的电视机分别为 48 台、48 台、12 台.

4. 黄冈某地“杜鹃节”期间, 某公司 70 名职工组团前往参观欣赏, 旅游景点规定: ①门票每人 60 元, 无优惠; ②上山游玩可坐景点观光车, 观光车有四座和十一座车, 四座车每辆 60 元, 十一座车每人 10 元. 公司职工正好坐满每辆车且总费用不超过 5000 元, 问公司租用的四座车和十一座车各多少辆?

解: 设四座车租 x 辆, 十一座车租 y 辆. 则有 $\begin{cases} 4x + 11y = 70 \\ 70 \times 60 + 60x + 11y \times 10 \leq 5000 \end{cases}$, 解得 $y \geq \frac{50}{11}$, 又 $\because y \leq \frac{70}{11}$, 故 $y = 5, 6$, 当 $y = 5$

时, $x = \frac{15}{4}$, 故舍去. $\therefore x = 1, y = 6$.

第三部分 一元二次方程



核心考点详解

1. 一元二次方程: 只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是二次, 这样的方程叫做一元二次方程.

一元二次方程都可以化成 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的形式, 我们把它称为一元二次方程的一般形式, 其中 ax^2 、 bx 、 c 分别称为二次项、一次项和常数项, a 、 b 分别称为二次项系数、一次项系数.

2. 一元二次方程的解法:

(1) 直接开平方法: 形如 $x^2 = a (a \geq 0)$.

(2) 配方法: 将一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 化成 $(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ 的形式. 当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时, 可直接开平方求出方程的根.

(3) 公式法: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时的求根公式为: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; 当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, 无解.

(4) 分解因式法: 分解因式法是把一个一元二次方程化成两个一元一次方程来解, 体现了“降次”的思想, 是较为简便的方法, 但并不适用于所有的一元二次方程.

3. 一元二次方程根的判别式: