

2015届 高考

数学（理）二轮复习

主编◎李国勤 田风高



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

2015届 高考

数学（理）二轮复习

主编◎李国勤 田风高



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

2015 届高考数学(理)二轮复习 / 李国勤, 田风高
编著. -- 银川: 宁夏人民教育出版社, 2015.3

ISBN 978-7-5544-1165-0

I. ①2… II. ①李… ②田… III. ①中学数学课—高中—升学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第 060613 号

2015 届高考数学(理)二轮复习

李国勤 田风高 编著

责任编辑 虎雅琼 吴勇刚

封面设计 杭永鸿

责任印制 殷 戈

黄河出版传媒集团 出版发行
宁夏人民教育出版社

地 址 宁夏银川市北京东路 139 号出版大厦(750001)

网 址 www.yrpubm.com

网上书店 www.hh-book.com

电子信箱 jiaoyushe@yrpubm.com

邮购电话 0951-5014284

经 销 全国新华书店

印刷装订 宁夏雅昌彩色印务有限公司

印刷委托书号 (宁)0016846

开 本 880 mm × 1230 mm 1/16

印 张 4

字 数 100 千字

版 次 2015 年 3 月第 1 版

印 次 2015 年 3 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5544-1165-0/G·2942

定 价 6.00 元

版权所有 翻印必究

编写说明

“工欲善其事,必先利其器”,高考数学备考过程是数学思想方法的汇集过程。因此,熟悉考纲要求,掌握高考动向,探究备考策略,分析知识交汇,强化高频考点训练,对备考起着关键作用。为了帮助高三学生科学、高效地进行二轮复习,达到夯实基础,提升综合能力的目标,编写了《2015届高考数学(理)二轮复习》一书,以供考生选用。

本书共设计了十个专题,每个专题设有高考内容要求;基础知识,基本技能;高考动向及高考预测等栏目。基础知识、基本技能栏目的设置旨在夯实基础,强化高频考点;高考动向及高考预测栏目的设置旨在让学生更好地掌握高考命题趋势,查漏补缺。本书以教材为主线,以章节为单元,偏重于基本知识的掌握,知识要点与常用结论的梳理,同时,以历年高考题为模本,便于同学们掌握基本技能基本方法,防止大家就题做题,不能触类旁通,举一反三;简单重复复习,不求深度思考;片面追求解题技巧,眼高手低,简单题不想做或做得不规范,难题又做不出来或怕做的状况。本书适合考生备考心理,符合学生实际,有利于考生“四基”能力的培养,有如下亮点:

高考预测 结合2015年考纲要求、近几年高考新课标卷命题趋势及学生一轮复习中的质疑,对2015年高考数学(理科)进行了科学预测。

锦囊妙语 本书选取典型最新高考真题并及时归纳总结,帮助考生学以致用,培养学生思维的灵活性,做到做一题,懂一法,会一类,通一片。

精选试题 本书以历年高考真题及教材典型试题的嫁接、整合题为主,突出主干内容,体现数学思想方法,注重知识交汇,体现综合应用,重视数学概念,体现数学工具性,并能恰好做到回归教材,返璞归真。

疑难汇集 “错题集”是高考备考过程中针对学生“会而不对,对而不全”现象的教学策略。本书本着夯实基础的原则,汇集了考生在一轮复习中存在的共性问题,并分析了考生存在问题的根源。

祝愿每位考生梦想成真,走进自己理想的高等学府。恳请师生在使用过程中多提宝贵意见,以便更加完善。

编者

2015年3月

目 录

专题一 选择题的解法	001
专题二 数学思想与方法	010
专题三 集合、复数及不等式	014
专题四 函数与导数	019
专题五 三角函数	026
专题六 数 列	031
专题七 平面向量、极坐标与参数方程	035
专题八 立体几何	040
专题九 解析几何	047
专题十 计数原理与概率统计	053

专题一

选择题的解法

一、把脉高考

新课标数学试卷,选择题共 12 道,满分 60 分.选择题所考查的知识面很广,不仅要求考生有正确的分辨能力,还要有较快的解题速度,为此,需要掌握解答选择题的一些技巧.选择题属基础题,解题的原则是“小题巧解,小题不能大做”.解题的基本策略是充分地利用题干和选择支两方面条件所提供的信息作出判断.先定性后定量,先特殊后推理;先间接后直解,先排除后求解,这样才能达到准确、迅速.当然,选择题的解法同样注重通性通法的考查,需要我们认真审题、先易后难、大胆猜想、小心验证.本专题的设置旨在第一轮复习后唤起学生对 60 个高频考点的回顾与反思.

二、解题策略

(一)直接法

直接法是解答选择题最常用的基本方法,低档选择题可用此法迅速求解.直接法适用的范围很广,只要运算正确必能得出正确的答案.提高直接法解选择题的能力,准确把握知识点的交汇与整合,细致拆分考点,强化基础.

例 1 已知全集为 $\mathbf{R}$,集合 $A = \left\{ x \mid \left(\frac{1}{2} \right)^x \leq 1 \right\}$, $B = \{ x \mid x^2 - 6x + 8 \leq 0 \}$, 则 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B = (\quad)$.

A. $\{ x \mid x \leq 0 \}$

B. $\{ x \mid 2 \leq x \leq 4 \}$

C. $\{ x \mid 0 \leq x < 2 \text{ 或 } x > 4 \}$

D. $\{ x \mid 0 < x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 4 \}$

例 2 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是奇函数 $f(x+2) = -f(x)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x$, 则 $f(7.5) = (\quad)$.

A. 0.5

B. -0.5

C. 1.5

D. -1.5

(二)特例法

就是运用满足题设条件的某些特殊数值、特殊位置、特殊关系、特殊图形、特殊数列、特殊函数等对各选择支进行检验或推理,利用问题在某一特殊情况下不真,则它在一般情况下也不真的原理,由此判明选项真伪的方法.用特例法解选择题时,特例取得越简单、越

特殊越好.

1. 特殊值.

例 3 $a > b > 1, P = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}, Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b), R = \lg\left(\frac{a+b}{2}\right)$, 则().

- A. $R < P < Q$ B. $P < Q < R$ C. $Q < P < R$ D. $P < R < Q$

2. 特殊函数.

例 4 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 为减函数, 设 $a+b \leq 0$, 给出下列不等式:

① $f(a) \cdot f(-a) \leq 0$; ② $f(b) \cdot f(-b) \geq 0$; ③ $f(a) + f(b) \leq f(-a) + f(-b)$; ④ $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$. 其中正确的不等式序号是().

- A. ①②④ B. ①④ C. ②④ D. ①③

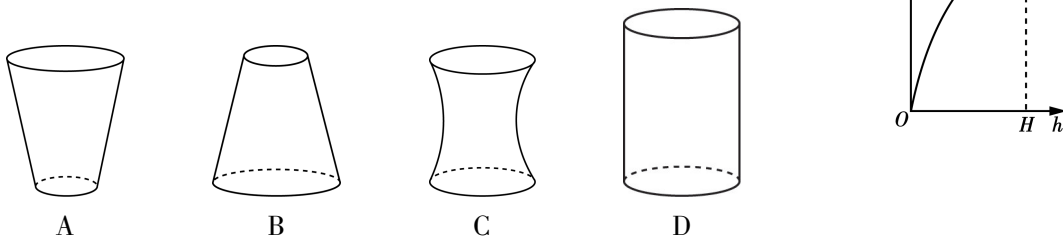
3. 特殊数列.

例 5 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{101} = 0$, 则有().

- A. $a_1 + a_{101} > 0$ B. $a_2 + a_{102} < 0$ C. $a_3 + a_{99} = 0$ D. $a_{51} = 51$

4. 特殊位置.

例 6 向高为 H 的水瓶中注水, 注满为止, 如果注水量 V 与水深 h 的函数关系的图象如右图所示, 那么水瓶的形状是().



5. 特殊点.

例 7 直三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 的体积为 V , P, Q 分别为侧棱 AA', CC' 上的点, 且 $AP = C'Q$, 则四棱锥 $B-APQC$ 的体积是().

- A. $\frac{1}{2}V$ B. $\frac{1}{3}V$ C. $\frac{1}{4}V$ D. $\frac{1}{5}V$

6. 特殊方程.

例 8 双曲线 $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ ($a > b > 0$) 的渐近线夹角为 α , 离心率为 e , 则 $\cos \frac{\alpha}{2}$ 等于().

- A. e B. e^2 C. $\frac{1}{e}$ D. $\frac{1}{e^2}$

(三) 图象法

就是利用函数图象或数学结果的几何意义, 将数的问题(如解方程、解不等式、求最值、求取值范围等)与某些图形结合起来, 利用图象的直观性, 再辅以简单计算, 确定正确答案的方法. 这种解法贯穿数形结合思想, 每年高考均有很多选择题(也有填空题、解答题)都可以用数形结合思想解决, 既简捷又快速.

例 9 关于 x 的方程 $\sqrt{1-x^2} = kx + 2$ 有唯一解, 则实数 k 的取值范围是().

A. $k = \pm\sqrt{3}$

B. $k < -2$ 或 $k > 2$

C. $-2 < k < 2$

D. $k < -2$ 或 $k > 2$ 或 $k = \pm\sqrt{3}$

(四) 验证法(代入法)

就是将选择支中给出的答案或其特殊值代入题干,逐一去验证是否满足题设条件,然后选择符合题设条件的选择支的一种方法.在运用验证法解题时,若能据题意确定代入顺序,则能较大提高解题速度.

例 10 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = \frac{2}{3}$, 且 $\frac{1}{a_{n-1}} + \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{2}{a_n} (n \geq 2)$, 则 a_n 等于().

A. $\frac{2}{n+1}$

B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

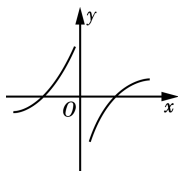
C. $\left(\frac{2}{3}\right)^n$

D. $\frac{2}{n+2}$

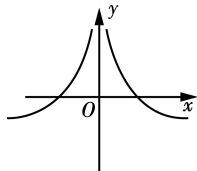
(五) 筛选法(也叫排除法、淘汰法)

就是充分运用选择题中有且仅有一个正确答案的特征,从选择支入手,根据题设条件与各选择支的关系,通过分析、推理、计算、判断,对选择支进行筛选,将其中与题设相矛盾的干扰支逐一排除,从而获得正确结论的方法.

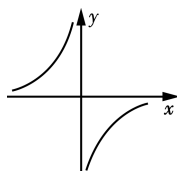
例 11 函数 $y = \frac{\lg|x|}{x}$ 的图象大致是().



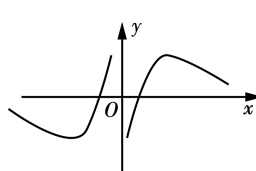
A



B



C



D

(六) 分析法

就是对有关概念全面、正确、深刻地理解或对有关信息提取、分析和加工后而作出判断和选择的方法.

1. 特征分析法.

根据题目所提供的信息,如数值特征、结构特征、位置特征等,进行快速推理,迅速作出判断的方法,称为特征分析法.

例 12 已知 $\sin\theta = \frac{m-3}{m+5}, \cos\theta = \frac{4-2m}{m+5} \left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$, 则 $\tan \frac{\theta}{2}$ 等于().

A. $\frac{m-3}{9-m}$

B. $\left|\frac{m-3}{9-m}\right|$

C. $\frac{1}{3}$

D. 5

2. 逻辑分析法.

通过对四个选择支之间的逻辑关系的分析,达到否定谬误支,选出正确支的方法,称为逻辑分析法.首先,若 $A \text{ 真} \Rightarrow B \text{ 真}$, 则 A 必排出,否则与“有且仅有一个正确结论”相矛盾.其次,若选项 $A \Leftrightarrow B$, 则 A, B 均假.第三,若选项 A, B 成矛盾关系,则必有一真,可否定选项 C, D .

例 13 当 $x \in [-4, 0]$ 时, $a + \sqrt{-x^2 - 4x} \leq \frac{4}{3}x + 1$ 恒成立,则 a 的一个可能取值是().

- A. 5 B. $\frac{5}{3}$ C. $-\frac{5}{3}$ D. -5

例 14 若 $c > 1, a = \sqrt{c} - \sqrt{c-1}, b = \sqrt{c+1} - \sqrt{c}$. 则下列结论中正确的是().

- A. $a > b$ B. $a = b$ C. $a < b$ D. $a \leq b$

(七) 估算法

就是一种粗略的计算方法,即对有关数值作扩大或缩小,从而对运算结果确定出一个范围或作出一个估计的方法.

例 15 用数字 1, 2, 3, 4, 5 可以组成没有重复数字,并且比 20000 大的五位偶数共有().

- A. 48 个 B. 36 个 C. 24 个 D. 18 个

(八) 逆向思维法

正难则反,当问题从正面考虑比较困难时,采用逆向思维的方法,考虑其逆否命题来作出判断的方法称为逆向思维法.

例 16 若正棱锥的底面边长与侧棱长相等,则该棱锥一定不是().

- A. 三棱锥 B. 四棱锥 C. 五棱锥 D. 六棱锥

(九) 极限法

从有限到无限,从近似到精确,应用极限思想解决问题,可以避开抽象、复杂的运算,降低难度,优化解题过程.

例 17 对 $\forall \theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 都有().

- A. $\sin(\sin\theta) < \cos\theta < \cos(\cos\theta)$ B. $\sin(\sin\theta) > \cos\theta > \cos(\cos\theta)$
C. $\sin(\cos\theta) < \cos\theta < \cos(\sin\theta)$ D. $\sin(\cos\theta) < \cos(\sin\theta) < \cos\theta$

(十) 割补法

“能割善补”是解决几何问题的常用方法,通过巧妙割补,将不规则的图形转化为规则图形,这样可以使问题简化,从而缩短解题时间.

例 18 一个四面体的所有棱长都是 $\sqrt{2}$, 四个顶点在同一球面上,则此球的表面积为().

- A. 3π B. 4π C. $3\sqrt{3}\pi$ D. 6π

三、高频考点汇集

1. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | (x-1)(x-a) \geq 0\}$, $B = \{x | x \geq a-1\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则 a 的取值范围为().

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(2, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

2. 设复数 $z = \frac{1+i}{1-i} + (1-i)^2$, 则 $(1+z)^7$ 的展开式(按 z 的升幂排列)的第 5 项是().

- A. 35 B. $-35i$ C. -21 D. $21i$

3. 下列有关命题的说法中,正确的是().

- A. 设 p, q 为简单命题,若“ $p \vee q$ 为真命题”,则“ $\neg p \wedge \neg q$ 为真命题”

B. “ $x>1$ ”是“ $x^2+x-2>0$ ”的充分不必要条件

C. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2+x+1<0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2+x+1>0$ ”

D. 命题“若 $\alpha>\beta$, 则 $\tan\alpha>\tan\beta$ ”的逆命题为真命题

4. 设正实数 x, y, z 满足 $x^2-3xy+4y^2-z=0$, 则当 $\frac{xy}{z}$ 取得最大值时, $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}-\frac{2}{z}$ 的最大值为().

- A. 0 B. 1 C. $\frac{9}{4}$ D. 3

5. 已知 $a=5^{\log_2 3.4}$, $b=5^{\log_4 3.6}$, $c=\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_5 0.3}$, 则().

- A. $a>b>c$ B. $b>a>c$ C. $a>c>b$ D. $c>a>b$

6. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x-4)=-f(x)$, 且 $x \in [0, 2]$ 时, $f(x)=\log_2(x+1)$, 甲、乙、丙、丁四位同学有下列结论: 甲: $f(3)=1$; 乙: 函数 $f(x)$ 在 $[-6, -2]$ 上是增函数; 丙: 函数 $f(x)$ 关于直线 $x=4$ 对称; 丁: 若 $m \in (0, 1)$, 则关于 x 的方程 $f(x)-m=0$ 在 $[-8, 8]$ 上所有根之和为 -8 , 其中正确的是().

- A. 甲、乙、丁 B. 乙、丙 C. 甲、乙、丙 D. 甲、丁

7. 若曲线 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 在点 $(a, a^{-\frac{1}{2}})$ 处的切线与两个坐标围成的三角形的面积为 18, 则 $a=()$.

- A. 64 B. 32 B. 16 D. 8

8. 设 $f(x)=e^x+x-2$, $g(x)=\ln x+x^2-3$, 若实数 a, b 满足 $f(a)=0$, $g(b)=0$, 则().

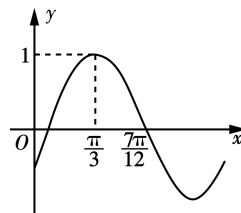
- A. $0<g(a)<f(b)$ B. $f(b)<g(a)<0$
C. $f(b)<0<g(a)$ D. $g(a)<0<f(b)$

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{b+c}{2c}$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为().

- A. 直角三角形 B. 等腰三角形或直角三角形
C. 正三角形 D. 等腰直角三角形

10. 已知函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ ($\omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则().

- A. $\omega=1 \quad \varphi=\frac{\pi}{6}$
B. $\omega=1 \quad \varphi=-\frac{\pi}{6}$
C. $\omega=2 \quad \varphi=\frac{\pi}{6}$
D. $\omega=2 \quad \varphi=-\frac{\pi}{6}$



11. 设等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n . 若 $a_1=-11$, $a_4-a_6=-6$, 则当 S_n 取最小值时, n 等于().

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

12. 对任意等比数列 $\{a_n\}$, 下列说法一定正确的是().

- A. a_1, a_3, a_9 成等比数列
B. a_2, a_3, a_6 成等比数列
C. a_2, a_4, a_8 成等比数列
D. a_3, a_6, a_9 成等比数列

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x>0, \\ \cos x, & x\leq 0, \end{cases}$ 则下列结论正确的是().

- A. $f(x)$ 是偶函数
B. $f(x)$ 是增函数
C. $f(x)$ 是周期函数
D. $f(x)$ 的值域为 $[-1, +\infty)$

14. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x+y-2\geq 0 \\ x-2y+4\geq 0 \\ 3x-y-3\leq 0 \end{cases}$, 所表示的平面区域为 M . 若函数 $y=k(x+1)+1$ 的

图象经过区域 M , 则实数 k 的取值范围是().

- A. $[3, 5]$
B. $[-1, 1]$
C. $[-1, 3]$
D. $-\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

15. 已知 a, b 是单位向量, $a \cdot b = 0$. 若向量 c 满足 $|c-a-b|=1$, 则 $|c|$ 的取值范围是().

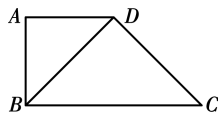
- A. $[\sqrt{2}-1, \sqrt{2}+1]$
B. $[\sqrt{2}-1, \sqrt{2}+2]$
C. $[1, \sqrt{2}+1]$
D. $[1, \sqrt{2}+2]$

16. 在边长为 1 的正三角形 ABC 中, 设 $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CA}=3\overrightarrow{CE}$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = ()$.

- A. $\frac{1}{4}$
B. $-\frac{1}{4}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $-\frac{3}{4}$

17. 如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD=AB$, $\angle BCD=45^\circ$, $\angle BAD=90^\circ$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起, 使平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , 构成三棱锥 $A-BCD$, 下列命题正确的是().

- A. 平面 $ABD \perp$ 平面 ABC
B. 平面 $ADC \perp$ 平面 BDC
C. 平面 $ABC \perp$ 平面 BDC
D. 平面 $ADC \perp$ 平面 ABC

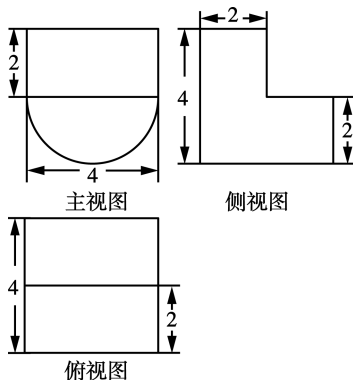


18. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的 6 个顶点都在球 O 的球面上, 若 $AB=3$, $AC=4$, $AB \perp AC$, $AA_1=12$, 则球 O 的半径为().

- A. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$
B. $2\sqrt{10}$
C. $\frac{13}{2}$
D. $3\sqrt{10}$

19. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为().

- A. $16+8\pi$
B. $8+8\pi$
C. $16+16\pi$
D. $8+16\pi$



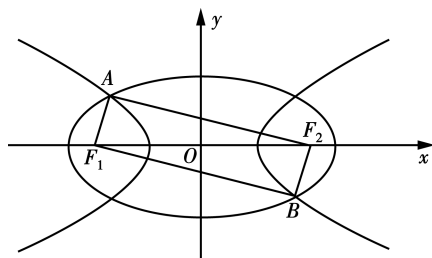
20. 设抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F , 准线为 l , P 为抛物线上一点, $PA \perp l$, A 为垂足. 如果直线 AF 的斜率为 $-\sqrt{3}$, 那么 $|PF| = (\quad)$.

- A. $4\sqrt{3}$ B. 8 C. $8\sqrt{3}$ D. 16

21. 已知圆 $C_1: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$, 圆 $C_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$, M, N 分别是圆 C_1, C_2 上的动点, P 为 x 轴上的动点, 则 $|PM| + |PN|$ 的最小值为 $(\quad)$.

- A. $5\sqrt{2}-4$ B. $\sqrt{17}-1$ C. $6-2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{17}$

22. 如图, F_1, F_2 是椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 与双曲线 C_2 的公共焦点, A, B 分别是 C_1, C_2 在第二、四象限的公共点. 若四边形 AF_1BF_2 为矩形, 则 C_2 的离心率是 $(\quad)$.



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

23. 设双曲线的一个焦点为 F ; 虚轴的一个端点为 B , 如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直, 那么此双曲线的离心率为 $(\quad)$.

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

24. 某赛季, 甲、乙两名篮球运动员都参加了 11 场比赛, 他们每场比赛得分情况的茎叶图如图, 则甲、乙两名运动员的中位数分别是 $(\quad)$.

甲				乙		
9	8	7	0	5	7	8
9	7	5	1	1	1	3
6	4	3	2	0	2	
		2	3	0	1	
		1	4	0		

- A. 19, 13 B. 13, 19
C. 20, 18 D. 18, 20

25. 已知回归直线斜率的估计值为 1.23, 样本点的中心为点 $(4, 5)$, 则回归直线的方程为 $(\quad)$.

- A. $\hat{y} = 1.23x + 4$ B. $\hat{y} = 1.23x + 5$
C. $\hat{y} = 1.23x + 0.08$ D. $\hat{y} = 1.23x + 1.23$

26. 函数 $f(x) = x^2 - x - 2$, $x \in [-5, 5]$, 那么任意取一点 $x_0 \in [-5, 5]$, 使 $f(x_0) \leq 0$ 的概率为 $(\quad)$.

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{3}{10}$

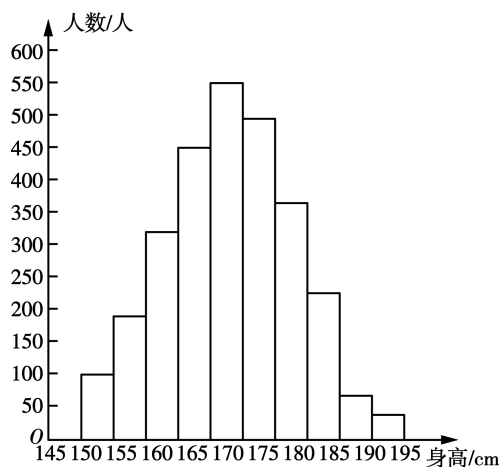
27. 从 20 名男同学, 10 名女同学中任选 3 名参加体能测试, 则选到的 3 名同学中既有男同学又有女同学的概率为 $(\quad)$.

- A. $\frac{9}{29}$ B. $\frac{10}{29}$ C. $\frac{19}{29}$ D. $\frac{20}{29}$

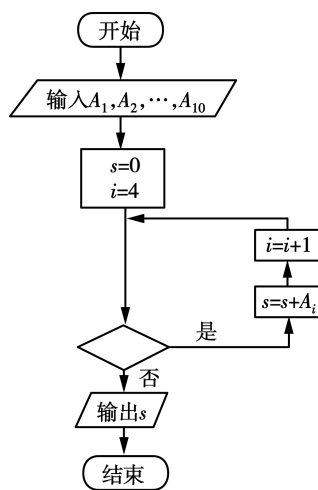
28. 口袋里放有大小相等的两个红球和一个白球,有放回地每次摸取一个球,定义数列 $\{a_n\}: a_n = \begin{cases} -1, & \text{第 } n \text{ 次摸取红球} \\ 1, & \text{第 } n \text{ 次摸取白球} \end{cases}$,如果 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,那么 $S_7 = 3$ 的概率为().

- A. $C_7^5 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$ B. $C_7^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$
C. $C_7^5 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$ D. $C_7^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$

29. 如图(1)是某县参加2014年高考的学生身高条形统计图,从左到右的各条形表示的学生人数依次记为 $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ [如 A_2 表示身高(单位:cm)在 $[150, 155)$ 内的学生人数].图(2)是统计图(1)中身高在一定范围内学生人数的一个算法流程图.现要统计身高在 $160 \sim 180$ cm(含 160 cm,不含 180 cm)的学生人数,那么在流程图中的判断框内应填写的条件是().



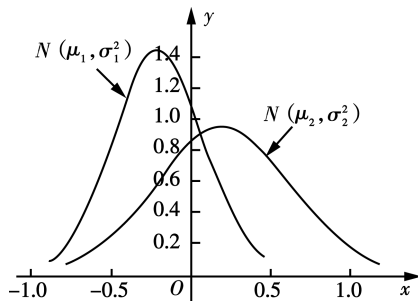
(1)



(2)

- A. $i < 6$ B. $i < 7$ C. $i < 8$ D. $i < 9$

30. 设两个正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ($\sigma_1 > 0$)和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ($\sigma_2 > 0$)的密度函数图象如图所示. 则有().



- A. $\mu_1 < \mu_2, \sigma_1 < \sigma_2$ B. $\mu_1 < \mu_2, \sigma_1 > \sigma_2$
C. $\mu_1 > \mu_2, \sigma_1 < \sigma_2$ D. $\mu_1 > \mu_2, \sigma_1 > \sigma_2$

31. 某学校随机抽取20个班,调查各班中有网上购物经历的人数,所得数据的茎叶图如图所示.以组距为5将数据分成 $[0, 5)$, $[5, 10)$, $[10, 15)$, $[15, 20)$, $[20, 25)$, $[25, 30)$, $[30, 35)$, $[35, 40)$ 时,所作的频率分布

专题二

数学思想与方法

一、把脉高考

《新课程标准》强调“四基七能、五思十法”。“四基”是指：基础知识、基本技能、基本思想方法、基本活动经验；“七能”是指：基本运算能力、推理论证能力、空间想象能力、抽象概括能力、数据处理能力、应用意识、创新意识；“五思”是指：函数与方程思想、数形结合思想、划归转化思想、分类讨论思想、建模思想。“十法”是指：常用的定义法、配方法、待定系数法、换元法、数形结合法、参数法、数学归纳法、反证法、赋值法、等价转化法。

二、数学思想

(一) 函数与方程的思想

1. 已知 $f(x)$ 是偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \begin{cases} \cos \pi x, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ 2x-1, & x \in (\frac{1}{2}, +\infty) \end{cases}$ 则不等式 $f(x-1) \leq \frac{1}{2}$ 的

解集为().

A. $[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}] \cup [\frac{4}{3}, \frac{7}{4}]$

B. $[-\frac{3}{4}, -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$

C. $[\frac{1}{3}, \frac{3}{4}] \cup [\frac{4}{3}, \frac{7}{4}]$

D. $[-\frac{3}{4}, -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{3}, \frac{3}{4}]$

2. 若函数 $f(x) = 3ax + 1 - 2a$ 在区间 $(-1, 1)$ 上存在一个零点, 则实数 a 的取值范围是().

A. $(-1, \frac{1}{5})$

B. $(\frac{1}{5}, +\infty)$

C. $(-\infty, -1) \cup (\frac{1}{5}, +\infty)$

D. $(-\infty, -1)$

3. 若不等式 $x^2 + ax + 10$ 对于一切 $x \in (0, \frac{1}{2}]$ 成立, 则实数 a 的最小值是().

A. 0

B. -2

C. $-\frac{5}{2}$

D. -3

4. 若函数 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 有三个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

5. 设函数 $f(x) = \ln x - ax$, $g(x) = e^x - ax$, 其中 a 为实数. 若 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是单调减函数, 且 $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上有最小值, 则 a 的取值范围是_____.

(二) 数形结合思想

6. 点 P 为抛物线 $x^2 = 4y$ 上一动点, 若定点 $A(-2, 7)$, 则点 P 到焦点 F 与点 A 的距离之和的最小值为_____.

7. 已知函数 $y = 4\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$, $(x \in [0, \frac{7\pi}{6}])$ 的图象与直线 $y = m$ 有三个交点, 且交点的横坐标分别为 x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$), 那么 $x_1 + 2x_2 + x_3$ 等于().

- A. $\frac{5\pi}{3}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{3\pi}{2}$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \geq 0 \\ 4x - x^2, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(2 - a^2) > f(a)$, 则实数 a 的取值范围是().

- A. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ B. $(-1, 2)$
C. $(-2, 1)$ D. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

9. 函数 $f(\theta) = \frac{\sin\theta}{\sqrt{2} + \cos\theta}$ 的值域为_____.

10. 设点 P 在曲线 $y = \frac{1}{2}e^x$ 上, 点 Q 在曲线 $y = \ln(2x)$ 上, 则 $|PQ|$ 的最小值为().

- A. $1 - \ln 2$ B. $\sqrt{2}(1 - \ln 2)$ C. $1 + \ln 2$ D. $\sqrt{2}(1 + \ln 2)$

(三) 分类讨论思想

11. 正三棱柱的侧面展开图是边长分别为 6 和 4 的矩形, 则它的体积为().

- A. $\frac{8}{9}\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $\frac{2}{9}\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$ 或 $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

12. 集合 $A = \{x \mid |x| \leq 4, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid |x - 3| < a, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \supseteq B$, 那么 a 的取值范围是().

- A. $0 \leq a \leq 1$ B. $a \leq 1$ C. $a < 1$ D. $0 < a < 1$

13. 设函数 $f(x) = ax^2 - 2x + 2$, 对于满足 $1 < x < 4$ 的一切 x 值都有 $f(x) > 0$, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和为 6, 前 8 项和为 -4. 设 $b_n = (4 - a_n)q^{n-1}$ ($q \neq 0, n \in \mathbf{N}^*$), 则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n =$ _____.

15. 过点 $(-1, 6)$ 与圆 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ 相切的直线方程是_____.

(四) 化归转化思想

16. 设函数 $f(x) = x^3 + x$, $x \in \mathbf{R}$, 若当 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ 时, $f(m\sin\theta) + f(1 - m) > 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是().

- A. $(0, 1)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ D. $(-\infty, 1)$

17. 点 $A(a, 1)$ 与 $B(-1, a)$ 位于直线 $x + y + 1 = 0$ 的两侧的一个充分不必要条件

是().

A. $-2 < a < 0$

B. $a > 0$

C. $-2 < a < -1$

D. $1 < a < 2$

18. 已知命题 $p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2ax_0 + a \leq 0$, 若命题 p 是假命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

19. 关于 x 的二次方程 $x^2 + (m-1)x + 1 = 0$ 在区间 $[0, 2]$ 上有解, 则实数 m 的取值范围是_____.

20. 若 $a > 1$, 设函数 $f(x) = a^x + x - 4$ 的零点为 m , $g(x) = \log_a x + x - 4$ 的零点为 n , 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的取值范围是_____.

三、数学方法

(一) 配方法

1. 若 $x > -1$, 则 $f(x) = x^2 + 2x + \frac{1}{x+1}$ 的最小值为_____.

2. 设 F_1 和 F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的两个焦点, 点 P 在双曲线上且满足 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$, 则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积是_____.

(二) 换元法

3. 函数 $f(x) = 2\cos^2 x + \sin x - 1$, 则函数 $f(x)$ 的取值范围是_____.

4. 已知函数 $f(2x+1) = e^{2x}$, 则函数 $f(x)$ 在点 $P(1, f(1))$ 处的切线方程式是_____.

(三) 待定系数法

5. 与双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 有共同的渐近线, 且过点 $(2, 2)$ 的双曲线的方程是_____.

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, F 是 AD 与 BE 的交点, 若 $\overrightarrow{CF} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 则 $x+y =$ _____.

(四) 定义法

7. 设向量 $\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{AT}$ 分别是 46° 角的正弦线、余弦线和正切线, 则().

A. $|\overrightarrow{MP}| < |\overrightarrow{OM}| < |\overrightarrow{AT}|$

B. $|\overrightarrow{OM}| < |\overrightarrow{MP}| < |\overrightarrow{AT}|$

C. $|\overrightarrow{AT}| < |\overrightarrow{OM}| < |\overrightarrow{MP}|$

D. $|\overrightarrow{OM}| < |\overrightarrow{AT}| < |\overrightarrow{MP}|$

8. 过抛物线焦点 F 的直线与抛物线相交于 A, B 两点, 若 A, B 在抛物线准线上的射影分别为 A_1, B_1 , 则 $\angle A_1FB_1$ 等于_____.

(五) 数学归纳法

9. 数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 1$, 当 $n \geq 2$ 时 $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$, 依次计算 a_2, a_3, a_4 后, 猜想 a_n 的表达式是_____.

10. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{4}\right) =$ _____.