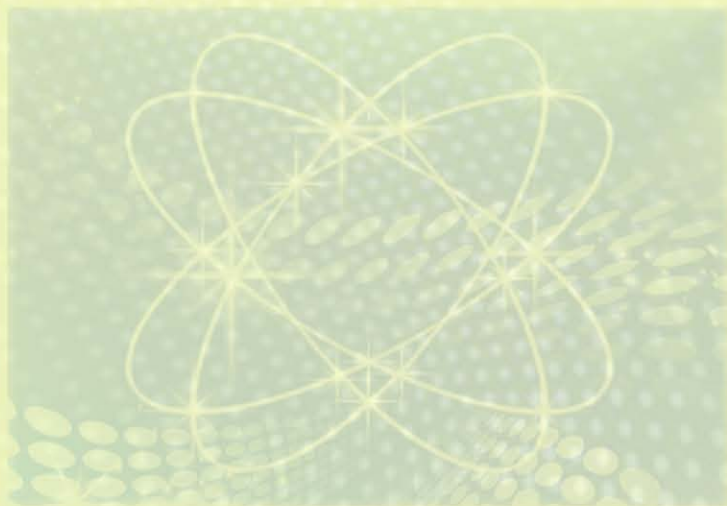


# 新编高职数学

叶春伟 主审

李娜 熊勇 周萍 主编



四川科学技术出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

新编高职数学/叶春伟主审,李娜,熊勇,周萍主编. - 成都:四川科学技术出版社,2014.10

ISBN 978 - 7 - 5364 - 7965 - 4

I. ①新… II. ①叶… ②李… ③熊… ④周… III. ①高等数学 - 高等职业教育 - 教材 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 214113 号

### 新编高职数学

---

出品人 钱丹凝  
主 审 叶春伟  
主 编 李 娜 熊 勇 周 萍  
责任编辑 肖 伊  
责任出版 欧晓春  
出版发行 四川出版集团·四川科学技术出版社  
……………成都市三洞桥路 12 号 邮政编码 610031  
官方微博:[http://e. weibo. com/sckjcb](http://e.weibo.com/sckjcb)  
官方微信公众号:sckjcb  
传真:028 - 87734039

成品尺寸 185mm × 260mm  
印张 7.5 字数 200 千 插页 1

印 刷 四川五洲彩印有限责任公司  
版 次 2014 年 10 月第一版  
印 次 2014 年 10 月第一次印刷  
定 价 15.00 元

ISBN 978 - 7 - 5364 - 7965 - 4

---

■ 版权所有·翻印必究 ■

■本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

■如需购本书,请与本社邮购组联系。

地址/成都市三洞桥路 12 号 (028)87734035 邮政编码/610031

## 前 言

高等职业教育具有高等教育和职业教育的双重属性,职业教育是高职教育质的规定性教育。高职教育作为一种类型教育,培养的是一种类型的人才,应该区别于普通高等教育。

德国数学家克莱因说过:“音乐能激发或抚慰情怀,绘画使人赏心悦目,诗歌能动人心弦,哲学使人获得智慧,科学可以改善物质生活,但数学能给予以上的一切。”高等数学是以抽象化和逻辑性强为主要特征的课程,且作为高等职业院校的公共基础课已经存在很多年了,但是否真正地发挥出了这门课程应该发挥的作用值得商榷。可以肯定的是,高等数学已经成为高等职业院校学生在大学学习过程中的“拦路虎”之一,不仅使学生难以找到数学知识与专业知识的结合点,而且对原本不擅长数学学习的高职学生,在其学习热情上还会产生较为严重的打击。产生这样状况的原因有很多,就教材编写以及教材运用的角度而言,教材编写不照顾高职学生的基础条件,教材内容不切合后续专业教学需要,教学内容枯燥、缺乏趣味是其中很重要的原因。为此,我们在高等职业院校做了一些调研,就学生对现行的数学课程以及教材的一些观点和想法进行了收集、整理,具体如下:

- (1) 数学是重要的,同时又是抽象和枯燥的。
- (2) 学数学意味着在题海中沉浮。
- (3) 数学是深奥的枯燥理论和艰涩难懂符号的堆砌。
- (4) 数学是机械记忆、解题训练以及黑板上令人昏昏欲睡的讲解。
- (5) 数学只给我们压力,不给我们魅力。
- (6) 基础不好,学数学太困难,没有信心学好数学,甚至憎恶数学,对于应用更谈不上。

从调查的结果看,没有哪一门课程像数学课这样,在大家的心目中其重要性和亲和性有这么大的分歧。一方面,数学作为一门重要的公共课程不可能废弃;另一方面,同学们对数学课程的学习望而却步。由此,我们从高等数学课程的教学过程中开始进行大胆尝试,从有趣的数学出发,让同学们在趣味数学中体会数学思想,在逻辑思考中训练思维,在微积分中理解变化,在数学实验中发现数学的神奇。一年的尝试取得了良好的效果,同学们学习高等数学课程的热情有了很大的提升,对学习的积极性和主动性也增强了。

根据教学过程的积累,我们萌生了重新编写一本更适合高职学生特点的高等数学教材的想法。因此,借鉴高等数学课堂教学改革尝试的结果,经过参与编写教材的教师们的共同研究,决定在编写中围绕四个基本想法进行,一是降低高等数学课程的学习基础,强化易学的意识和观念;二是坚持“能力为本、够用为度”的基本原则,努力体现数学课程教学为专业课程学习的基础性、服务性功能,强化高等数学知识的有用性;三是结合数学基本思想,让学生体会到趣味性、逻辑性和应用性;四是充分运用计算机软件技术在数学教学过程的作用,强化数学学习过程中学会运用工具的理念。这四个想法的核心可以用一句话概括,即“降低学习门槛+体会数学思想+学会利用工具+能够进行应用”。

由于编者对现代高等职业教育理念及规律的认识水平有限,同时对高等数学课程内容如何有效地针对后续专业进行编排还处于尝试阶段,因此必然还存在许多不足之处,望读者在阅读和使用过程中积极提出宝贵意见,我们将根据读者的反馈意见和建议进一步修订。

本教材是由四川城市职业学院教师李娜(讲师)、熊勇(副教授)和周萍(副教授)共同主编,建筑工程系叶春伟(副主任)主审。本书编写期间得到了学院领导和许多专业教师的帮助,在此一并感谢。

编者  
2014年4月

## 目 录

<b>第一章 数学思想与数学思维</b> .....	1
<b>第一节 有趣的数学——数学思想之体验</b> .....	1
一、计算器趣题 .....	1
二、100 和 101 新解 .....	2
三、数字游戏修订版 .....	3
四、循环小数 $0.999\ 9\cdots = 1$ 对吗? .....	3
五、无穷和 $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ .....	4
六、应关闭哪家医院 .....	5
七、数学游戏——幻方 .....	5
八、你能想到吗? .....	7
九、棋盘上的赏赐 .....	7
十、微积分学及其发展道路 .....	8
<b>第二节 数学逻辑思维训练</b> .....	11
一、逻辑思维与数学思维 .....	11
二、数学逻辑思维训练题目与解答 .....	12
<b>第二章 微积分初步</b> .....	18
<b>第一节 函数的极限与连续</b> .....	18
一、函数 .....	18
二、极限的概念与运算法则 .....	25
三、函数的连续性 .....	31
<b>第二节 导数与微分</b> .....	34
一、导数的概念和运算 .....	34
二、函数的微分 .....	44
三、导数的应用 .....	47
四、未定式问题 .....	53
<b>第三节 积分学</b> .....	57
一、不定积分的概念与性质 .....	57
二、换元积分法 .....	61

三、分部积分法 .....	65
四、定积分的概念与性质 .....	67
五、微积分基本公式 .....	72
六、定积分的应用 .....	76
<b>第三章 计算数学</b> .....	<b>84</b>
一、初等数学中的计算公式 .....	84
二、高等数学中的导数与积分公式 .....	86
三、工程计算中的公式 .....	89
四、公式的应用 .....	92
<b>第四章 数学实验</b> .....	<b>96</b>
一、函数图形的绘制 .....	96
二、Matlab 软件的应用 .....	101
参考答案 .....	112
参考文献 .....	115

# 第一章 数学思想与数学思维

数学是什么?

1. 数学是一种语言,是一切科学的共同语言。
2. 数学是一把钥匙,一把打开科学大门的钥匙。
3. 数学是一种工具,一种思维的工具。
4. 数学是一门艺术,一门创造性艺术。

## 第一节 有趣的数学——数学思想之体验

### 一、计算器趣题

有一些数字,通过某种特定的计算,往往可以得到一些非常奇妙的排列,令人看后叫绝,回味无穷(如图 1-1 ~ 图 1-4)。

$$\begin{aligned}1 \cdot 1 &= 1 \\11 \cdot 11 &= 121 \\111 \cdot 111 &= 12321 \\1111 \cdot 1111 &= 1234321 \\11111 \cdot 11111 &= 123454321 \\111111 \cdot 111111 &= 12345654321 \\1111111 \cdot 1111111 &= 1234567654321 \\11111111 \cdot 11111111 &= 123456787654321 \\111111111 \cdot 111111111 &= 12345678987654321\end{aligned}$$

图 1-1

$$\begin{aligned}
 9 \cdot 9 + 7 &= 88 \\
 98 \cdot 9 + 6 &= 888 \\
 987 \cdot 9 + 5 &= 8888 \\
 9876 \cdot 9 + 4 &= 88888 \\
 98765 \cdot 9 + 3 &= 888888 \\
 987654 \cdot 9 + 2 &= 8888888 \\
 9876543 \cdot 9 + 1 &= 88888888 \\
 98765432 \cdot 9 + 0 &= 888888888
 \end{aligned}$$

图 1-2

$$\begin{aligned}
 1 \cdot 9 + 2 &= 11 \\
 12 \cdot 9 + 3 &= 111 \\
 123 \cdot 9 + 4 &= 1111 \\
 1234 \cdot 9 + 5 &= 11111 \\
 12345 \cdot 9 + 6 &= 111111 \\
 123456 \cdot 9 + 7 &= 1111111 \\
 1234567 \cdot 9 + 8 &= 11111111 \\
 12345678 \cdot 9 + 9 &= 111111111 \\
 123456789 \cdot 9 + 10 &= 1111111111
 \end{aligned}$$

图 1-3

$$\begin{aligned}
 8 \cdot 8 + 13 &= 77 \\
 8 \cdot 88 + 13 &= 717 \\
 8 \cdot 888 + 13 &= 7117 \\
 8 \cdot 8888 + 13 &= 71117 \\
 8 \cdot 88888 + 13 &= 711117 \\
 8 \cdot 888888 + 13 &= 7111117 \\
 8 \cdot 8888888 + 13 &= 71111117 \\
 8 \cdot 88888888 + 13 &= 711111117
 \end{aligned}$$

图 1-4

## 二、100 和 101 新解

“给你超过 100”代表什么意思？有些人说他们的付出超过“100”，这意味着什么呢？我们也许都曾经有过这种境遇，就是别人要求你的付出超过“100”，甚至要求达到“101”。

生活中什么等于“100”？我们来玩玩下面的数字小游戏，或许你能找到这些问题的答案。

如果英文字母依序代表下列相对数字：

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

那么将下列词或词组中各字母对应的数字加起来，再看看结果，如



努力工作: H - A - R - D - W - O - R - K

$$8 + 1 + 18 + 4 + 23 + 15 + 18 + 11 = 98;$$

知识: K - N - O - W - L - E - D - G - E

$$11 + 14 + 15 + 23 + 12 + 5 + 4 + 7 + 5 = 96;$$

态度: A - T - T - I - T - U - D - E

$$1 + 20 + 20 + 9 + 20 + 21 + 4 + 5 = 100;$$

神的爱: L - O - V - E - O - F - G - O - D

$$12 + 15 + 22 + 5 + 15 + 6 + 7 + 15 + 4 = 101。$$

这样,我们从以上数学运算得到的各个结果出发,也许可以如此认为:

努力工作和知识只能让你接近目标,而态度能让你达成目标;唯神的爱能让你超越巅峰!

### 三、数字游戏修订版

熊老师按顺序写下9个非零数字,每个数字之间留有间隙,如下所示:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

然后,对李老师说“我希望你填上常见的运算符号,使结果等于100。”李老师马上说:“这个很简单!”于是他写下了:

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

熊老师说“不,我留了间隙!你不能把123看作是一百二十三……”

“噢,那就是说不允许将数字拼起来组成新的数字。”李老师说。

“对,一处也不允许。”熊老师说。

李老师想了一会,写下了:

$$(1 + 2 - 3 - 4) \times (5 - 6 - 7 - 8 - 9) = 100$$

熊老师说“对不起,不能用括号。”于是,又出现了:

$$1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 - 6 \times 7 + 8 \times 9 = 100$$

李老师说“不介意我用乘法优先于加法的运算法则吧,所以我不需用括号将乘法括起来,对不?”

“不介意,这是允许的。不过抱歉,现在也不能用减号。”

一阵寂静后李老师说“我不确定是不是有这种可能。”

熊老师得意地问“想打赌吗?”

接下来李老师该怎么办呢?同学们请帮帮忙吧。

### 四、循环小数 $0.999\ 9\cdots = 1$ 对吗?

人们似乎普遍认为  $0.999\ 9\cdots$  略小于1。之所以这样认为,大概是因为无论你在小数点后取多少位9,比方说  $0.999\ 999\ 999\ 9$ ,所得的数都不同于1。即使两者的差值不是太大,这里是  $0.000\ 000\ 000\ 1$ ,但它毕竟不是0。因此许多人潜意识里总是觉得  $0.999\ 9\cdots$  应该小于

1. 小多少呢? 嗯, 反正是小于一个看上去像  $0.000\ 0\cdots 1$  之类的某个数, 无论有多少个 0。

这样试问“ $0.333\ 3\cdots$  是多大?” 我们会愉快地回答“老师教过, 恰好是  $\frac{1}{3}$ 。”接着如果我们又问下列式子是否正确?

$$0.999\ 9\cdots = 3 \times 0.333\ 3\cdots = 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

看到这个式子, 大家可能有点紧张了, 觉得“这个题有点狡猾”! 那上面的算式对吗? 我们接着再看看下面的计算:

$$\text{设 } 0.999\ 9\cdots = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1\ 000} + \cdots = s, \text{ 则}$$

$$10s = 9 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1\ 000} + \cdots, \text{ 即 } 10s = 9 + s.$$

因此  $s = 1$ , 也就是说  $0.999\ 9\cdots = 1$ 。

那我们是否可以这样说“1 和  $0.999\ 9\cdots$  之差是 0, 因此它们是相等的”呢? 其实, 这其中的运算涉及微积分学中极限和无穷级数的内容。本书第三章“微积分初步”将会给大家详细介绍微积分的内容。

## 五、无穷和 $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$

请大家看下面的和式:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \cdots$$

其中“ $\cdots$ ”意味着这样的相加永不停止, 我们将它称为无穷和。那这个无穷和是多少呢? 能等于一个具体的数吗? 这样计算一下:

$$\text{如果设 } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \cdots = s, \text{ 那么}$$

$$2s = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \cdots = 2 + s$$

因此  $s = 2$ 。

然而, 下面这个看似无异样的无穷和

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$$

却在某些特定情况下显得有些诡异。如若像这样加上括号:

$$(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \cdots$$

它可化简为  $0 + 0 + 0 + \cdots$ , 结果肯定是 0。但是如果像这样加上括号:

$$1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \cdots$$

它则变成  $1 + 0 + 0 + 0 + 0 + \cdots$ , 结果肯定是 1。

然而, 在数学界具有举足轻重地位的大数学家欧拉尝试了另一个技巧, 设  $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots = s$ , 则

$$s = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots) = 1 - s$$

由此得到  $s = 1 - s$ , 因此  $s = \frac{1}{2}$ 。

这是前面两个矛盾值 0 和 1 的一个很好的折中值。无疑,欧拉的这一尝试使局面更混乱了。本来就已经令人困惑了,又来一个折中,那最后这个无穷和:

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

到底是多少呢? 我们不打算深入探讨该问题涉及的数学思想,只是想表明在这样的情况下欧拉那个有争议的  $\frac{1}{2}$  可以被认为是正确的。但是,在后期随着对无穷和的深入研究与系统化,最终的结果是:这个无穷和是不存在的,也就是说以上的三种算法都不对。

## 六、应关闭哪家医院

统计学家们知道,合并数据时有时会发生很奇怪的事情。其中一件就是辛普森悖论。下面举例说明这一点:

卫生部要收集外科手术成功率的数据。医院甲和乙位于某市的同一个地区。卫生部打算关闭这两家医院中成功率较低的医院。

医院甲报告了对 2 100 例患者的手术,63 人死亡(3%);

医院乙报告了 800 例患者的手术,16 人死亡(2%)。

在卫生部部长看来,情况一目了然,医院乙死亡率较低,因此应该关闭医院甲。

不用说,医院甲很不服气。医院院长要求部长重新考虑是有理由的,并要求部长将数据分成两个类别:男性和女性。院长同意了,由此得到了按性别分类的相应数据。

医院甲分别对 1 500 名男性,600 名女性做了手术,其中,6 名女性(1%)和 57 名男性(3.8%)死亡。

医院乙分别对 600 名女性和 200 名男性做了手术,其中,8 名女性(1.33%)和 8 名男性(4%)死亡。

可以看出,这些数据加起来与原始数据一致。可奇怪的是,在两种类别中,医院乙的死亡率都高于医院甲,然而在合并起来的数据中,医院甲却比医院乙的死亡率高。要是将结果拿到法庭上判决,相信无论哪种统计方式都会受到异议。最后,卫生部部长只好让两家医院都继续营业。

## 七、数学游戏——幻方

当你还是个小学生的時候,也许就玩过这样一种数学益智游戏,就是把 1,2,3,4,5,6,7,8,9 这 9 个数字,分别填在  $3 \times 3$  的方格里,使之横、竖、对角线的数字相加都等于 15(如图 1-5)。这种“填数”问题在数学语言里就叫“幻方”。而填在  $3 \times 3$  方格里的,就叫 3 阶幻方,4 阶、5 阶幻方等以此类推。

三阶幻方:


图 1-5

我们作如下考虑(如图 1-6):

$$3 \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 8 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 6 \\ \hline 7 & 0 & 5 \\ \hline \end{array}$$

图 1-6

然后每个数加 1 得到(如图 1-7):

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图 1-7

我们将这个幻方进行左右水平翻转,上下垂直翻转,然后再做四条轴对称,就能得到 8 个不同的幻方。可以说,数学的威力就是“得寸进尺”!

同理可得,5 阶幻方(如图 1-8):

$$5 \times \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \hline 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \hline 2 & 1 & 0 & 4 & 3 \\ \hline 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 3 & 2 & 1 & 0 & 4 \\ \hline 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \\ \hline 17 & 21 & 0 & 9 & 13 \\ \hline 5 & 14 & 18 & 22 & 1 \\ \hline 23 & 2 & 6 & 10 & 19 \\ \hline 11 & 15 & 24 & 3 & 7 \\ \hline \end{array}$$

图 1-8

每个数加 1 得到(如图 1-9):

5	9	13	17	21
18	22	1	10	14
6	15	19	23	2
24	3	7	11	20
12	16	25	4	8

图 1-9

## 八、你能想到吗?

有一根很长很长的绳子,恰好可以绕地球赤道一周。如果把绳子再接长 15 米后,绳子就会绕着地球一周并悬在空中(如图 1-10)。你能想象在赤道的任何一个地方,一个身高 2.39 米以下的人,都可以从绳子下面自由穿过吗?

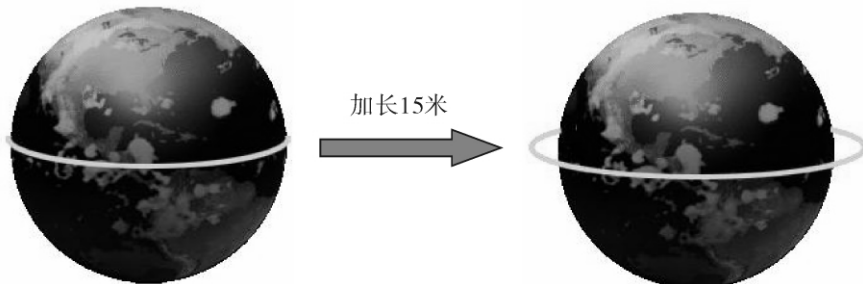


图 1-10

设地球半径为  $R$ ,则绳子的原长为  $2\pi R$ ,当绳子长为  $2\pi R + 15$  时,绳子所围圈的半径为:

$$(2\pi R + 15) \div 2\pi = R + 2.39$$

因此,绳子可围成一个与地球表面相距 2.39 米的大圆圈。

## 九、棋盘上的赏赐

这是一个古老的印度传说。舍罕王打算重赏象棋发明人——宰相西萨·班·达依尔。这位聪明大臣的胃口看来并不大。他跪在国王面前说“陛下,请您在这张棋盘的第一个小格内赏给我一粒麦子,在第二个小格内给两粒,第三格内给四粒,照这样下去,每一小格内都比前一小格加一倍。陛下,把这样摆满棋盘上所有 64 格的麦粒都赏给您的仆人吧!”

“爱卿,你所求的并不多啊!”国王心里窃喜,因为用这种方式对一件奇妙发明进行赏赐不算破费。“你当然会如愿以偿的。”国王命令如数将麦粒付给达依尔。

计数麦粒的工作开始了,第一格内放 1 粒,第二格内放 2 粒,第三格内放  $2^2$  粒……还没有到第二十格,一袋麦子已经空了。一袋又一袋的麦子被扛到国王面前来。但是,麦粒数一格接一格飞快地增长着。国王很快就看出,即便拿出全印度的粮食也兑现不了他对达依尔的诺言。原来,所需麦粒总数为:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots = 18\,446\,744\,073\,709\,557\,615 \text{ (粒)}$$

这些麦子究竟有多少?更形象一点来说,如果造一个仓库来放这些麦子,仓库高 4 米,宽 10 米,那么仓库的长度就等于地球到太阳的距离的两倍。而要生产这么多的麦子,全世界要 2000 年。尽管印度舍罕王非常富有,但要这么多的麦子他是怎么也拿不出来的。这么一来,舍罕王就欠了宰相好大一笔债。要么是忍受达依尔没完没了的讨债,要么是干脆砍掉他的脑袋。结果究竟如何呢?可惜史书上没有记载。

## 十、微积分学及其发展道路

微积分学是研究函数微分、积分性质与应用的一个数学分支。

微积分的出现是初等数学向高等数学转变的一个具有划时代意义的大事。但是,在微积分发展道路上也曾产生过一些“混乱”或者说“神秘性”。这些“神秘性”主要集中在“无穷小量”上。

16 世纪的欧洲向自然科学提出了两个基本问题:

- (1) 已知路程求速度;
- (2) 已知速度求路程。

在等速运动的情况下,这两个问题可以用初等数学来解决,但在变速的情形时,只用初等数学就无法解决了。

笛卡儿(R. Descartes, 1596—1650) 等人创立了解析几何学,开始有了变量的概念,这把描述运动的函数关系和几何学中曲线或曲面问题的研究统一了起来。上述力学中的两个最基本问题正好与初等几何一直未解决的两类问题完全一致。这两个问题是:

- (1) 求任意曲线的切线;
- (2) 求任意曲线所围成的面积(或求任意曲面所围成的体积)。

牛顿和德国数学家莱布尼兹(G. W. Leibniz, 1646—1716) 在前人工作的基础上,分别用力学和几何学独立地创立了微积分学。牛顿侧重于力学研究,突出了速度的概念,考虑了速度的变化,建立了微积分的计算方法。他于 1665 年创造了“流数法”,并利用这个方法从行星运动三大定律推出了万有引力定律,再根据万有引力定律解决了许多力学和天文学的问题。

莱布尼兹则突出了切线的概念,从变量的有限差出发引入微分概念。他特别重视运算符号和法则。

恩格斯说过“微积分是牛顿和莱布尼兹大体上完成的,但不是由他们发明的。”微积分刚一形成,就在解决实际问题中显示出强大的威力。例如,在天文学中,它能够精确地计算行星、彗星的运行轨道和位置。

英国天文学家哈雷(E. Halley, 1656—1742) 就通过这种计算断定 1531 年、1607 年、1682 年出现过的彗星是同一颗彗星,并推测它将于 1759 年再次出现。这个预见后来果然被证实。

虽然微积分后来的应用愈来愈丰富,但当时的微分和积分并没有确切的数学定义。特别是一些定理的证明和公式的推导,在逻辑上前后矛盾,不好理解,使人感到可疑,但推出的结论往往又是正确无误的。这样,微积分就具有了一种“神秘性”。这种“神秘性”集中体现在当时对“无穷小量”的认识上。牛顿在一些经典的推导中,既用无穷小量作分母进行除法,这意味着无穷小量不是零,又把被无穷小量所乘的项当作没有而去掉,这说明他认为无穷小量是零。奇怪的是,这样所推导的公式在力学和几何学的应用中却被证明都是正确的。

微积分漫长的发展史给我们的重要启示是:一个新的理论(或新的学科)的诞生,需要许多人付出艰辛的劳动,甚至要经过几代人的努力。科学研究的道路从来就不是平坦的。另



牛顿



莱布尼兹

外,它也告诉我们人们对客观世界中数量关系的认识是逐步深化的,既需要从感性认识跃进到理性认识,又需要用理性认识指导实践,并取得进一步的发展。这个过程就是“实践、认识、再实践、再认识”的过程。

马克思曾经指出“一门科学只有在成功地应用数学时,才能达到真正完美的地步。”无论是学理工的,还是学经济的,不管是学法律的,还是学语言文学的,也不管你是学美术的,还是学体育的,都是一个接受科学训练的过程。在这个过程中,作为与科学对话的语言——数学,发挥着十分重要的作用,我们可以用数学美去描绘自然美。

在现实社会中,正如著名数学家华罗庚先生所说“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁,无处不用数学。”尤其是在数学美的结晶——计算机进入全民家庭的今天,世人已经意识到,数学是强者的翅膀,数学美是最高境界的美。国人已经感悟到,能否运用数学观念定量思维,正在成为衡量一个民族文化素质的重要标志。用数学的方法去欣赏数学美、应用数学美、发现数学美、创造数学美,是中华民族对美的认识的升华!

## 习题 1

1. 在每个数字后面的空格内填上运算符号,使得下列等式成立。

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 = 100$$

2. 用运算符号连接各小题中的数字,使各小题运算结果均为 24。

(1) 5,5,5,1      (2) 3,3,7,7      (3) 4,4,7,7      (4) 3,3,8,8

3. 补齐下面的方阵,使之横、竖、对角线的数字相加都等于 15(提示:在填补时可以使用分数)。

	8	

4. 构造一个 4 阶幻方,即将 1,2,3,⋯,16 填进下面的方阵中,使得横、竖、对角线的数字

相加都等于 34。


5. 请将“我爱父母亲”5 个汉字填进下面的 5 阶方阵, 使得横、竖、对角线的汉字均为“我、爱、父、母、亲”这几个字, 顺序可颠倒。这样不同的方阵一共有多少个呢?

我	爱	父	母	亲



## 第二节 数学逻辑思维训练

### 一、逻辑思维与数学思维

#### (一) 逻辑思维

当今的时代是一个知识爆炸的时代,也是一个头脑竞争的时代。在竞争日益激烈的环境下,一个人想要很好地生存,不仅需要付出勤奋,还必须具有智慧。随着人才竞争的日趋激烈和高智能化,越来越多的人认识到只拥有知识是远远不够的,因为知识本身并不能告诉我们如何去运用知识,如何去解决问题,如何去创新,而这一切都要靠人的智慧——大脑思维来解决。认真观察周围的人,我们会发现,那些在社会上有所成就的人无一不是具有卓越思维能力的人。

那么,思维的力量真的如此强大吗?为什么思维会对人有如此大的影响呢?早在20世纪40年代,西方发达国家就开始对人的大脑思维进行深入研究,希望能够揭开人类智慧的本质。通过研究他们发现,那些具有创造型思维和复合型思维的人,比一般人更善于思考,更懂得如何提炼有用的信息以及如何驾驭和运用知识去解决新问题。他们往往也就比其他其他人知道更多的信息,拥有更多的知识。

世界著名物理学家劳厄曾说过“重要的不是获得知识,而是发展思维能力。教育无非是一切已学过的东西都遗忘掉的时候所剩下来的东西。”大量的事实也表明,个人的观察、分析、判断、理解、思考、决策、创意、策划、想象、洞察和战略规划等思维技能是否成熟,是否接受过系统的训练,将决定个人未来的职业发展前途。因此,一个人要想在激烈的脑力竞争中生存,就要学会更新自己僵化的头脑、简单的思维模式,让自己成为一个在思维技能上训练有素的人。

知识固然重要,但它并不一定能让我们变得智慧。因为,一个人智力的高低百分之九十取决于他拥有什么样的思维,知识只占百分之十。这也是为什么我们现代人虽然在知识的拥有量上已远远超过古人,但却还是达不到孔子和牛顿的智慧高度的原因。爱因斯坦曾说过这样一句话“如果仅仅死记书本上可以翻到的东西,什么事件啦、人名啦、公式啦等等,根本就不用上大学。”也就是说,一直以来,学校教育主要是知识的教育,而非思维的教育。因此,我们的思维也需要接受训练,一种可以让一个拥有许多知识的头脑变得更为灵活、更富创造力的训练。

爱迪生说“天才,就是百分之一的灵感加百分之九十九的努力!”其实,我们每个人都拥有一座金矿,这座金矿不是别的,就是我们自己的大脑。人有了大脑就能思维,就能在世界上创造出形形色色的奇迹。对于成功而言,可以说头脑中那百分之一的灵感才是最宝贵的。但遗憾的是,很少有人去研究那最宝贵的百分之一,去提高那最宝贵的百分之一。信息化的