梅氏叢書輯要

上

摭

梅氏叢書輯要卷二十一

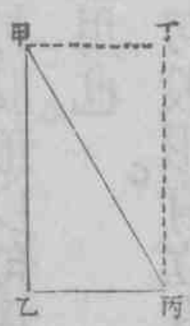
平三角舉要三

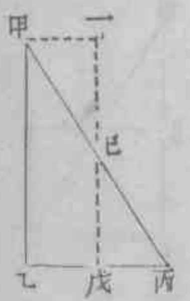
內容外切三角測量之用在邊與角。而其內容外切亦所當明。故次于算例之後。

三角求積第一術

假如句股形甲乙股一百二十尺。乙丙句三十五尺。求積。

術以甲乙股乙丙句相乘四千二百尺。折半得積。





如圖甲乙股與乙丙句相乘成甲乙丙丁長方形其形半實半虛故折半見積。

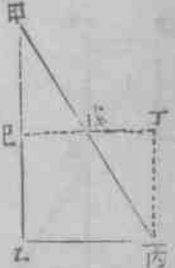
或以句折半十七尺半乘股亦得積二千一百尺。

如圖乙丙句折半于戊以乙戊乘甲乙成甲乙戊丁形是移丙戊己補甲丁己也。

或以股折半六十尺乘句亦得積二千一百尺

如圖甲乙股折半于己以己乙乘乙丙成己

乙丙丁形是移甲己戊補戊丁丙也



右句股形以句爲底以股爲高若以股爲底則句又爲高可以互用也

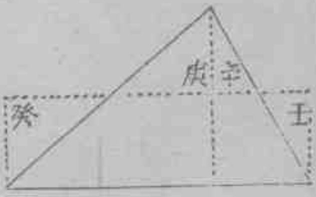
又句股形有立有平平地句股以句爲闊以股爲長其理無二

論曰凡求平積皆謂之冪其形如綱目又似窻櫺之空皆以横直相交如十字亦如機杼之有經緯而成布帛故句股是其正法何也句股者方形斜剖之半也折半則成正剖之半方形矣其他鋭角鈍角或有直無横有横無直必以法求之使成句股然後可算故句股者三角法所依以立也

假如銳角形甲乙邊二百三十二尺。甲丙邊三百四十尺。乙丙邊四百六十八尺。求積。

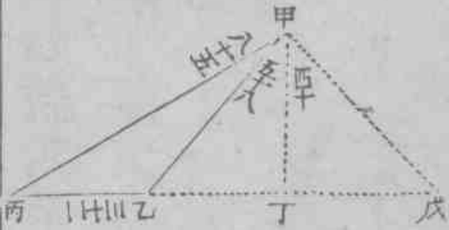
術。先求垂線。用銳角第三術。任以乙丙邊為底。以甲丙甲乙為兩弦。兩弦之較數一百零八尺。總數五百七十二尺。相乘六萬一千七百七十六尺。為實。以乙丙底為法。除之得數一百三十二尺。轉減乙丙餘數三百三十六尺。半之得乙丁一百六十八尺。依句股法。以乙丁自乘二萬八千二百二十四尺。與甲乙自乘五萬三千八百二十四尺。相減餘數二萬五千六百尺。平方開之。得甲丁垂線一百六十尺。以甲丁垂線折半乘乙丙底得積。

凡求得銳角形積。三萬七千四百四十尺。



如圖移辛補壬移庚補癸則成長方形卽垂線折半乘底之積。

右銳角形任以乙丙邊爲底。取垂線求積。若改用甲乙或甲丙邊爲底。則所得垂線不同。而得積無異。故可以任用爲底。



假如鈍角形。甲乙邊五十八步。甲丙邊八十五步。乙丙邊三十三步。求積。

術求垂線立于形外。用鈍角第三術。以乙丙爲底。甲乙甲丙爲兩弦總數一百四十三步。較數二十七步。相乘三千八百六十一步爲實。乙丙底爲法除之。得數一百一十七步。內減乙丙。餘數八十四步。折半四十二步。爲乙丁。卽乙丙引長邊。依句股法。乙丁自乘一千七百六十四步。甲乙自乘三千三百六十四步。相減。

餘數一千六百步。平方開之得甲丁四十步。為形外垂線以乙丙底折半十六步半乘之得積。

凡求得鈍角形積。六百六十步。

如圖。甲乙丙鈍角形。移戊補庚。移庚已補壬癸。又移壬子補辛。戊辛癸丑長方。即乙丙底折半乘中長甲丁之積。

右鈍角形。以乙丙為底。故從甲角作垂線。若以甲乙為底。則自丙角作垂線。亦立形外。而垂線不同。然以之求積。並同。若以甲丙為底。從乙角作垂線。則在形內。如銳角矣。其垂線必又不同。而其得積。無有不同。故亦可任用一邊為底。

凡用垂線之高。乘底見積。必其線上指天頂。底線之橫。下應地

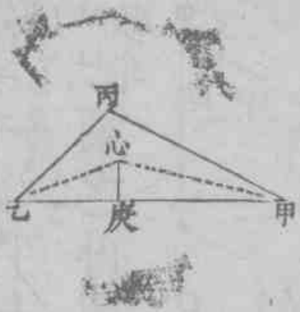
平兩線相交正如十字故其所乘之冪積皆成小平方可以虛實相補而求其積數鈍角形引長底線以作垂線立于形外則兩線相遇亦成十字正方之角矣

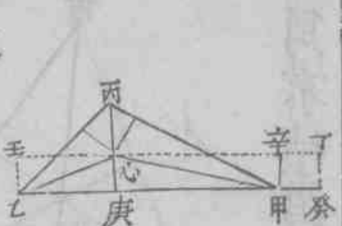
總論曰三角形作垂線于內則分兩句股鈍角形作垂線于外則補成句股皆句股法也

三角求積第二術　以中垂線乘半周得積謂之以量代算

假如鈍角形乙丙邊五十八步甲乙邊一百一十七步甲丙邊八十五步求積

術平分甲乙兩角各作線會于心從心作十字垂線至乙甲邊庚如心即中垂線也乃量取中垂線心庚得數一十八步合計三邊而半之一百三十步為半周以半周乘中垂線得積





凡求得鈍角形積。二千三百四十步

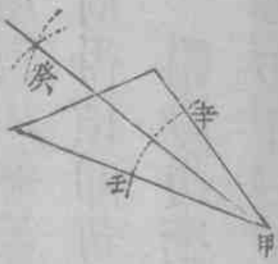
又術。如前取中垂庚心為闊。半周為長。如乙癸及丁壬別作一長方形丁癸。如乙壬即與甲乙丙鈍角形等積。

解曰。凡自形心作垂線至各邊皆等。故中垂線乘半周為一切有法之形所公用。方員及五等面六等面至十等面以上並同。故以中垂線為闊。半周為長。其所作長方形。即與三角形等積。

又解曰。中垂線至邊皆十字正方角。即分各邊成句股形。以乘半周得積。即句股相乘折半之理。

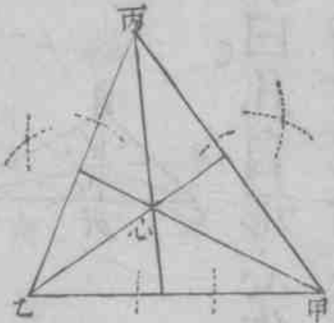
附分角術

假如有甲角欲平分之。



術以甲角為心。作虛半規。截角旁兩線。得辛壬二點。乃自辛自壬各用為心。作弧線相遇于癸。作癸甲線。即分此角為兩平分。

三角求心術



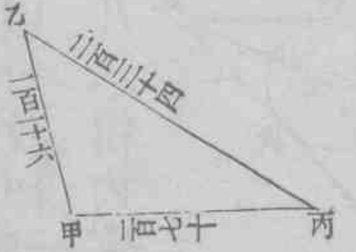
如上分角術。于甲角平分之。于乙角又平分之。兩平分之線。必相遇成一點。此一點即三角形之心。

解曰。試再于丙角如上法分之。則亦必相遇于原點。

三角求積第三術

以三較連乘。又乘半總。開方見積。

假如鈍角形甲乙邊一百一十六尺甲丙邊一百七十尺乙丙邊二百三十四尺求積



術合計三邊而半之二百六十尺為半總以與甲乙邊相減得較一百四十四尺與甲丙邊相減得較九十尺與乙丙邊相減得較二十六尺三較連乘以兩較相乘得數又以餘一較乘之也得數三十三萬六千九百六十尺又以半總乘之得數八千七百六十萬零九千六百尺平方開之得積

凡求得鈍角形積九千三百六十尺若係銳角同法

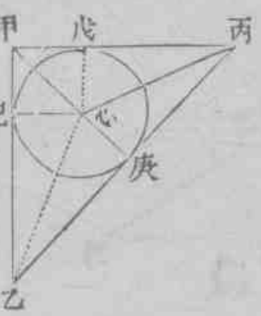
解曰此亦中垂線乘半周之理但所得為冪乘冪之數故開方見積詳或問

三角容員第一術　以弦與句股求容員徑。此術惟句股形有之。凡句股相併爲和。以和與弦併爲弦和和。以和與弦相減爲弦和較。

假如　甲乙丙句股形。甲丙句二十步。乙甲股二十一步。乙丙弦二十九步。求容員徑。

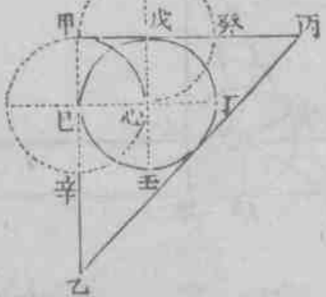
術以句股和四十一步與弦相減。得數爲容員徑。此以弦和較爲容員徑。

凡求得內容員徑一十二步。



如圖從容員心作半徑至邊。又作分角線至角。成六小句股形。則各角旁之兩線相等。如丙戊。丙庚兩線在丙角旁。則相等。乙庚乙已在乙角旁。甲戊甲已在甲角旁。並兩線相等。其在正方角旁者。甲戊。甲已。乃弦和較也。于乙丙弦內。分丙庚以對丙戊。又分乙庚以對乙巳。則其餘爲甲戊及甲已。此即句股和與乙丙弦相較之數也。然即爲內容圓徑何也。各角旁

兩線並自相等。而正方角旁之兩線又皆與容員半徑等。正方角旁兩小形之角。皆平分方角之半。則句股自相等。而甲戊等心戊。甲己等心己。然則弦和較者。正方角旁兩線甲戊甲己之合。即容員兩半徑心戊心己之合也。故弦和較即容員徑也。



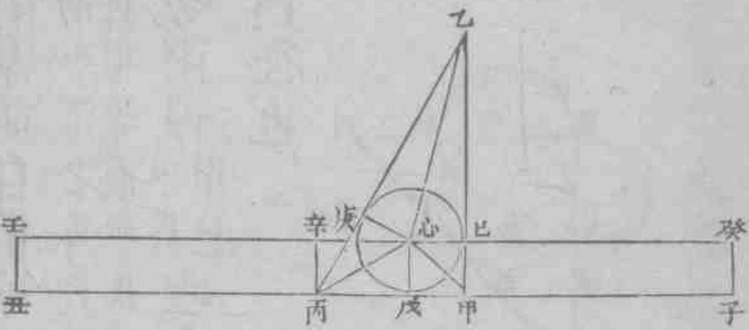
試以甲戊為半徑作員。則戊心亦半徑。而其全徑癸戊甲。與容員徑丁心己等。以甲己為半徑作員。則己心亦半徑。而其全徑辛己甲。與容員徑戊心壬亦等。

三角容員第二術　以周與積求容員徑。

假如甲乙丙句股形。甲丙句一十六步。甲乙股三十步。乙丙弦三十四步。求容員徑。

術以句股相乘得數四百八十步為實併句股弦數共八十步為法除之得數倍之為容員徑此以弦和和除句股倍積得容員半徑

凡求得容員徑一十二步。

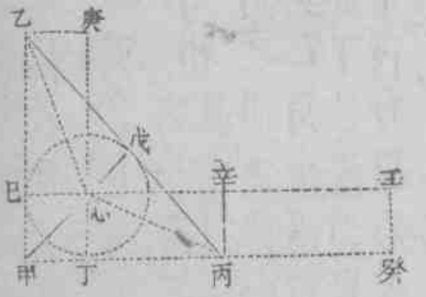


如圖從容員心作對角線分其形為三。一甲心丙一甲心乙一丙心乙乃于甲丙句線兩端各引長之截子甲如乙甲股截丙丑如丙乙弦則子丑線即弦和和也乃自員心作癸壬直線與丑子平行兩端各聯之成長方又作辛丙線分為三長方形其闊並如員半徑其長各如句如股如弦而各為所分三小形之倍積甲辛長方如甲丙句之長而以心戊半徑為闊即為甲心丙分形之倍甲癸長方如乙甲股之長而以同

心巳之半徑為闊。即為乙心甲形之倍。丙壬長方。如丙乙合之弦之長。而以同心庚之半徑為闊。即為乙心丙形之倍。即為本形倍積與句股相乘同也。句股相乘為倍積。見求積條。故以弦和和除句股相乘積得容員半徑。

假如甲乙丙句股形甲丙句八十八尺。甲乙股一百零五尺。乙丙弦一百三十七尺求容員徑

術以句股相乘而半之。得積。四千六百二十尺。為實。併句股弦數而半之。一百六十五尺。為法。除之得數倍之為容員徑。此以半周除句股積得容員半徑。凡求得丙容員徑五十六尺。



如圖從容員心分本形為六小句股。則同角之句股各相等可以合之而各成小方形。同甲角之兩句股戊丁巳小方形。同丙角之兩句股。可合之成丁辛長方形。以心辛丙形等丙戊心也。同乙角

之兩句股可合之成巳庚長方形以乙庚心形等心戊乙也。乃移巳庚長方爲辛癸長方。則癸甲即同半周。而癸巳大長方即爲半周乘半徑。而與句股積等也。六小形之句皆原形之周。變爲長方則兩兩相得。而各用其半。是半周也。癸甲及壬巳之長。並半周。壬癸及巳甲辛丙之間並同心丁。是半周乘半徑也。辛癸長方。與巳庚等積。即與乙角旁兩句股等積。又丁辛長方。與丙角旁兩句股等積。再加丁巳形。即與原設乙甲丙句股形等積矣。然則以句股相乘而半之者。句股形積也。故以半周除之。即容員半徑矣。

或以弦和和除四倍積。得容員全徑。並同前論。

論曰。句股形古法。以弦和較爲容員徑。與弦和和互相乘除。乃至精之理。測員海鏡引伸其例。以爲測望之用。其變甚多。三角容員。蓋從此出。

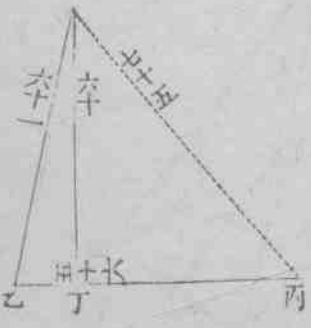
假如甲乙丙銳角形。乙丙邊。五十六尺。甲丙邊。七十五尺。甲乙邊。六十一尺。求

容員徑。

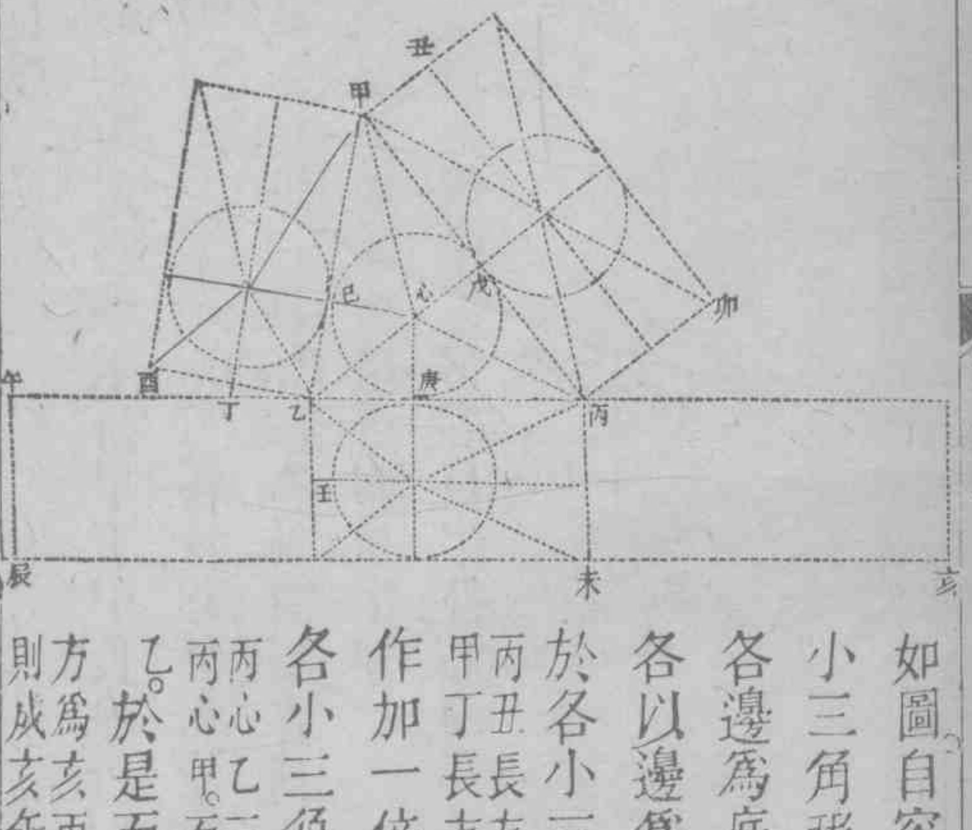
術以乙丙邊爲底。求得甲丁中長線。六十尺。其法見求積。以乘底。得數三千三百六十尺。倍之。六千七百二十尺。爲實。合計三邊。共一百九十二尺。爲法除之。得容員徑。此以全周除四倍積得容員徑。若鈍角形亦同上法。

或以全周除倍積。得容員半徑。

或以半周除積。得容員半徑。並同。



凡求得內容員徑。三十五尺。



如圖自容員心作對角線。分為小三角形三。各以員半徑為高。各邊為底。若於各邊作長方。而各以邊為長。半徑為闊。必倍大於各小三角形。如壬丙長方。倍大于丙心乙形。丙丑長方。倍大于丙心甲形。甲丁長方。倍大于甲心乙形。又作加一倍之長方。則四倍大於各小三角。如未乙長方。倍大于丙壬長方。必四倍于丙心乙三角。則卯甲亦四倍于丙心甲。而甲酉亦四倍于甲心乙。於是而通為一大長方。移卯甲長方為亥丙。移甲酉為乙辰。則成亥午大長方形矣必四