

九年级 第一学期

编 著◎邵翼如名师工作室

特级教师 公开课

数学

买图书 送课程

扫 书上二维码

看 名师讲课



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

九年级 第一学期 · 数学

特级教师 公开课

编 著◎邵翼如名师工作室



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书以初中数学新课标和中考说明为纲,打破传统教辅书概念,以二维码扫描的方式,为学生提供除传统阅读之外,以“听”课为主要形式的课外学习服务和以“测评”为主要功能的在线练习.本书适合九年级学生和教师使用.

图书在版编目(CIP)数据

特级教师公开课.九年级数学.第一学期/邵翼如名师工作室编著.

—上海:上海交通大学出版社,2014

ISBN 978-7-313-11633-8

I. ①特… II. ①邵… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料

IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 141336 号

特级教师公开课·九年级数学(第一学期)

编 著:邵翼如名师工作室

出版发行:上海交通大学出版社

邮政编码:200030

出 版 人:韩建民

印 制:上海颀辉印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16

字 数:152 千字

版 次:2014 年 7 月第 1 版

书 号:ISBN 978-7-313-11633-8/G

定 价:16.00 元

地 址:上海市番禺路 951 号

电 话:021-64071208

经 销:全国新华书店

印 张:6.5

印 次:2014 年 7 月第 1 次印刷

版权所有 侵权必究

告读者:如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话:021-57602918

前 言

《特级教师公开课》是一套在高科技技术支持下的、全新概念的教辅丛书,邀请各重点中学的特级教师进行编写.《特级教师公开课》对教辅图书进行了重新定义,教辅图书不再是仅仅只为学生提供以阅读为主要形式的课外学习服务,也不仅仅是为学生做题提供题目资源.它可以为学生:

- (1) 提供以“听”课为主要形式的课外学习服务;
- (2) 提供以“测评”为主要功能的在线练习.

学生只要用平板电脑或智能手机扫描《特级教师公开课》系列丛书上的二维码,就可以免费使用与图书配套的教学软件,在软件中“听”老师讲课,以这种最简单,也是效率最高的方式进行课外辅助学习,提高自己的学习成绩.同时,还可以在软件中进行在线测试,了解自己的学习水平和学习能力,帮助自己进行查漏补缺,提高学习效率.

本书按照解题方法和解题类型将九年级数学第一学期分为3章16个专题.第1章主要讲解相似三角形的性质、判定和应用.第2章是锐角三角比的应用和解直角三角形.第3章是二次函数的概念、图像和应用.每个专题包含“知识要点”、“典型例题”、“基础练习”、“能力提升”四个板块:

知识要点:对本专题中主要概念和规律进行梳理、总结,带领学生温习主要知识点,把握整体概念.

典型例题:精选具有代表性的经典例题,并对例题的解题思路进行详细剖析,使学生对解题的数学思想与方法有本质的认识和提高,引导学生养成规范缜密的解题习惯.例题后的“备注”辅以点评指导,高屋建瓴,提升思想.

基础练习、能力提升:按照从易到难的顺序,配合例题强化学生对解题方法和解题技巧的掌握,可作为教师出题素材.所有练习都配有完整的参考答案.

需要说明的是,学生可通过扫描二维码对“知识要点”和“典型例题”进行更详细的更全面的“听课”.除完成书面的“基础练习”、“能力提升”外,学生还可通过扫描二维码进行进一步的在线自测.

本书由邵翼如名师工作室编著,由范皓、梁珍、吕湘霞参与编写.

由于时间仓促,书中存在的疏漏错误,恳请广大师生不吝赐教,提出宝贵意见.

编 者

目 录

第 24 章	相似三角形	1
24.1	放缩与相似 比例线段	1
24.2	三角形一边的平行线	5
24.3	相似三角形的判定	11
24.4	相似三角形的性质	16
24.5	实数与向量相乘 向量的线性运算	22
24.6	本章复习:相似三角形的应用(一)	27
24.7	本章复习:相似三角形的应用(二)	33
第 25 章	锐角的三角比	38
25.1	锐角的三角比的意义 求锐角的三角比的值	38
25.2	解直角三角形	42
25.3	解直角三角形的应用	46
25.4	本章复习:锐角三角比的应用	51
第 26 章	二次函数	56
26.1	二次函数的概念及特殊二次函数的图像	56
26.2	二次函数 $y = a(x + m)^2 + k$ 图像(一)	60
26.3	二次函数 $y = a(x + m)^2 + k$ 图像(二)	66
26.4	本章复习:二次函数背景下的相关问题(一)	72
26.5	本章复习:二次函数背景下的相关问题(二)	77
参考答案		85

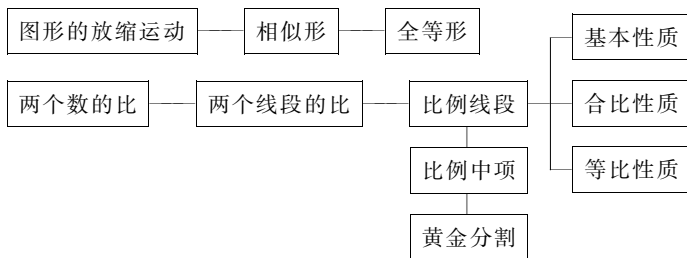
第 24 章 相似三角形

24.1

放缩与相似 比例线段



知识要点



典型例题

例 1 下列说法中,一定正确的是().

- (A) 有一个角对应相等的两个平行四边形相似
- (B) 有一组邻边对应成比例的两个矩形相似
- (C) 有一条边对应相等的两个菱形相似
- (D) 两个直角三角相似

【解析】 四边形相似的条件是对应边成比例,对应角相等,两者缺一不可. 所以选(B).

例 2 已知线段 $\frac{1}{2}$ 和 3, 则它们的比例中项是().

- (A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{6}}{2}$
- (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- (C) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$
- (D) $\frac{3}{2}$

【解析】 比例中项可知比例中项平方等于 $\frac{1}{2} \times 3$, 所以易得(B)为正确答案.

例 3 已知 P 是线段 AB 的黄金分割点, $AB=4$, 那么 $AP=$ _____.

【解析】 注意 AP 没有指明是较长线段还是较短线段. 所以是两解 $2\sqrt{5}-2$ 或 $6-2\sqrt{5}$.

例 4 在 $1:500\,000$ 的比例尺地图中, 甲乙两地的图上距离为 6 厘米, 则甲、乙两地的实际距离为 _____ 千米.

【解析】 30 千米.



例5 如果 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \neq 0$, 你能求出 $\frac{x+y+z}{x+y-z}$ 的值吗?

【解析】 设 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k$, 则 $x = 3k, y = 4k, z = 5k$.

$$\text{原式} = \frac{3k+4k+5k}{3k+4k-5k} = \frac{12k}{2k} = 6$$

例6 如图所示, 已知 $\frac{AE}{EB} = \frac{CF}{FD}$, 请依据比例性质证明:

(1) $\frac{AB}{EB} = \frac{CD}{FD}$; (2) $\frac{AB}{CD} = \frac{AE}{CF}$.

分析利用比例性质证明, 介绍更比性质.

【解析】 (1) 因为 $\frac{AE}{EB} = \frac{CF}{FD}$,

$$\text{所以 } \frac{AE+EB}{EB} = \frac{CF+FD}{FD},$$

$$\text{即 } \frac{AB}{EB} = \frac{CD}{FD}.$$

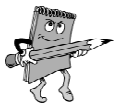
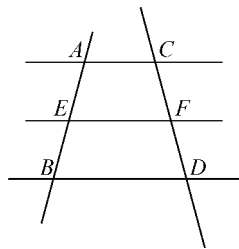
(2) 因为 $\frac{AE}{EB} = \frac{CF}{FD}$,

$$\text{所以 } \frac{EB}{AE} = \frac{FD}{CF},$$

$$\frac{EB+AE}{AE} = \frac{FD+CF}{CF},$$

$$\text{即 } \frac{AB}{AE} = \frac{CD}{CF},$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AE}{CF}.$$



基础练习

- 图形的_____或_____, 称为图形的放缩运动.
- 相似的两个图形, 它们的大小_____ (填“一定”、“不一定”或“一定不”) 相同.
- 两条线段 a, b 的长度的比叫做_____, 记作_____.
- 已知 $4x = 3y (y \neq 0)$, 则 $\frac{x}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知 $3a = 2b (b \neq 0)$, 那么 $\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 如果 $a = 4$ 厘米, $b = 6$ 厘米, $c = 3$ 厘米, 那么 a, b, c 的第四比例项是_____.
- 下列不一定是相似图形的是().
 (A) 边数相同的正多边形 (B) 两个等腰直角三角形
 (C) 两个圆 (D) 两个等腰三角形
- 对于一个图形进行放缩时, 下列说法正确的是().
 (A) 图形中线段的长度与角的大小都保持不变

- (B) 图形中线段的长度与角的大小都会改变
(C) 图形中线段的长度保持不变,角的大小可以改变
(D) 图形中线段的长度可以改变,角的大小保持不变
9. 已知 $ad = bc$ (a, b, c, d 不为零), 则下列各式正确的是().
- (A) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{c}$ (B) $\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d}$
(C) $\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{b}$ (D) $\frac{a-c}{a} = \frac{b-d}{d}$
10. 已知线段 b 是线段 a, c 的比例中项, 且 $a = 6, c = 3$, 则 b 为().
- (A) $-3\sqrt{2}$ (B) $\pm 3\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) 无法确定
11. 已知 C 是 AB 的黄金分割点, $AC = 4$ 米, 求 CB 的长.
12. 已知线段 $AB = 10$ 厘米, 点 C, D 是 AB 上的两个黄金分割点, 求线段 CD 的长.



能力提升

- 若 $\frac{x-y}{y} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{x}{y} =$ _____; 若 $\frac{a+2b}{2a-b} = \frac{9}{5}$, 则 $a:b =$ _____.
- 若 $3x - 5y = 0$, 则 $(x-y):(x+y) =$ _____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, 三边长 a, b, c 满足 $a:b:c = 4:2:3$, 且 $a - 2b + 3c = 36$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 _____.
- 两条线段的长为 $3a, 27a$, 它们的比例中项等于 _____.
- 若线段 a, b 满足 $5a = 7b$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____.
- 下列说法正确的是().
(A) 你两岁时的照片和你 12 岁时的照片是相似的图形
(B) 你的 1 寸照片和同版放大的 12 寸照片是相似的图形
(C) 你的 1 寸照片和你同学与你同一天照的 1 寸照片是相似的图形
(D) 你 12 岁时的照片和你父母 12 岁时的照片是相似的图形



7. 下列各组线段的长度成比例的是().

- (A) 7 厘米, 8 厘米, 9 厘米, 10 厘米
(B) 1.2 厘米, 1.5 厘米, 1.3 厘米, 1.4 厘米
(C) 1.1 厘米, 2.2 厘米, 3.3 厘米, 4.4 厘米
(D) 8 厘米, 4 厘米, 9 厘米, 4.5 厘米

8. 若 $\frac{x-2y}{3y-x} = \frac{2}{3}$, 则 $\frac{y}{x}$ 的值为().

- (A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{12}{5}$ (C) $\frac{7}{12}$ (D) $-\frac{12}{5}$

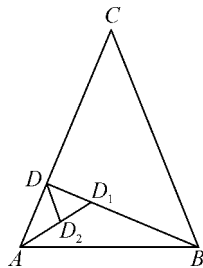
9. 点 M 是线段 AB 的黄金分割点, $AM > MB$, 则 $MB = () \cdot MA$

- (A) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (C) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{5}-3}{2}$

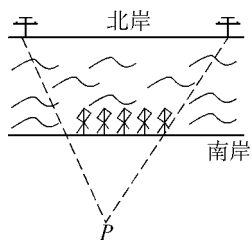
10. 已知 M 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AM > MB$.

- (1) 写出线段 AB 、 AM 、 MB 之间的比例式.
(2) 如果 $AB = 12$ 厘米, 求 AM 、 MB 的长.

11. 顶角为 36° 的等腰三角形称为黄金三角形, 它的底边与腰长的比是黄金比. 如图所示 BD 、 AD_1 、 DD_2 分别是顶角为 36° 的等腰三角形 ABC 、 ADB 、 DD_1A 底角的角平分线, 以此类推可得 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADB$ 、 $\triangle DD_1A$ ……都是黄金三角形, 这样无限制地继续下去, 则可得到黄金三角形套. D 、 D_1 、 D_2 ……分别是线段 CA 、 BD 、 AD ……的黄金分割点, 试说明点 D 为什么是 AC 的黄金分割点.



12. 如图所示,一条河的两岸有一段是平行的,在河的南岸边每隔 5 米有一棵树,在北岸边每隔 50 米有一根电线杆.小丽站在离南岸边 15 米的点 P 处看北岸,发现北岸相邻的两根电线杆恰好被南岸的两棵树遮住,并且在这两棵树之间还有三棵树,则河宽为 _____ 米.



24.2 三角形一边的平行线



知识要点

三角形一边平行线
判定定理及推论

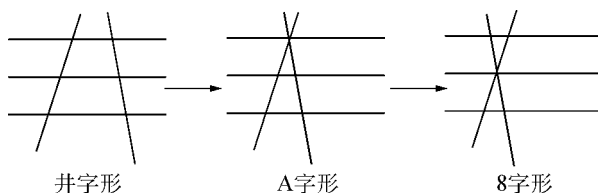
三角形一边平行线
性质定理及推论

三角形重心定理

平行线分线段成
比例定理

平行线等分线段定理

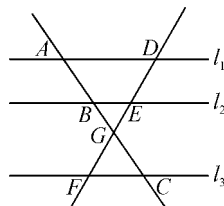
三个基本型关系:



典型例题

例 1 如图所示,下列结论中不一定正确的是().

- (A) 若 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 则 $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$
 (B) 若 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 则 $\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$
 (C) 若 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 则 $\frac{AB}{AG} = \frac{ED}{DG}$
 (D) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$, 则 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$



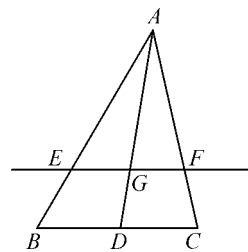
【解析】 注意平行线分线段成比例定理的逆命题是假命题所以选(D).



例2 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 如果 EF 过点 G 且 $EF \parallel BC$, 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F , 那么 $\frac{EF}{BC}$ 的值为().

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

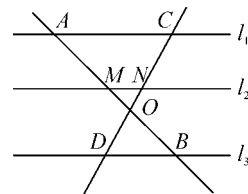
【解析】 如图可知 $\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{AG}{AD} = \frac{2}{3}$.



例3 如图所示, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AM = 2$, $MB = 3$, $CD = 4.5$, $MO = 1$, $MN = \frac{3}{4}$, 则 $ND =$ _____, $CN =$ _____, $BD =$ _____.

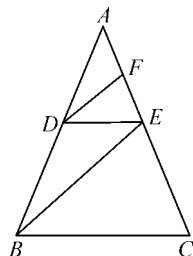
【解析】 由 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 可得 $\frac{CN}{CD} = \frac{AM}{AB}$, 解得 $CN = 1.8$, 因为 $CN = 1.8$, 所以 $DN = 4.5 - CN = 2.7$.

又因为 $\frac{MN}{DB} = \frac{MO}{OB}$, 所以 $\frac{\frac{3}{4}}{DB} = \frac{1}{3-1}$, $BD = \frac{3}{2}$.



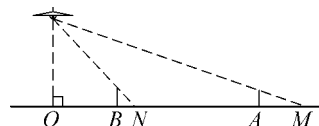
例4 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, 点 F 、 E 在边 AC 上, 且 $DF \parallel BE$, $\frac{AF}{FE} = \frac{AE}{CE}$, 则 DE _____ BC (填位置关系).

【解析】 因为 $DF \parallel BE$, 所以 $\frac{AF}{FE} = \frac{AD}{DB}$; 又因为 $\frac{AF}{FE} = \frac{AE}{CE}$, 所以 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{CE}$, $DE \parallel BC$.



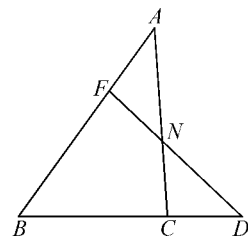
例5 如图所示, 路灯距地面 8 米, 身高 1.6 米的小明从距离灯的底部(点 O) 20 米的点 A 处, 沿 OA 所在的直线行走 14 米到点 B 时, 人影长度缩短了多少米?

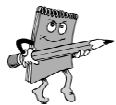
【解析】 3.5 米, $\frac{1.6}{8} = \frac{BN}{6+BN}$, $\frac{1.6}{8} = \frac{AM}{20+AM}$,
 $BN = 1.5$, $6.4AM = 32$, $AM = 5$.
 $AM - BN = 5 - 1.5 = 3.5$ (米).



例6 如图所示, 已知点 F 在 AB 上, 且 $AF : BF = 1 : 2$, 点 D 是 BC 延长线上一点, $BC : CD = 2 : 1$, 联结 FD 与 AC 交于点 N , 求 $FN : ND$ 的值.

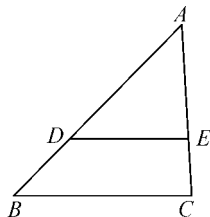
【解析】 过点 F 作 $FE \parallel BD$, 交 AC 于点 E . 所以 $\frac{FE}{BC} = \frac{AF}{AB}$,
 $AF : BF = 1 : 2$, $\frac{AF}{AB} = \frac{1}{3}$, $\frac{FE}{BC} = \frac{1}{3}$, $FE = \frac{1}{3}BC$, 又因为 $BC : CD = 2 : 1$, 所以 $CD = \frac{1}{2}BC$, 因为 $FE \parallel BD$, 所以 $\frac{FN}{ND} = \frac{FE}{CD} = \frac{\frac{1}{3}BC}{\frac{1}{2}BC} = \frac{2}{3}$.





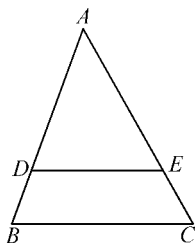
基础练习

1. 平行于三角形一边的直线截其他两边, 所得的 _____.
2. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, DE 分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E , 已知 $AD = 3$, $BD = 2$, $CE = 1$, 则 $AE =$ _____.

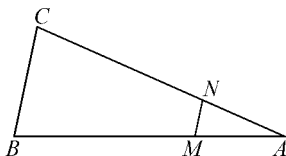


第 2 题图

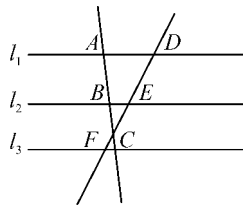
3. 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, 则 $\frac{DE}{BC} =$ _____.
4. 三角形的重心是 _____.
5. 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, $DE = 3$, $BC = 5$, $AE = 3$, 则 $EC =$ _____.
6. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, 已知 $AD = 3$, $AB = 5$, $AE = 2$, $EC = \frac{4}{3}$, 由此判断 DE 与 BC 的位置关系是 _____.
7. 如图所示, $AM : MB = AN : NC = 1 : 3$, 则 $MN : BC =$ _____.



第 6 题图

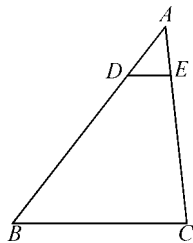


第 7 题图



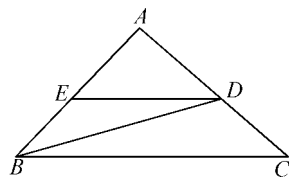
第 8 题图

8. 如图所示, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB = 2$, $AC = 5$, $DF = 10$, 则 $DE =$ _____.
9. 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别在 AB 、 AC 的反向延长线上, $DE \parallel BC$, 若 $AD : AB = 3 : 4$, $EC = 14$ 厘米, 则 $AC =$ _____.
10. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{3}$. 求: (1) $\frac{AD}{AB}$; (2) $\frac{EC}{AC}$; (3) $AC = 8$, 求 AE 、 CE 的长.

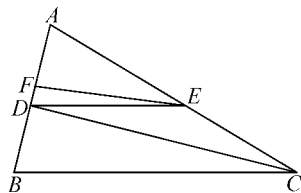




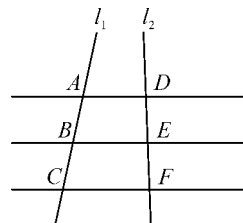
11. 如图所示, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \parallel BC$, E 在 AB 上, $AE = 4$, $BC = 8$, 求 DE 的长.



12. 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $\frac{AF}{DF} = \frac{AD}{DB}$. 求证: $EF \parallel CD$.



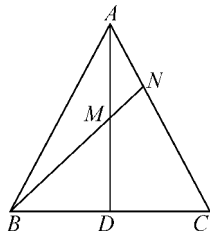
13. 如图所示, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F .
- (1) 如果 $AB = 6$, $AC = 10$, $EF = 8$, 求 DE 的长;
- (2) 如果 $\frac{DE}{EF} = \frac{2}{5}$, $AC = 14$, 求 AB 、 BC 的长.



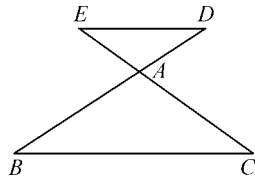


能力提升

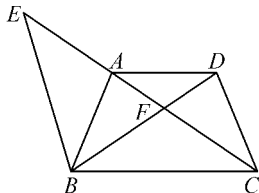
1. 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, 且 $DE \parallel BC$, 如果 $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$, 且 $AC = 15$, 则 $AE =$ _____.
2. 如果 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$, 那么 $\frac{x+y}{x-y} =$ _____.
3. 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $AG = 8$, 那么点 G 与边 BC 中点之间的距离是 _____.
4. 如果直角三角形的斜边长为 18, 那么这个直角三角形的重心到直角顶点的距离为 _____.
5. 已知在 $\triangle ABC$ 中, AD 是中线, G 是重心, 如果 $GD = 5$ 厘米, 那么 $AG =$ _____ 厘米.
6. 如图, 若点 M 是 $\triangle ABC$ 的中线 AD 的中点, 延长 BM 交 AC 于 N , 则 $AN : NC =$ _____.
7. $\triangle ADE$ 中, 点 B 和点 C 分别在 AD 、 AE 上, 且 $AB = 2BD$, $AC = 2CE$, 则 $BC : DE =$ _____.
8. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的反向延长线上的点, 且 $DE \parallel BC$, 若 $AE = x$, $AC = x + 2$, $AD = x + 1$, $AB = x + 4$, 求 x 的值.



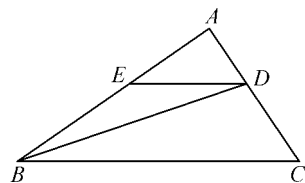
第 6 题图



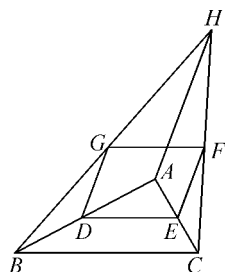
9. 如图所示, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BE \parallel CD$ 交 CA 的延长线于点 E , CE 与 BD 交于点 F . 求证: $FC^2 = FA \cdot FE$.



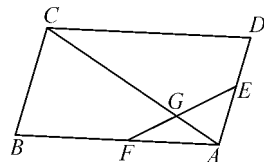
10. 如图所示, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \parallel BC$, E 在 AB 上, $AE = 4$, $BC = 8$, 求 DE 的长.



11. 如图所示, 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上, 且 $DE \parallel BC$, 以 DE 为一边作平行四边形 $DEFG$, 延长 BG 、 CF 交于点 H , 联结 AH , 求证: $AH \parallel EF$.



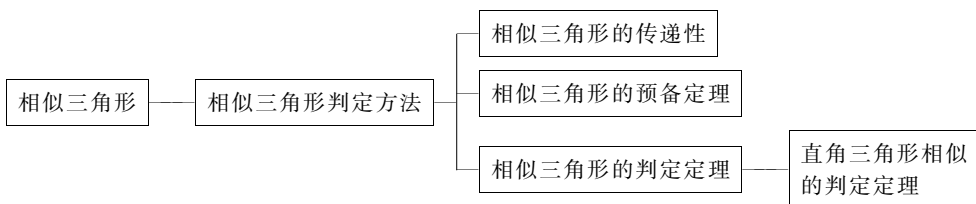
12. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 AD 的中点, $AF : BF = 2 : 3$, 求 $AG : GC$ 的值.



24.3 相似三角形的判定



知识要点



典型例题

例 1 在下列命题中,真命题是().

- (A) 两个钝角三角形一定相似 (B) 两个等腰三角形一定相似
(C) 两个直角三角形一定相似 (D) 两个等边三角形一定相似

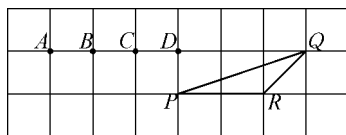
【解析】 (D)

例 2 已知 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上,下列条件中,不能推断 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似的是().

- (A) $\angle ADE = \angle B$ (B) $\angle ADE = \angle C$
(C) $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ (D) $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

【解析】 两边对应成比例且一对角相等不能判断相似,所以选(C).

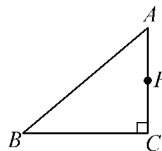
例 3 如图所示, $\triangle PQR$ 在边长为 1 个单位的方格纸中,它的顶点在小正方形顶点位置,其中点 A 、 B 、 C 、 D 也是小正方形的顶点,那么与 $\triangle PQR$ 相似的是以点 P 、 Q 、_____ 为顶点的三角形.



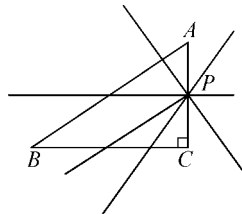
分析: 帮助学生认识两个基本图形:共边共角形,等角对边平行形.

【解析】 这两个三角形相似是等角对边平行形,可得 $PQ^2 = PR \cdot x$. 则 $x = 5$,所以选(B).

例 4 如图(a)所示,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 50^\circ$, P 是 AC 的中点,过点 P 作一条直线去截 $\triangle ABC$,使截得的小三角形与 $\triangle ABC$ 相似,那么这样的直线一共有_____条.



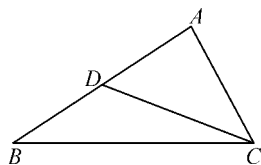
(a)



(b)

【解析】 如图(b),共 4 条.

例 5 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 是边 AB 的中点, $AB = \sqrt{2}AC$. 求证: $\triangle ACD \sim \triangle ABC$.

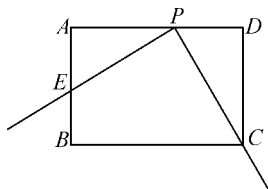




【解析】 因为点 D 是边 AB 的中点, $AB = \sqrt{2}AC$, 所以 $AD = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{2}AC$.

$$\frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}, \text{ 又 } \angle A = \angle A, \triangle ADC \sim \triangle ACB.$$

例 6 如图所示, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 6$, 点 P 是射线 DA 上的一个动点, 将三角板的直角顶点重合于点 P , 三角板两直角边中的一边始终经过点 C , 另一直角边交射线 BA 于点 E . 判断 $\triangle EAP$ 与 $\triangle PDC$ 一定相似吗? 请证明你的结论.



【解析】 $\triangle EAP \sim \triangle PDC$

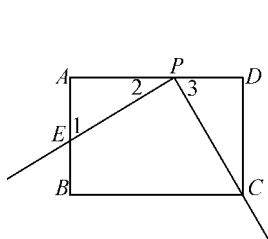
① 当 P 在 AD 边上时, 如图(a)所示,

因为矩形 $ABCD$, $\angle D = \angle A = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,

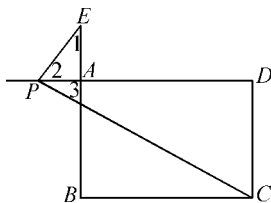
据题意 $\angle CPE = 90^\circ$, 所以 $\angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$,

$$\angle 1 = \angle 3,$$

$\triangle EAP \sim \triangle PDC$.



(a)



(b)

② 当 P 在 DA 边延长线上时, 如图(b)所示,

同理可得 $\triangle EAP \sim \triangle PDC$.



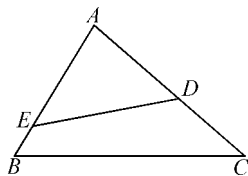
基础练习

1. 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 $\frac{1}{5}$, 则 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 的相似比为 _____.

2. 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 在这个梯形中相似三角形是 _____.

3. 如图所示, 已知 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 中点, $AB = 5$, $AC = 6$, $\angle AED = \angle C$, 则 $AE =$ _____.

4. D 在 $\triangle ABC$ 边 AB 上, 且 $AC^2 = AD \cdot AB$, 则 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$, 理由是 _____.



第 3 题图

5. 一个直角三角形的两边长分别为 3 和 6, 另一个直角三角形的两边长分别为 2 和 4, 那么这两个直角三角形 _____ 相似. (填“一定”, “不一定”或“一定不”)

6. 已知 40° 和 50° 分别为两个直角三角形中的一个锐角, 判定这两个直角三角形 _____ (填写“是”或“不”)相似.