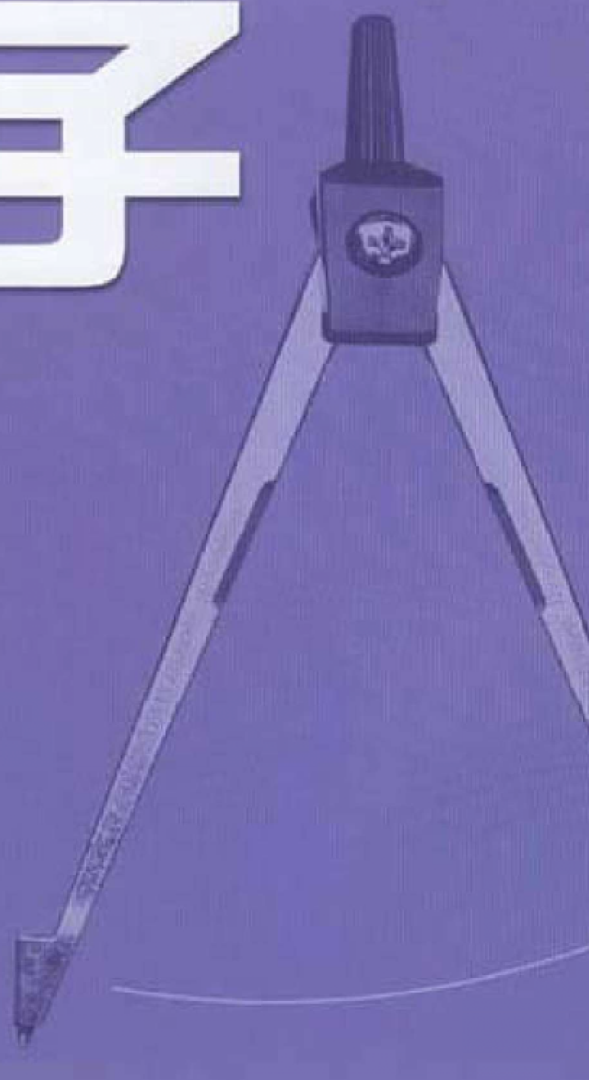
经江苏省
中小学教辅材料评议委员会
2013年评议通过

新课程初中学习能力自测丛书

新课标 新教材

SHUXUE

数学



本书编写组·编

班级________

姓名________

上海科学技术出版社

新课程初中学习能力自测丛书

本书编写组 编

数学

上海科学技术出版社

内 容 提 要

本书是根据中华人民共和国教育部制定的《义务教育数学课程标准(2011 年版)》和苏州市初中学生的实际情况组织编写的.

全书共分两大部分，第一部分为“能力自测”，包括 20 个单元，每单元附有“参考答案与提示”，可供读者参考. 第二部分为“综合测试”. 本书既有利于同学们有效地掌握知识，训练基本技能，提高自学能力，也可用于初中教学质量的检测，帮助同学们对上述学科的学习做出自我评价.

图书在版编目（CIP）数据

新课程初中学习能力自测丛书. 数学 / 本书编写组编.
—上海：上海科学技术出版社，2016.1
ISBN 978-7-5478-2855-7

Ⅰ. ①新… Ⅱ. ①本… Ⅲ. ①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 259827 号

责任编辑 金波艳 吴 敏

上海世纪出版股份有限公司
上海科学技术出版社 出版、发行
(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)
常熟市文化印刷有限公司印刷
开本 787×1092 1/16 印张 15 字数 356 000
2016 年 1 月第 1 版 2016 年 1 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5478-2855-7/G·641
定价：15.50 元

审批号：苏费核(2015)JF-0799
举报电话：12358

前　言

为了帮助学生系统地复习初中数学知识，我们根据《义务教育数学课程标准(2011年版)》和苏州市初中学生的实际情况编写了本书.

本书的第一部分为“能力自测”，共有二十个单元. 前十四个单元是对初中数学知识的系统复习，每个单元都分知识网络、学习要点、学习指导与单元自测四部分编写. 其中，知识网络部分给出了本单元的知识网络结构图，帮助学生建立良好的认知结构. 学习要点部分归纳了本单元的基础知识和基本技能，帮助学生复习回顾，系统整理. 学习指导部分将本单元分成若干小节指导复习. 每小节分为**【课前预习】**、**【解题指导】**和**【巩固练习】**. **【课前预习】**通过最基本的填空题帮助学生复习、巩固双基；**【解题指导】**中选析了若干典型例题，主要是分析，以帮助师生认清问题的本质；**【巩固练习】**中则精选了各种题型的习题. 单元自测部分针对整个单元的内容配置习题. “能力自测”最后六个单元是有关中考热点问题的专题选讲，选析了一些典型的开放性问题、操作型问题和动态型问题以及特殊与一般思想、数形结合思想和分类讨论思想等有关内容，并选配了一些习题供学生选做. 第二部分为“综合测试”.

希望通过本书的学习，能使学生抓住重点，全面系统地复习初中数学知识，归纳梳理，加深理解，强化双基，掌握所学知识的内在联系及解题规律，提高分析问题和解决问题的能力，适应继续学习的需要.

本书末附有部分例题、课前预习、巩固练习和单元自测的参考答案.

由于编者水平有限，错误和不妥之处敬请读者批评指正.

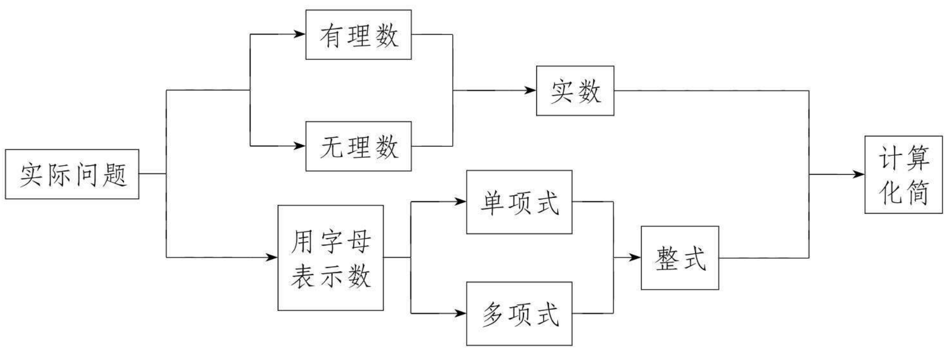
本书编写组
2015年12月

目　录

第一部分　能力自测

第一单元　实数与整式

知识网络



学习要点

（一）实数的分类和几个有关的概念

1. 实数的分类

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\ \text{无理数——无限不循环小数}\end{cases}\quad\text{或}\quad\text{实数}\begin{cases}\text{正实数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{正分数}\end{cases}\\ \text{正无理数}\end{cases}\\ \text{零}\\ \text{负实数}\begin{cases}\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\ \text{负分数}\end{cases}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

2. 数轴　规定了原点、正方向和单位长度的一条直线叫做数轴.实数与数轴上的点一一对应.

3. 相反数　符号不同、绝对值相同的两个数互为相反数.a 的相反数是 $-a$，0 的相反数为 0.数轴上在原点两旁且与原点距离相等的两个点所对应的两个实数互为相反数，当 a 与 b 互为相反数时有 $a+b=0$.

4. 实数 a 的绝对值

$$|a|=\begin{cases}a(a>0),\\0(a=0),\\-a(a<0).\end{cases}$$ $|a|$ 是非负实数，它在数轴上表示数 a 的点与原点的距离.

5. 倒数　当 $a\neq 0$ 时，a 与 $\frac{1}{a}$ 互为倒数；当 a 与 b 互为倒数时，有 $ab=1$；0 没有倒数.

（二）实数的大小比较

数轴上的两个点所表示的实数中，右边的点所表示的实数大于左边的点所表示的实数. 由此可知：正数大于 0；负数小于 0；正数大于负数；两个负数中，绝对值大的反而小.

（三）实数的运算

1. 运算法则　（略）.

2. 运算定律　交换律、结合律、分配律.

3. 运算顺序　先乘方、开方，然后乘除，最后加减，同级运算从左到右依次进行，有括号的先算括号里面的.

4. 零指数幂和负指数幂　当 $a\neq 0$ 时，$a^0=1$，$a^{-p}=\frac{1}{a^p}$（p 是正整数）.

5. 科学记数法　把一个数表示成 $a\times 10^n$（$1\leqslant|a|<10$，n 为不等于 0 的整数）的形式的方法叫做科学记数法.

6. 近似数　一个近似数四舍五入到哪一位，就称这个数精确到哪一位；从左边第一位非零数字起到精确到的数位止，所有的数字都叫这个近似数的有效数字.

（四）代数式

1. 定义　用运算符号（加、减、乘、除、乘方、开方）把数或表示数的字母连接而成的式子叫做代数式.

2. 代数式的值　用数值代替代数式里的字母，按照代数式中的运算关系，计算后所得的结果叫做代数式的值.

（五）整式

1. 定义　单项式和多项式统称整式.

2. 单项式　数与字母的积所组成的代数式叫做单项式，单独一个数字或字母也是单项式. 单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数. 单项式中所有字母的指数和叫做单项式的次数.

3. 多项式　几个单项式的和叫做多项式.

4. 同类项　所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的项叫做同类项.

（六）整式的运算

1. 整式的加减　有括号先去括号，再合并同类项.

2. 整式的乘法

(1) 幂的运算法则（以下出现的 m，n 均为正整数）：

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$；　$a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq 0,\ m>n)$；

$(a^m)^n=a^{mn}$；　$(ab)^n=a^nb^n$.

(2) 整式乘法常见类型：单项式×单项式；单项式×多项式；多项式×多项式，都是以幂的运算法则和运算律为基础的，要熟练掌握整式乘法的计算.

（3）乘法公式：

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$； $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$； $(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$（选学）.

3. 整式的除法　除法是乘法的逆运算，要熟练掌握单项式除以单项式及多项式除以单项式的运算法则.

学　习　指　导

§1.1　实数

【课前预习】

1. $-\dfrac{3}{2}$ 的相反数是__________，绝对值是__________，倒数是__________.

2. 数轴上点 A 表示-3，点 B 表示 1，则 A，B 两点间的距离是____________.

3. 在 π，$-\dfrac{1}{7}$，$\sqrt{(-3)^2}$，3.14，$\sqrt[3]{-8}$，$\cos 45°$，0 各数中，无理数是______________.

4. 绝对值小于 5 的所有非负整数是______________________________.

5. 比较大小：-0.1 ________ 0，$-\dfrac{3}{4}$ ________ $-\dfrac{4}{5}$，$-\left|-\dfrac{3}{8}\right|$ ________ -0.375.

6. 2011 年，我国汽车销量超过了 18 500 000 辆. 数据 18 500 000 用科学记数法可以表示为______________.

【解题指导】

例 1　若实数 a，b 在数轴上的位置如图 1-1 所示. 试化简：$|a+b|+\sqrt{(b-2)^2}+|a+1|$.

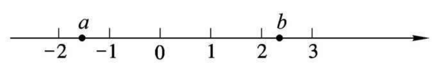


图　1-1

说明　含有绝对值符号的数或式的化简，关键是正确去掉绝对值符号. 为此，要首先判断绝对值符号内的数或式的值是正的、负的还是零，然后根据绝对值的定义去掉绝对值符号.

例 2　将下列各数填入如图 1-2 所示的相应圈内，并用“<”将下列各数连接起来.

$$0,\ 2,\ \frac{\pi}{3},\ -\left|-\frac{1}{2}\right|,\ -\sqrt{4},\ -\sqrt[3]{\frac{8}{27}},\ \sin 30°.$$

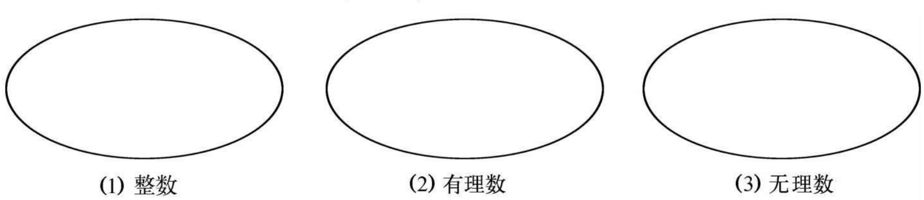


图　1-2

分析　实数的分类关键是要理解相关概念，实数的大小比较可借助大小比较法则进行比较.

说明　① 实数的分类和大小比较要看它化简的结果：

如 $-\left|-\dfrac{1}{2}\right|=-\dfrac{1}{2}$，$-\sqrt{4}=-2$，$-\sqrt[3]{\dfrac{8}{27}}=-\dfrac{2}{3}$，$\sin 30°=\dfrac{1}{2}$.

② 实数的大小比较可借助于数轴直观地进行比较.

例 3 计算：

(1) $(\sqrt{2}+1)^0-2^{-1}-\sqrt{2}\tan 45^\circ+|-\sqrt{2}|$；

(2) $\sqrt{(-3)^2}-\left[(-5)^0+\left(1-1.4\times\frac{5}{7}\right)\div 3\right]$；

(3) $\frac{1}{2}\times(-2\,013)+(-2\,013)\times\frac{1}{3}+2\,025\times\frac{5}{6}$.

解

(1) 原式 $=1-\frac{1}{2}-\sqrt{2}\times 1+\sqrt{2}=\frac{1}{2}$.

(2) 原式 $=|-3|-[1+(1-1)\div 3]=3-1=2$.

(3) 原式 $=(-2\,013)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+2\,025\times\frac{5}{6}=\frac{5}{6}\times(-2\,013+2\,025)=\frac{5}{6}\times 12=10$.

说明 有理数的混合运算，如果能灵活地运用运算律，可以使计算化繁为简.

例 4 数学家发明了一个魔术盒，当任意实数对$(a,\ b)$进入其中时，会得到一个新的实数：a^2+b+1. 例如把$(3,\ -2)$放入其中，就会得到$3^2+(-2)+1=8$. 现将实数对$(-2,\ 3)$放入其中得到实数 m，再将实数对$(m,\ 1)$放入其中后，得到的实数是________.

解 先算出 $m=(-2)^2+3+1=8$，再计算 $8^2+1+1=66$. 所以答案为 66.

【巩固练习】

1. 填空：

(1) 数轴上到原点的距离为 2 的点所表示的数是__________；

(2) 计算$(-1)^n+(-1)^{n+1}=$ __________（n 为正整数），$(-0.5)^{12}\times 2^{11}=$ __________；

(3) 我们知道，$1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}$，目前发现一种新型病毒直径为25 100 nm，用科学记数法表示该病毒直径是________m.

2. 选择：

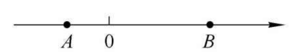


图 1-3

(1) 如图 1-3 所示，数轴上 A，B 两点对应的实数分别为 a，b，若$-1<a<0$，$b>2$，则下列结论不正确的是(　　).

(A) $a+b>0$　　(B) $ab<0$　　(C) $a-b<0$　　(D) $|a|-|b|>0$

(2) 已知整数 $a_1, a_2, a_3, a_4, \cdots, a_n$ 满足下列条件：$a_1=0$，$a_2=-|a_1+1|$，$a_3=-|a_2+2|$，$a_4=-|a_3+3|$，…，依此类推，则 $a_{2\,012}$的值为(　　).

(A) $-1\,005$　　(B) $-1\,006$　　(C) $-1\,007$　　(D) $-2\,012$

(3) 将$(-\sin 30^\circ)^{-2}$，$(-\sqrt{2})^0$，$(-\sqrt{3})^3$ 这三个实数按从小到大的顺序排列，正确的结果是(　　).

(A) $(-\sin 30^\circ)^{-2}<(-\sqrt{2})^0<(-\sqrt{3})^3$　　(B) $(-\sin 30^\circ)^{-2}<(-\sqrt{3})^3<(-\sqrt{2})^0$

(C) $(-\sqrt{3})^3<(-\sqrt{2})^0<(-\sin 30^\circ)^{-2}$　　(D) $(-\sqrt{2})^0<(-\sqrt{3})^3<(-\sin 30^\circ)^{-2}$

3. 计算：

(1) $-3^2-3^{-2}+(-3)^2$；

(2) $\sqrt{8}+3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}-(2\,010-\pi)^0-|\sin 45^\circ-1|$；

(3) $\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(-1\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{1}{2}\div(-1.5^2)$.

§1.2 整式的有关概念及加减运算

【课前预习】

1. 在代数式 0，x，$\frac{1}{a}$，$\frac{ab}{4}$，$\frac{x}{2}+1$，a^2b^3 中，单项式有________个，其中系数为 1 的单项式为________________，次数为 1 的单项式为________________.

2. 化简：$3+[3a-2(a-10)]=$__________.

3. 已知两个单项式 $\frac{1}{2}a^3b^m$ 与 $-3a^nb^2$ 是同类项，则 $m-n=$________.

4. 一筐苹果总重 x kg，筐本身重 2 kg，若将苹果平均分成 5 份，则每份重________kg.

5. 在下列各题的括号里填上适当的项：

(1) $a^2-b^2-(b-a)=a^2-b^2+(\qquad\qquad)$；

(2) $a^4+(-a^2+2a-1)=a^4-(\qquad\qquad)$.

【解题指导】

例 1 当 $x=3$，$y=\frac{1}{2}$ 时，求 $(5x^2-3y^2)-[(5x^2-3xy-y^2)-(x^2-3xy+3y^2)]$ 的值.

分析 求代数式的值，应先将原式化简后再把数值代入计算，可以减少运算量.

例 2 已知多项式 $M=x^2+5ax-x-1$，$N=-2x^2+ax-1$，且 $2M+N$ 的值与 x 无关，求常数 a 的值.

分析 由于 $2M+N$ 的值与 x 无关，因此先计算多项式 $2M+N$，化简后把结果按 x 降幂(或升幂)排列，令 x 项的系数为 0，就可以求出 a 的值.

例 3 (1) 若代数式 $2x^2+3x+7$ 的值为 8，求代数式 $4x^2+6x-9$ 的值；

(2) 若 x 为实数，说明代数式 $3x^2-6x+8$ 的值大于 0.

分析 (1) 由条件可知 $2x^2+3x=1$，可将 $2x^2+3x=1$ 作为整体求 $4x^2+6x$ 的值，就可得 $4x^2+6x-9$ 的值.

(2) 运用配方法可确定代数式值的正负.

说明 ① 注意整体思想在代数式求值中的运用；

② 配方法是常见的数学方法，在验证代数式的值、根的判别式、二次函数化成顶点式等情形中有较为广泛的运用.

【巩固练习】

1. 填空：

(1) 多项式 $1+xy-xy^2$ 的次数为______，最高次项的系数为______；

(2) $(3m-2)xy^{n-1}$ 是关于 x，y 的 5 次单项式，且系数为 1，则 $2m+n=$________；

(3) 已知 A,B 是两个多项式，且 $A=2x^2-1$，$B-A=x^2-x+3$，则 $B+A=$__________.

2. 选择：

(1) 针对药品市场不规范的现象，药监部门对药品的价格进行了调整. 已知某药品原价为 a 元，经过调整后，药价降低了 60%，则该药品调整后的价格为(　　)元.

(A) $60\%a$　　(B) $\frac{a}{60\%}$　　(C) $40\%a$　　(D) $\frac{a}{40\%}$

(2) 已知 $2a-3b^2=5$，则 $5-a+\dfrac{3}{2}b^2$ 的值为(　　).

(A) 10　　(B) $\dfrac{15}{2}$　　(C) $\dfrac{5}{2}$　　(D) 0

(3) 如图 1－4 所示的阴影部分的面积是(　　).

(A) $\dfrac{11}{2}xy$　　(B) $\dfrac{13}{2}xy$

(C) $6xy$　　(D) $3xy$

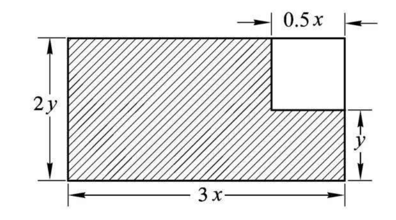


图　1－4

3. 计算：

(1) $(-x^2+5x+4)+2(5x-4+2x^2)$；

(2) $(2x^2-1+3x)-4(x-x^2+1)$.

4. 先化简，再求值：

(1) $-2a^2-[-4a^2-(-a)^2]$，其中 $a=-1$；

(2) $2(a+b)-(a-b)-\dfrac{2}{3}(a+b)-\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{2}b$，其中 $a=-5$，$b=-1$.

5. 学校植物园沿路护栏纹饰部分设计成若干个全等菱形图案，每增加一个菱形图案，纹饰长度就增加 d cm，如图 1－5 所示. 已知每个菱形图案的边长 $10\sqrt{3}$ cm，其一个内角为 60°.

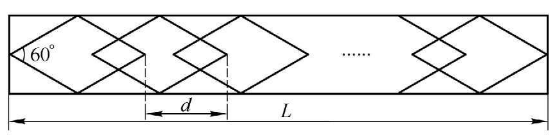


图　1－5

(1) 当 $d=26$ 时，则该纹饰要 231 个菱形图案，求纹饰的长度 L；

(2) 当 $d=20$ 时，若保持(1)中纹饰长度不变，则需要多少个这样的菱形图案？

§1.3　整式的乘除运算

【课前预习】

1. $(-2x^2)\cdot 3x^4=$________.

2. 化简：$(a+1)^2-(a-1)^2=$________.

3. $(x-2)(x^2+2x+4)=$________.

4. $(3a^3b^2-2a^2b^4)\div\left(-\dfrac{1}{2}a^2b^2\right)=$________.

5. 下列运算：① $a^5+a^5=2a^5$；② $(-2a^2)^3=-6a^6$；③ $2a^2\cdot a^{-1}=2a$；④ $(a+1)^2=a^2+1$；⑤ $a^8\div a^2=a^4$；⑥ $2a-a=2$，其中正确的是________(填序号).

【解题指导】

例 1　先化简，再求值：

(1) $(a-2b)(a+2b)+ab^3\div(-ab)$，其中 $a=\sqrt{2}$，$b=-1$；

(2) $2a(a+b)-(a+b)^2$，其中 $a=\sqrt{2\,008}$，$b=\sqrt{2\,007}$.

说明　整式化简时要充分利用公式化简.

例 2　计算：

(1) $(-a+3b+c)(-a+3b-c)$;

(2) $(x+2y)^2(x-2y)^2$.

分析 (1) 可将 $-a+3b$ 看作一个整体,先用平方差公式,再用完全平方公式进行运算.

(2) 先将 $x+2y$ 与 $x-2y$ 相乘,再进行平方运算.

解 (1) 原式 $=(3b-a)^2-c^2=a^2-6ab+9b^2-c^2$.

(2) 原式 $=[(x+2y)(x-2y)]^2=(x^2-4y^2)^2=x^4-8x^2y^2+16y^4$.

说明 整式运算时要注意灵活运用乘法公式.

例 3 如图 1-6 所示,数表是由从 1 开始的连续正整数组成,观察、探究规律,并完成各题的解答.

					1					
				2	3	4				
			5	6	7	8	9			
		10	11	12	13	14	15	16		
	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

………………

图 1-6

(1) 表中第 8 行的最后一个数是__________,它是自然数__________的平方,第 8 行共有__________个数;

(2) 用含 n 的代数式表示:第 n 行的第一个数是__________,最后一个数是__________,第 n 行共有__________个数;

(3) 求第 n 行各数之和.

分析 可以从几个简单的特殊情形入手,概括出一般的结论,再用所得的一般结论解决问题.本题中第 1,2,3 行的最后一个数分别是 1,4,9,可推出第 n 行的最后一个数为 n^2,第 n 行的第一个数是 $(n-1)^2+1$(第 $n-1$ 行的最后一个数 $+1$);第 1,2,3 行的数的个数分别是 1,3,5,可推出第 n 行的数的个数是 $2n-1$.

【巩固练习】

1. 填空:

(1) 若 $(a+b)^2=40$, $ab=8$,则 a^2+b^2 的值为__________;

(2) 若 $m^2-4n^2=6$,且 $m-2n-2=0$,则 $m+2n=$ __________;

(3) 若除式是 $x+2$,商式是 $x-1$,余式是 $2x+1$,则被除式是__________.

2. 选择:

(1) 图 1-7(1) 是边长为 $(m+n)$ 的正方形,小颖将图 1-7(1) 中的阴影部分拼成图 1-7(2) 的形状,由图 1-7(1) 和图 1-7(2) 能验证的式子是( ).

(A) $(m+n)^2-(m-n)^2=4mn$

(B) $(m+n)^2-(m^2+n^2)=2mn$

(C) $(m-n)^2+2mn=m^2+n^2$

(D) $(m+n)(m-n)=m^2-n^2$

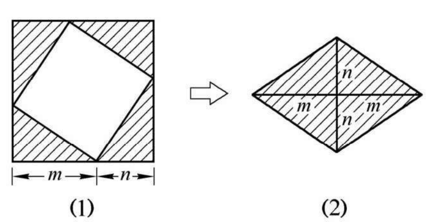


图 1-7

(2) 如图 1－8 所示，从边长为$(a+4)$ cm 的正方形纸片中剪去一个边长为$(a+1)$ cm 的正方形$(a>0)$，剩余部分沿虚线又剪拼成一个矩形(不重叠无缝隙)，则矩形的面积为(　　).

(A) $(2a^2+5a)$ cm^2　　(B) $(3a+15)$ cm^2

(C) $(6a+9)$ cm^2　　(D) $(6a+15)$ cm^2

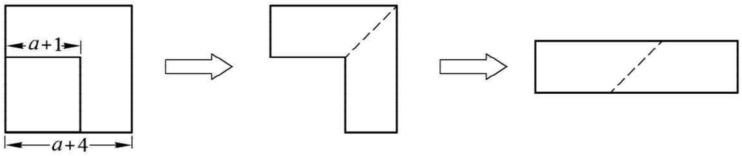


图　1－8

(3) 若实数 x,y,z 满足$(x-z)^2-4(x-y)(y-z)=0$，则下列式子一定成立的是(　　).

(A) $x+y+z=0$　　(B) $x+y-2z=0$

(C) $y+z-2x=0$　　(D) $z+x-2y=0$

3. 计算：

(1) $\left(\frac{2}{3}a^4b^7-\frac{1}{9}a^2b^6\right)\div\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^2$；

(2) $(x+2y-1)(x-2y+1)-(x-2y-1)^2$.

4. 先化简，再求值：

(1) $(a+b)(a-b)+(4ab^3-8a^2b^2)\div 4ab$，其中 $a=2,b=1$；

(2) $(a+2b)(a-2b)+(a-2b)^2-(6a^2b-2ab^2)\div 2b$，其中$\left|a-\frac{1}{3}\right|+(b+2)^2=0$.

5. 观察下列算式：

① $(x-1)(x+1)=x^2-1$；

② $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$；

③ $(x-1)(x^3+x^2+x+1)=x^4-1$；

……

(1) 根据以上规律写出第 n 个式子；

(2) 利用以上规律，计算：$2^{100}+2^{99}+2^{98}+\cdots+2^1+1$.

单　元　自　测

1. 填空：

(1) 若单项式 $2x^2y^m$ 与$-\frac{1}{3}x^ny^3$ 是同类项，则 $m+n$ 的值是__________；

(2) 已知 $x-1=\sqrt{3}$，则代数式$(x-1)^2-4x+4$ 的值为________.

2. 选择：

(1) 已知$|x|=3,|y|=7$，且 $xy<0$，则 $x+y$ 的值等于(　　).

(A) 10　　(B) 4　　(C) ±10　　(D) ±4

(2) 设边长为 3 的正方形的对角线长为 a，下列关于 a 的四种说法：① a 是无理数；② a

可以用数轴上的一个点来表示；③ $3<a<4$；④ a 是18的算术平方根，其中正确说法的序号是(　　).

(A) ①④　　(B) ②③　　(C) ①②④　　(D) ①③④

(3) 按图1-9所示的程序计算，若开始输入的值 x 为正数，最后输出的结果为656，则满足条件的 x 的不同值最多有(　　).

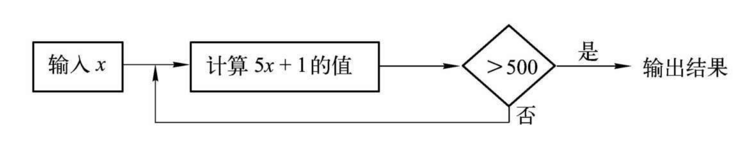


图　1-9

(A) 2个　　(B) 3个　　(C) 4个　　(D) 5个

3. 计算(化简)：

(1) $\sqrt[3]{27}+(\sqrt{3}-1)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\frac{4}{\sqrt{3}+1}$；

(2) $(a+2b)(a-2b)+(a+2b)^2-4ab$，其中 $a=1, b=\frac{1}{10}$；

(3) 已知 $x^2-4x+3=0$，求代数式 $(x-1)^2-2(1+x)$ 的值.

4. 将 a,b,c,d 四个数排成2行、2列，两边各加一个竖线，记为 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$，规定 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$，上述记号叫做2阶行列式. 试计算：$\begin{vmatrix} m & m+2 \\ m^2-m & m^2+m-1 \end{vmatrix}$.

5. 如图1-10所示是杨辉三角系数表，它的作用是指导读者按规律写出形如 $(a+b)^n$(其中 n 为正整数)展开式的系数，请你仔细观察下表中的规律，然后答题：

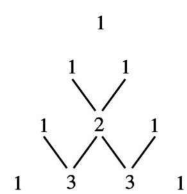


图　1-10

$(x+y)^1=x+y$；

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$；

$(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$.

若 $(x+y)^4=ax^4+bx^3y+cx^2y^2+dxy^3+ey^4$，则 $a+b+c+d+e=$__________.

6. 已知多项式 $x-1$ 与 x^2+ax-b 的乘积中不含有二次项和一次项，求 a,b 的值.

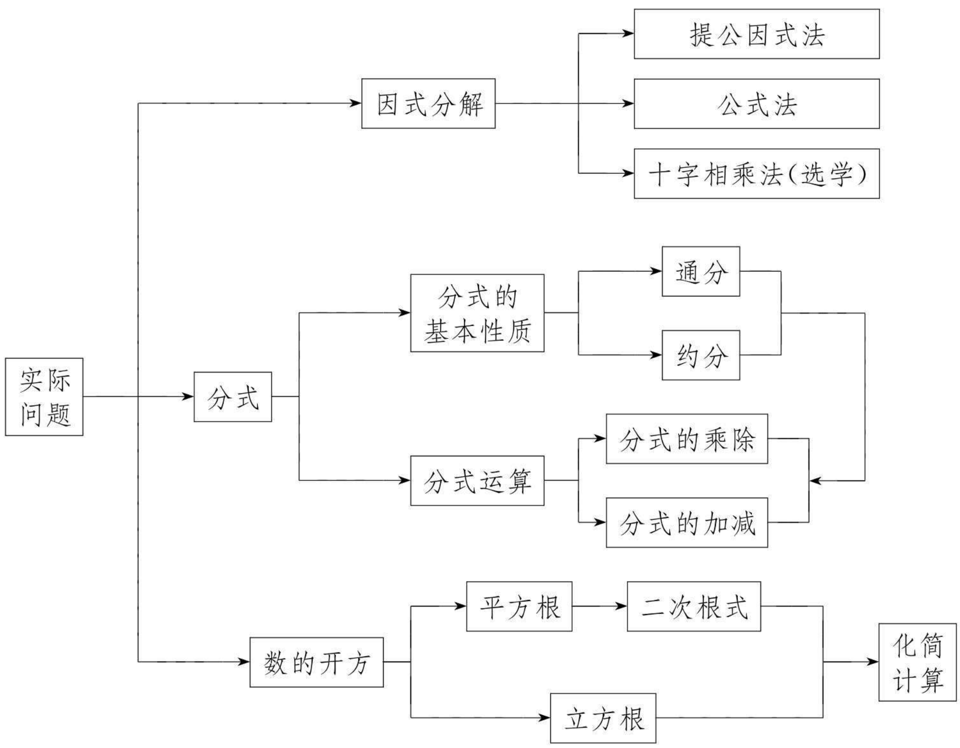
7. 如果一个正整数能表示为两个连续偶数的平方差，那么称这个正整数为“神秘数”，如：$4=2^2-0^2$，$12=4^2-2^2$，$20=6^2-4^2$，因此4,12,20都是“神秘数”.

(1) 28和2 012这两个数是“神秘数”吗？为什么？

(2) 设两个连续偶数为 $2k+2$ 和 $2k$(其中 k 取非负整数)，由这两个连续偶数构造的神秘数是4的倍数吗？为什么？

第二单元　因式分解、分式、数的开方

知　识　网　络



学　习　要　点

(一) 因式分解

1. 因式分解的概念　把一个多项式化为几个整式的乘积形式，叫做因式分解，也叫做分解因式.

2. 因式分解的常用方法

(1) 提公因式法：$ma+mb+mc=m(a+b+c)$.

(2) 公式法：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$；　$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$；

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$；　$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$.

(3) 十字相乘法：$x^2+(p+q)x+pq=(x+p)(x+q)$.

（二）分式

1. 分式的有关概念

（1）形如$\dfrac{A}{B}$（A，B是整式，且B中含有字母，$B\neq 0$）的式子叫做分式；整式和分式统称有理式.

（2）如果分式中的分母为零，那么分式就没有意义；也就是说，要使分式有意义，分母必须不为零.

（3）在分式$\dfrac{A}{B}$中，如果$A=0$，且$B\neq 0$，则$\dfrac{A}{B}=0$.

2. 分式的基本性质　$\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\times M}{B\times M}$，$\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\div M}{B\div M}$(其中$M$是不为零的整式).

3. 分式的运算　分式的运算与分数的运算相仿.

（三）数的开方

1. 平方根与立方根

（1）如果一个数的平方等于a，那么这个数就叫做a的平方根，记作$\pm\sqrt{a}$. 正数a的正的平方根，叫做a的算术平方根，0的算术平方根是0. 非负数a的算术平方根记作$\sqrt{a}$.

（2）如果一个数的立方等于a，那么这个数就叫做a的立方根，记作$\sqrt[3]{a}$.

2. 二次根式

（1）几个概念：

① 形如$\sqrt{a}$（$a\geqslant 0$)的式子叫做二次根式；

② 如果一个二次根式满足下列条件：被开方数的因数是整数、因式是整式；被开方数中不含能开得尽方的因数或因式. 这样的二次根式叫做最简二次根式；

③ 当几个二次根式化成最简二次根式以后，如果被开方数相同，那么这几个二次根式叫做同类二次根式；

④ 把分母中的根号化去，叫做分母有理化.

（2）几个性质：$\sqrt{a}\geqslant 0$ $(a\geqslant 0)$；$(\sqrt{a})^2=a$ $(a\geqslant 0)$；$\sqrt{a^2}=|a|$；

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geqslant 0,\ b\geqslant 0);\quad \sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (a\geqslant 0,\ b>0).$$

（3）运算：

二次根式的加减运算与整式的加减运算类似，只需对同类二次根式进行合并.

二次根式的乘除法是二次根式性质的逆向运用.

二次根式运算结果中的每一项都应是最简二次根式.

学　习　指　导

§2.1　因式分解

【课前预习】

1. $4x^2-8xy+6x=$ ____$(2x-4y+3)$.

2. $16x^2-$ ________ $=(4x+5y)(4x-5y)$.

3. 若 $x^2+mxy+9y^2=(x-3y)^2$,则 $m=$ ________.

4. $a^3+(2b)^3=(a+2b)($____________$)$.

5. 利用1个 $a\times a$ 的正方形,1个 $b\times b$ 的正方形和2个 $a\times b$ 的矩形可拼成一个正方形,如图2-1所示,从而可得到因式分解的公式________.

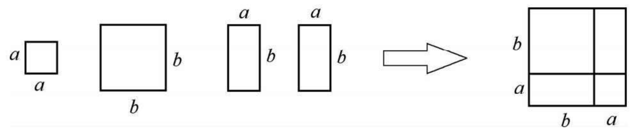


图 2-1

【解题指导】

例1 把下列各式分解因式:

(1) xy^2-9x;　　(2) a^2+a-6;

(3) $2m^2-2m+\dfrac{1}{2}$;　　(4) a^2-2b-b^2-1.

分析 (1) 进行因式分解时,如果多项式中有公因式,则首先要提公因式.本题可以先提公因式 x,然后再运用平方差公式来分解.

(2) 对于二次三项式的因式分解,可以考虑尝试用十字相乘法来分解.

(3) 本题通过观察系数特征,可提公因式 $2\left(或\dfrac{1}{2}\right)$,然后利用完全平方公式进行分解.

(4) 本题应先分组,然后用平方差公式来分解.

例2 把下列各式分解因式:

(1) $a^6b-a^2b^5$;　　(2) $(a-b)^2+6(b-a)+9$;

(3) $a^3(a-b)-8(a-b)$;　　(4) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x+4)$.

分析 (1) 首先考虑可提公因式 a^2b,然后再用平方差公式分解.注意要对每一个因式分解到不能分解为止.

(2) 注意到 $b-a=-(a-b)$ 或 $(a-b)^2=(b-a)^2$,再利用整体思想和公式法分解.

(3) 先提公因式 $(a-b)$,然后用立方差公式分解因式.

(4) 把 x^2+3x 看作一个整体,然后利用十字相乘法来分解.

例3 已知 $y-x=2$, $x-3y=-1$,求 $x^2-4xy+3y^2$ 的值.

分析 由于 $x^2-4xy+3y^2=(x-y)(x-3y)$,所以原式的值很快可以求出.想一想,还有没有其他方法,并对不同的方法进行比较、总结.

例4 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边,且满足 $a^2(a^2-b^2)=(a^2-b^2)(c^2-b^2)$,试判断三角形 ABC 的形状.

解 $\because$ $a^2(a^2-b^2)=(a^2-b^2)(c^2-b^2)$,

$\therefore$ $a^2(a^2-b^2)-(a^2-b^2)(c^2-b^2)=0$.

$\therefore$ $(a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)=0$.

$\therefore$ $(a+b)(a-b)(a^2+b^2-c^2)=0$.

$\because$ a, b, c 为 $\triangle ABC$ 边长,

$\therefore$ $a+b>0$.

$\therefore$ $a-b=0$ 或 $a^2+b^2=c^2$.

所以,三角形 ABC 为等腰三角形或直角三角形.