

物理化学实验

王 芳 郝新奇 主编



郑州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理化学实验/王芳,郝新奇主编. —郑州:郑州大学出版社,2011.9

ISBN 978—7—5645—0576—9

I. ①物… II. ①王…②郝… III. ①物理化学—化学实验—高等学校—教材 IV. ①064—33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 177921 号

郑州大学出版社出版发行

郑州市大学路 40 号

出版人:王 锋

全国新华书店经销

河南新丰印刷有限公司印制

开本:787 mm×1 092 mm 1/16

印张:9.5

字数:219 千字

版次:2011 年 9 月第 1 版

邮政编码:450052

发行部电话:0371—66966070

印次:2011 年 9 月第 1 次印刷

书号:ISBN 978—7—5645—0576—9 定价:20.00 元

本书如有印装质量问题,由本社负责调换

作者名单

ZUOZHE MINGDAN

主 编 王 芳 郝新奇

副主编 刘文杰 赵雪梅

编 委 (以姓氏笔画为序)

于海峰 马洪坤 王 芳

牛俊龙 刘文杰 赵雪梅

郝海燕 郝新奇

前言

QIANYAN

物理化学实验作为一门独立的实践环节性学科基础课程,是通过实验的手段,研究物质物理化学性质以及这些物理化学性质与化学反应之间的关系,从中形成规律性的认识,通过物理化学实验课使学生掌握物理化学的基本实验技能与科学处理实验数据的方法,增强分析、解决实际问题的能力,为后继的专业实验及毕业论文等打好必要的基础。

本书是根据高等院校化学教材编写会议拟定的《物理化学实验》教材编写大纲进行编写的。全书共分三大部分:理论部分、实验部分以及附录部分。理论部分主要包括物理化学的实验目的和要求,物理化学实验室安全知识以及实验中的误差表达等内容;实验部分是本书的主要部分,涵盖热力学、动力学、电化学及表面与胶体化学部分共 19 个教学实验内容,半数以上实验属经典的物理化学实验,其中一部分内容为较新实验,供学生选做。实验说明书的编写一般都比较详细,包括目的要求,实验原理,仪器试剂,实验步骤,数据处理,思考题和讨论部分等。以便学生通过预习之后,即能独立进行实验,并按要求作好记录和写出实验报告。附录部分列出了一部分实验中所用仪器使用规范以及实验所需的数据表,介绍了国际单位制及有关单位的换算。

本书由塔里木大学王芳、郑州大学郝新奇担任主编,具体编写分工如下:塔里木大学王芳编写电化学部分及附录二部分;郑州大学郝新奇和塔里木大学马洪坤编写动力学部分;塔里木大学刘文杰和郑州大学赵雪梅编写设计实验部分;塔里木大学郝海燕编写热力学部分;塔里木大学于海峰编写附录一部分;郑州大学牛俊龙编写绪论和表面与胶体化学部分,最后由王芳、郝新奇统稿定稿。

本教材在编写过程中,得到了塔里木大学生命科学学院、郑州大学化学系以及郑州大学出版社的热情支持和帮助,在此表示衷心的感谢。

由于水平有限,书中存在的缺点和错误在所难免,我们真诚地希望读者批评指正。

编者

2011 年 5 月

内容提要

NEIRONG TIYAO

本书是根据高等院校化学教材编写会议拟定的《物理化学实验》教材编写大纲进行编写的。全书共分三大部分:理论部分、实验部分以及附录部分。理论部分包括物理化学的实验目的和要求,物理化学实验室安全知识以及实验中的误差等内容;实验部分涵盖热力学、动力学、电化学及表面与胶体化学部分共 19 个教学实验及 4 个设计实验,附录部分主要是物理化学实验仪器使用规范以及实验所需的数据表。

本书可以作为高等院校以及高职高专化学、化工、环境等专业的物理化学实验教材使用,也可作为教师及实验人员的参考书。

目 录

理论部分	1
第一章 绪论	2
第一节 物理化学实验目的和要求	2
第二节 物理化学实验室安全知识	3
第三节 物理化学实验中的误差及数据的表达	6
实验部分	16
第二章 化学热力学实验	17
实验一 中和热的测定	17
实验二 溶解热的测定	21
实验三 燃烧热的测定	27
实验四 凝固点降低法测摩尔质量	34
实验五 液体饱和蒸汽压的测定	38
实验六 二组分金属相图的绘制	41
实验七 完全互溶双液系的平衡相图	45
第三章 化学动力学实验	48
实验一 蔗糖转化反应速率常数的测定	48
实验二 乙酸乙酯皂化反应速率常数的测定	51
实验三 氨基甲酸铵分解反应平衡常数的测定	55
实验四 复杂反应——丙酮碘化速率方程式	59
实验五 电解质溶液电导率与弱酸电离常数测定	64
实验六 BZ 化学振荡反应	67
第四章 电化学实验	71
实验一 离子迁移数的测定	71
实验二 电导的测定及其应用	75

实验三 电动势的测定及其应用	79
实验四 极化曲线的测定	86
第五章 表面与胶体化学实验	92
实验一 溶液表面张力的测定	92
实验二 黏度法测定高聚物相对分子质量	102
第六章 设计实验	108
实验一 NaCl 在 H ₂ O 中活度系数测定的研究	108
实验二 液体燃烧热和苯共振能的测定	110
实验三 反应热的测定	111
实验四 表面活性剂溶液临界胶束浓度的测定	112
附 录	113
附录一 仪器操作规范	114
一、恒温槽装配和性能测试	114
二、液体饱和蒸汽压的测定	115
三、液相平衡	115
四、异丙醇—环己烷双液系相图	115
五、金属相图	116
六、燃烧热的测定	116
七、最大气泡法测定乙醇溶液的表面张力	118
八、电泳	119
九、黏度法测定高聚物相对分子质量	119
十、偶极矩的测定	119
十一、磁化率的测定	120
十二、电导法测定难溶盐的溶解度	120
十三、电极制备及电池电动势的测定	121
十四、电动势法测定化学反应的热力学函数变化值	122
十五、蔗糖水解反应速度常数的测定	122
十六、乙酸乙酯皂化反应速度常数的测定	122
十七、丙酮碘化反应速度常数的测定	123
附录二 常用实验数据	125
参考文献	138

理论部分

第一章 绪论

第一节 物理化学实验目的和要求

一、实验目的

- (1)掌握物理化学实验的基本实验方法和实验技术,学会常用仪器的操作;了解近代大中型仪器在物理化学实验中的应用,培养学生的动手能力。
- (2)通过实验操作、现象观察和数据处理,锻炼学生分析问题、解决问题的能力。
- (3)加深对物理化学基本原理的理解,给学生提供理论联系实际和理论应用于实践的机会。
- (4)培养学生实事求是的科学态度,严肃认真、一丝不苟的科学作风。

二、基础实验要求

1. 实验预习

(1)进实验室之前必须仔细阅读实验内容及基础知识与技术部分的相关资料,明确本次实验中采用的实验方法及仪器、实验条件和测定的物理量等,在此基础上写出预习报告,包括实验目的,简要操作步骤、实验注意事项及数据记录表等。

(2)进入实验室后首先要核对仪器与药品,看是否完好,发现问题及时向指导教师提出,然后对照仪器进一步预习,并接受教师的提问、讲解,在教师指导下做好实验准备工作。

2. 实验操作

经指导教师同意后方可进行实验。仪器的使用要严格按照操作规程进行,不可盲动;对于实验操作步骤,通过预习应心中有数,严禁“抓中药”式的操作(看一下书,动一动手)。实验过程中要仔细观察实验现象,发现异常现象应仔细查明原因,或请教指导教师帮助分析处理。实验结果必须经教师检查,数据不合格的应重做,直至获得满意结果。要养成良好的记录习惯,即根据仪器的精度,把原始数据详细、准确、实事求是地记录在预习报告上。数据记录尽量采用表格形式,做到整洁、清楚,不随意涂改。实验完毕后,应清洗、核对仪器,经指导教师同意后,方可离开实验室。

3. 实验报告

学生应在规定时间内独立完成实验报告,及时送指导教师批阅。实验报告的内容包括实验目的、简明原理、简单操作步骤及流程图、原始数据、数据处理、结果讨论和思考

题。数据处理应有处理步骤,而不是只列出处理结果。结果讨论应包括对实验现象的分析解释;查阅文献的情况;对实验结果误差的定性分析或定量计算;实验的心得体会及对实验的改进意见等。这是实验报告中的重要一项,可以锻炼学生分析问题的能力。

三、设计型实验

设计型实验不是基础实验的重复,而是基础实验的提高和深化。它是在教师的指导下,学生选择实验课题,应用已经学过的物理化学实验原理、方法和技术,查阅文献资料,独立设计实验方案,选择合理的仪器设备,组装实验装置,进行独立的实验操作,并以科学论文的形式写出实验报告。由于物理化学实验与科学研究之间在设计思路、测量原理和方法上有许多相似性,因而对学生进行设计型实验的训练,可以较全面地提高他们的实验技能和综合素质,对于初步培养科学研究的能力是非常重要的。

1. 设计实验的程序

(1)选题 在教材提供的设计型实验题目中选择自己感兴趣的题目,或者自己确定实验题目。

(2)查阅文献 查阅包括实验原理、实验方法、仪器装置等方面的文献,对不同方法进行对比、综合、归纳等。

(3)设计方案 设计方案应包括实验装置示意图、详细的实验步骤、所需的仪器、药品清单等。

(4)可行性论证 在实验开始前一周进行实验可行性论证,请老师和同学提出存在的问题,优化实验方案。

(5)实验准备 提前一周到实验室进行实验仪器、药品等的准备工作。

(6)实验实施 实验过程中注意随时观察实验现象,考察影响因素等,反复进行实验直到成功。

(7)数据处理 综合处理实验数据,进行误差分析,按论文的形式写出有一定见解的实验报告并进行交流答辩。

2. 设计实验的要求

(1)所查文献至少应包括1篇外文文献,同时有关设计型实验的预习报告和实验报告要求用英文书写,以培养学生的专业英语的阅读和写作能力。

(2)学生必须自己设计实验、组合仪器并完成实验,以培养综合运用化学实验技能和所学的基础知识解决实际问题的能力。

第二节 物理化学实验室安全知识

在化学实验室里,安全是非常重要的,它常常潜藏着诸如发生爆炸、着火、中毒、灼伤、割伤、触电等事故的危险性。如何来防止这些事故的发生以及万一发生如何来急救,都是每一个化学实验工作者必须具备的素质。这些内容在先行的化学实验课中均已反复地作了介绍。本节主要结合物理化学实验的特点介绍安全用电常识及使用化学药品

的安全防护等知识。

一、安全用电常识

物理化学实验使用电器较多,特别要注意安全用电。表 1—1 给出了 50 Hz 交流电在不同电流强度时通过人体产生的反应情况。

表 1—1 不同电流强度时的人体反应

电流强度/mA	1~10	10~25	25~100	100 以上
人体反应	麻木感	肌肉强烈收缩	呼吸困难,甚至停止呼吸	心脏心室纤维性颤动,死亡

违章用电可能造成仪器设备损坏、火灾,甚至人身伤亡等严重事故。为了保障人身安全,一定要遵守安全用电规则:

1. 防止触电

(1)不用潮湿的手接触电器。

(2)一切电源裸露部分应有绝缘装置,所有电器的金属外壳都应接上地线。

(3)实验时,应先连接好电路再接通电源;修理或安装电器时,应先切断电源;实验结束时,先切断电源再拆线路。

(4)不能用试电笔去试高压电。使用高压电源应有专门的防护措施。

(5)如有人触电,首先应迅速切断电源,然后进行抢救。

2. 防止发生火灾及短路

(1)电线的安全通电量应大于用电功率;使用的保险丝要与实验室允许的用电量相符。

(2)室内若有氢气、煤气等易燃易爆气体,应避免产生电火花。继电器工作时、电器接触点接触不良时及开关电闸时易产生电火花,要特别小心。

(3)如遇电线起火,立即切断电源,用沙或二氧化碳、四氯化碳灭火器灭火,禁止用水或泡沫灭火器等导电液体灭火。

(4)电线、电器不要被水淋湿或浸在导电液体中;线路中各接点应牢固,电路元件两端接头不要互相接触,以防短路。

3. 电器仪表的安全使用

(1)使用前先了解电器仪表要求使用的电源是交流电还是直流电;是三相电还是单相电以及电压的大小(如 380 V、220 V、6 V)。须弄清电器功率是否符合要求及直流电器仪表的正、负极。

(2)仪表量程应大于待测量。待测量大小不明时,应从最大量程开始测量。

(3)实验前要检查线路连接是否正确,经教师检查同意后方可接通电源。

(4)在使用过程中如发现异常,如不正常声响、局部温度升高或嗅到焦味,应立即切断电源,并报告教师进行检查。

二、使用化学药品的安全防护

(1)防毒 实验前,应了解所用药品的毒性及防护措施。操作有毒性化学药品应在通风橱内进行,避免与皮肤接触;剧毒药品应妥善保管并小心使用。不要在实验室内喝水、吃东西;离开实验室时要洗净双手。

(2)防爆 可燃气体与空气的混合物在比例处于爆炸极限时,受到热源(如电火花)诱发将会引起爆炸。一些气体的爆炸极限见表 1-2。

表 1-2 与空气相混合的某些气体的爆炸极限(20℃,101325 Pa)表

气体	爆炸高限/体积%	爆炸低限/体积%	气体	爆炸高限/体积%	爆炸低限/体积%
氢	74.2	4.0	醋酸	—	4.1
乙烯	28.6	2.8	乙酸乙酯	11.4	2.2
乙炔	80.0	2.5	一氧化碳	74.2	12.5
苯	6.8	1.4	水煤气	72	7.0
乙醇	19.0	3.3	煤气	32	5.3
乙醚	36.5	1.9	氨	27.0	15.5
丙酮	12.8	2.6			

因此使用时要尽量防止可燃性气体逸出,保持室内通风良好;操作大量可燃性气体时,严禁使用明火和可能产生电火花的电器,并防止其他物品撞击产生火花。

另外,有些药品如乙炔银、过氧化物等受震或受热易引起爆炸,使用时要特别小心;严禁将强氧化剂和强还原剂放在一起;久藏的乙醚使用前应除去其中可能产生的过氧化物;进行易发生爆炸的实验,应有防爆措施。

(3)防火 许多有机溶剂如乙醚、丙酮等非常容易燃烧,使用时室内不能有明火、电火花等。用后要及时回收处理,不可倒入下水道,以免聚集引起火灾。实验室内不可存放过多这类药品。

另外,有些物质如磷、金属钠及比表面很大的金属粉末(如铁、铝等)易氧化自燃,在保存和使用时要特别小心。

实验室一旦着火不要惊慌,应根据情况选择不同的灭火剂进行灭火。以下几种情况不能用水灭火:

- 1)有金属钠、钾、镁、铝粉、电石、过氧化钠等时,应用干沙等灭火。
- 2)密度比水小的易燃液体着火,采用泡沫灭火器。
- 3)有灼烧的金属或熔融物的地方着火时,应用干沙或干粉灭火器。
- 4)电器设备或带电系统着火,用二氧化碳或四氯化碳灭火器。

(4)防灼伤 强酸、强碱、强氧化剂、溴、磷、钠、钾、苯酚、冰醋酸等都会腐蚀皮肤,特别要防止溅入眼内。液氧、液氮等低温也会严重灼伤皮肤,使用时要小心。万一灼伤应及时治疗。

三、汞的安全使用

汞中毒分急性和慢性两种。急性中毒多为高汞盐(如 HgCl_2) 入口所致, $0.1 \sim 0.3 \text{ g}$ 即可致死。吸入汞蒸气会引起慢性中毒, 症状为食欲不振、恶心、便秘、贫血、骨骼和关节疼痛、精神衰弱等。汞蒸气的最大安全浓度为 $0.1 \text{ mg} \cdot \text{m}^{-3}$, 而 20°C 时汞的饱和蒸气压约为 0.16 Pa , 超过安全浓度 130 倍。所以使用汞必须严格遵守下列操作规定:

(1) 储汞的容器要用厚壁玻璃器皿或瓷器, 在汞面上加盖一层水, 避免直接暴露于空气中, 同时应放置在远离热源的地方。一切转移汞的操作, 应在装有水的浅瓷盘内进行。

(2) 装汞的仪器下面一律放置浅瓷盘, 防止汞滴散落到桌面或地面上。万一有汞掉落, 要先用吸汞管尽可能将汞珠收集起来, 然后把硫黄粉撒在汞溅落的地方, 并摩擦使之生成 HgS , 也可用 KMnO_4 溶液使其氧化。擦过汞的滤纸等必须放在有水的瓷缸内。

(3) 使用汞的实验室应有良好的通风设备; 手上若有伤口, 切勿接触汞。

四、X 射线的防护

X 射线被人体组织吸收后, 对健康是有害的。一般晶体 X 射线衍射分析用的软 X 射线(波长较长、穿透能力较低) 比医院透视用的硬 X 射线(波长较短、穿透能力较强) 对人体组织伤害更大。轻的造成局部组织灼伤, 重的可造成白细胞下降, 毛发脱落, 发生严重的射线病。但若采取适当的防护措施, 上述危害是可以防止的。

最基本的一条是防止身体各部位(特别是头部) 受到 X 射线照射, 尤其是直接照射。因此 X 射线管窗口附近要用铅皮(厚度在 1 mm 以上) 挡好, 使 X 射线尽量限制在一个局部小范围内; 在进行操作(尤其是对光) 时, 应戴上防护用具(特别是铅玻璃眼镜); 暂时不工作时, 应关好窗口; 非必要时, 人员应尽量离开 X 射线实验室。室内应保持良好通风, 以减少由于高电压和 X 射线电离作用产生的有害气体对人体的影响。

第三节 物理化学实验中的误差及数据的表达

由于实验方法的可靠程度, 所用仪器的精密度和实验者感官的限度等各方面条件的限制, 使得一切测量均带有误差——测量值与真值之差。因此, 必须对误差产生的原因及其规律进行研究, 方可在合理的人力物力支出条件下, 获得可靠的实验结果, 再通过实验数据的列表、作图、建立数学关系式等处理步骤, 使实验结果变为有参考价值的资料, 这在科学研究中是必不可少的。

一、误差的分类

误差按其性质可分为如下三种:

(1) 系统误差(恒定误差) 系统误差是指在相同条件下, 多次测量同一物理量时, 误差的绝对值和符号保持恒定, 或在条件改变时, 按某一确定规律变化的误差, 产生的原因有:

1) 实验方法方面的缺陷,例如使用了近似公式。

2) 仪器药品的不良,如电表零点偏差,温度计刻度不准,药品纯度不高等。

3) 操作者的不良习惯,如观察视线偏高或偏低。

改变实验条件可以发现系统误差的存在,针对产生原因可采取措施将其消除。

(2) 过失误差(或粗差) 这是一种明显歪曲实验结果的误差。它无规律可循,是由操作者读错、记错所致,只要加强责任心,此类误差可以避免。发现有此种误差产生,所得数据应予以剔除。

(3) 偶然误差(随机误差) 在相同条件下多次测量同一量时,误差的绝对值时大时小,符号时正时负,但随测量次数的增加,其平均值趋近于零,即具有抵偿性,此类误差称为偶然误差。它产生的原因并不确定,一般是由环境条件的改变(如大气压、温度的波动),操作者感官分辨能力的限制(例如对仪器最小分度以内的读数难以读准确等)所致。

二、测量的准确度与测量的精密度

准确度是指测量结果的准确性,即测量结果偏离真值的程度。而真值是指用已消除系统误差的实验手段和方法进行足够多次的测量所得的算术平均值或者文献手册中的公认值。

精密度是指测量结果的可重复性及测量值有效数字的位数。因此测量的准确度和精密度是有区别的,高精密度不一定能保证有高准确度,但高准确度必须有高精密度来保证。

三、误差的表达方法

(1) 误差一般用以下三种方法表达:

1) 平均误差 $\delta = \frac{\sum |d_i|}{n}$ 其中 d_i 为测量值 x_i 与算术平均值 $\bar{x}$ 之差, n 为测量次数,

且 $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, i=1, 2, \dots, n$ 。以下同上。

2) 标准误差(或称均方根误差) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-1}}$ 。

3) 偶然误差 $P=0.675\sigma$ 。

平均误差的优点是计算简便,但用这种误差表示时,可能会把质量不高的测量掩盖住。标准误差对一组测量中的较大误差或较小误差感觉比较灵敏,因此它是表示精度的较好方法,在近代科学中多采用标准误差。

(2) 为了表达测量的精度,又分为绝对误差、相对误差两种表达方法。

1) 绝对误差 它表示了测量值与真值的接近程度,即测量的准确度。其表示法为 $\bar{x} \pm \delta$ 或 $\bar{x} \pm \sigma$, 其中 δ 和 σ 分别为平均误差和标准误差,一般以一位数字(最多两位)表示。

2) 相对误差 它表示测量值的精密度,即各次测量值相互靠近的程度。其表示法为:

$$\text{平均相对误差} = \pm \frac{\delta}{\bar{x}} \times 100\%$$

$$\text{标准相对误差} = \pm \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$$

四、偶然误差的统计规律和可疑值的舍弃

偶然误差符合正态分布规律,即正、负误差具有对称性。所以,只要测量次数足够多,在消除了系统误差和粗差的前提下,测量值的算术平均值趋近于真值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = x_{\text{真}}$$

但是,一般测量次数不可能有无限多次,所以一般测量值的算术平均值也不等于真值。于是人们又常把测量值与算术平均值之差称为偏差,常与误差混用。

如果以误差出现次数 N 对标准误差的数值 σ 作图,得一对称曲线(图 1-1)。统计结果表明测量结果的偏差大于 3σ 的概率不大于 0.3% 。因此根据小概率定理,凡误差大于 3σ 的点,均可以作为粗差剔除。严格地说,这是指测量达到一百次以上时方可如此处理,粗略地用于 15 次以上的测量。对于 10~15 次时可用 2σ ,若测量次数再少,应酌情递减。

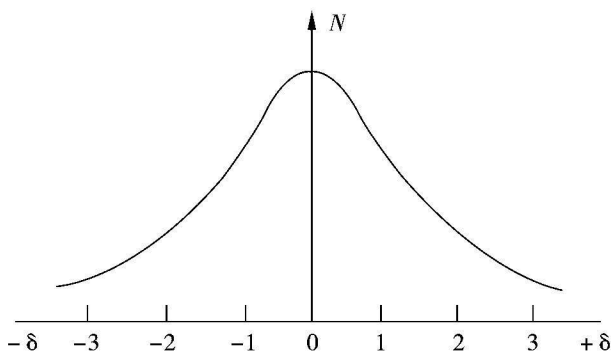


图 1-1 正态分布误差曲线

五、误差传递——间接测量结果的误差计算

测量分为直接测量和间接测量两种,一切简单易得的量均可直接测量出来,如用米尺量物体的长度,用温度计测量体系的温度等。对于较复杂不易直接测得的量,可通过直接测定简单量,而后按照一定的函数关系将它们计算出来。例如在溶解热实验中,测得温度变化 ΔT 和样品重量 W ,代入公式 $\Delta H = C\Delta T \frac{M}{W}$ 就可求出溶解热 ΔH ,从而使直接测量值 T 、 W 的误差传递给 ΔH 。

误差传递符合一定的基本公式。通过间接测量结果误差的求算,可以知道哪个直接测量值的误差对间接测量结果影响最大,从而可以有针对性地提高测量仪器的精度,获得好的结果。

(1) 间接测量结果的平均误差和相对平均误差的计算

设有函数 $u=F(x,y)$, 其中 x,y 为可以直接测量的量。则

$$du = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_y dx + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_x dy$$

此为误差传递的基本公式。若 $\Delta u, \Delta x, \Delta y$ 为 u, x, y 的测量误差, 且设它们足够小, 可以代替 du, dx, dy , 则得到具体的简单函数及其误差的计算公式, 列入表 1-3。

表 1-3 部分函数的平均误差

函数关系	绝对误差	相对误差
$y = x_1 + x_2$	$\pm (\Delta x_1 + \Delta x_2)$	$\pm \left(\frac{ \Delta x_1 + \Delta x_2 }{x_1 + x_2} \right)$
$y = x_1 - x_2$	$\pm (\Delta x_1 + \Delta x_2)$	$\pm \left(\frac{ \Delta x_1 + \Delta x_2 }{x_1 - x_2} \right)$
$y = x_1 x_2$	$\pm (x_1 \Delta x_2 + x_2 \Delta x_1)$	$\pm \left(\frac{ \Delta x_1 }{x_1} + \frac{ \Delta x_2 }{x_2} \right)$
$y = x_1 / x_2$	$\pm \left(\frac{x_1 \Delta x_2 + x_2 \Delta x_1 }{x_2^2} \right)$	$\pm \left(\frac{ \Delta x_1 }{x_1} + \frac{ \Delta x_2 }{x_2} \right)$
$y = x^n$	$\pm (n x^{n-1} \Delta x)$	$\pm \left(n \frac{ \Delta x }{x} \right)$
$y = \ln x$	$\pm \left(\frac{\Delta x}{x} \right)$	$\pm \left(\frac{ \Delta x }{x \ln x} \right)$

例如计算函数 $x = \frac{8LRP}{\pi(m-m_0)rd^2}$ 的误差, 其中 L, R, P, m, r, d 为直接测量值。

对上式取对数: $\ln x = \ln 8 + \ln L + \ln R + \ln P - \ln \pi - \ln(m-m_0) - \ln r - 2 \ln d$

微分得: $\frac{dx}{x} = \frac{dL}{L} + \frac{dR}{R} + \frac{dP}{P} - \frac{d(m-m_0)}{m-m_0} - \frac{dr}{r} - \frac{2d(d)}{d}$

考虑到误差积累, 对每一项取绝对值得:

相对误差 $\frac{\Delta x}{x} = \pm \left(\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta(m-m_0)}{m-m_0} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{2\Delta d}{d} \right)$

绝对误差 $\Delta x = \left(\frac{\Delta x}{x} \right) \cdot \frac{8LRP}{\pi(m-m_0)rd^2}$

根据 $\frac{\Delta L}{L}, \frac{\Delta R}{R}, \frac{\Delta P}{P}, \frac{\Delta(m-m_0)}{m-m_0}, \frac{\Delta r}{r}, \frac{2\Delta d}{d}$ 各项的大小, 可以判断间接测量值 x 的最大误差来源。

(2) 间接测量结果的标准误差计算

若 $u=F(x,y)$, 则函数 u 的标准误差为