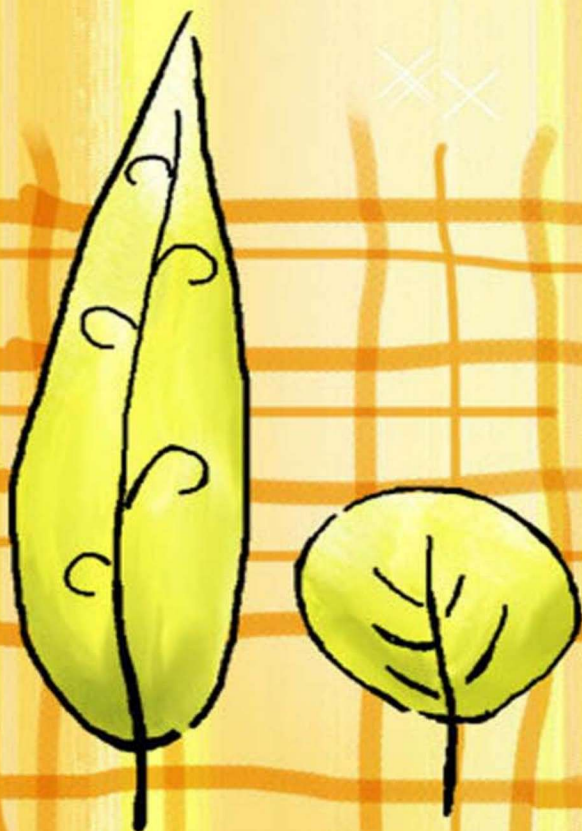


应用光学

徐昌杰 主编



very
Thinking of you and
wishing you all of life's
today and alawys

Forever
Thinking of you and
wishing you all of life's
today and alawys

Thinking of you and
wishing you all of life's
today and alawys

Forever
Thinking of you and
wishing you all of life's
today and alawys

Forever
Thinking of you and
wishing you all of life's
today and alawys

Forever
Thinking of you and
wishing you all of life's
today and alawys

Forever
Thinking of you and
wishing you all of life's
today and alawys

西北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用光学/徐昌杰主编. —西安: 西北大学出版社, 2011. 4
ISBN 978—7—5604—2904—5
I. 应... II. 徐... III. ①应用光学—高等学校—教材
IV. ①0439
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 052628 号

应用光学		主 编	徐昌杰
出版发行	西北大学出版社	社 址	西安市太白北路 229 号
电 话	029—88303042	邮政编码	710069
经 销	新华书店	印 刷	陕西向阳印务有限公司
版 次	2011 年 4 月第 1 版	印 次	2011 年 4 月第 1 次印刷
开 本	787×1092 1/16	印 张	18.25
字 数	300 千字		
书 号	ISBN 978—7—5604—2904—5	定 价	40.00 元

前 言

本书是在国家实施卓越工程师教育培养计划精神下,根据培养工程师后备人才的基本要求和光学技术的最新发展动态,在 2002 年编写的《应用光学》基础上,对相关内容进一步修改和增补后再版的。本书作为 21 世纪应用型本科人才培养规划教材,与前书相比,在保证理论基础的同时,更加重视其工程性和应用性,特色更加鲜明。

本书共十一章。

第一章 费马原理是应用光学的理论基础。根据费马原理推导出光线从一个介质到另一个介质行进的规律,进而得到完善成像的物、像之间等光程性和不同物、像之间的等光程面和等光程透镜,并且得到小视场物面完善成像的正弦条件。对物空间和像空间做出了正确的定义;对物的虚实,像的虚实和物、像之间的变换进行了细致的讨论。

第二章 研究球面的折射和反射,对光线正方向做出了明确的规定,使符号规则使用更规范、更准确。

第三章 提出了“理想光学模型”概念,使主面和焦点构成的“模型”的物理意义更突显。对负光学模型增加了图形和说明;对理想光学模型的实物、虚物,实光线和虚光线做出明确的定义和说明;对作图的根本问题做出了高度概括和独特总结;得出了光焦度对光线的作用规律;推导出共轭出射光线与入射光线偏角是常数的结论,据此可以十分直观和方便地判断出像的位置、像是放大还是缩小、像的虚实和正倒;两光组组合公式由高斯公式导出,这些都是本书的亮点。

第四章 对两面镜的应用、棱镜展开、棱镜对像正倒的作用、棱镜设计要点、折射棱镜最小偏角和光楔做出了简洁明了的叙述。

第五章 使用光学系统中所有光孔被其前面光组成像的方法,把光孔转换到物空间与物面直接发生联系,确定入射光瞳、孔径光阑和入射窗、视场光阑;同样,把所有光孔转换到像空间可确定出射光瞳、孔径光阑和出射窗、视场光阑。这样,物理概念十分清晰,为各类光学系统的具体光束限制打下基础。在成像空间深度研究中,推导出与对准平面距、物镜焦距和 F 数直接相关的景深公式。

第六章 利用光场的几何光学模型研究光度学。这个模型把光看做是几何光线流动的光能量流并遵守几何光学上的能量守恒定律,把小物面元到像面光能量的传递分解成从小物面元到入瞳、入瞳到出瞳、出瞳到像面的三个几何光管内的能量守恒的传递,然后再扩展到大视场物面光能量的传递。这样思路清晰,数学推导简洁,物理概念明了。

第七章 推导出任意一条入射光学系统光线的初始值的公式,对于细光束的像散、彗差、畸变和倍率色差的产生做出了直观和易于理解的解释和分析。

第八章 对于人眼调节过程的生理和光学原理进行了分析,对正常眼做出了更准确的

定义。

第九、十、十一章 这三章分别研究了放大镜和显微镜,望远镜,摄影和投影光学系统。前八章的知识为研究这些光学系统的基础。学习这三章后,可以掌握这些光学系统的特点,为各类光学仪器的设计及正确使用等打下理论基础;可以做到在各类光学仪器的使用、调整过程中,不仅能知其然,而且更能知其所以然。

本书共有 106 道例题、173 道思考题、213 道习题,内容涵盖了重要基本概念的应用。

应用光学并没有涉及很多的数学问题,大多数基本公式的数学形式虽然简单,但总会感到光学问题很抽象。为此,在学习过程中要勤作光路图,作形象的光路行进图对理解概念、分析问题是有益的。绝大多数应用光学的基本公式都是在特殊的光路图中加上符号规则后,才推导出普遍适用的公式。因此,在学习的过程中正确作出光路图非常重要。

人眼以“光”的形式接收到的外部信息达到 90% 以上,而且人眼接收到的光图像是最形象、最丰富的。一切光学仪器都是人眼功能的增强、扩展和延伸,应用光学对人类生活和社会发展的进步有极其重要的作用。

《应用光学》是高等学校工科类光学仪器相关专业中的重要主干课程,其后续课程有像差理论和典型光学系统设计、物理光学、激光原理、光学测量技术、光电仪器设计、光学加工工艺技术、薄膜光学、光纤技术和傅里叶光学等。

本书侧重于工程应用,在写法上很有特色,有很多亮点,且易读懂、易理解,可作为高等学校光学工程相关专业的专业基础课教材,也可作为从事光学仪器相关专业工程技术人员的参考用书。

本书由徐昌杰担任主编,同时负责全书的统纂。第一章、第五章、第六章和第十章由徐昌杰编写,第二章和第四章由汪桂霞编写,第三章和第九章由路绍军编写,第七章和第十一章由吴慎将编写,第八章由娄俊和王稳奇编写。

本书作为省级精品课《应用光学》的配套教材,在编写和出版的过程中,得到了西安工业大学北方信息工程学院有关部门和领导的关心及支持;西安工业大学舒朝濂教授担任主审,他认真审阅了书稿并提出许多宝贵意见;西北大学出版社刘秀玲责任编辑为本书的出版付出了艰辛劳动。编写过程中我们也参阅了不少国内外同类书籍及教材,在此一并表示感谢。

学海无涯,由于编者水平所限,书中难免有不足及欠妥之处,殷切期望广大读者批评指正。

编 者

2011 年 2 月



CONTENTS

第一章 几何光学基本定律

第一节 波面、光束和光线	/1
第二节 几何光学基本定律	/2
第三节 费马原理	/7
第四节 有关物和像的概念	/10
第五节 矢量形式的折射定律和反射定律	/19
理解与思考	/20
习 题	/21

第二章 球面和球面系统

第一节 光线经单个折射球面的折射	/24
第二节 近轴区及近轴光线光路计算	/26
第三节 单个折射球面的成像放大率及拉赫不变量	/30
第四节 共轴球面系统	/34
第五节 球面反射镜	/40
理解与思考	/43
习 题	/43

第三章 理想光学模型

第一节 理想像和理想光学系统	/48
第二节 理想光学模型的基点和基面	/49
第三节 理想光学模型的物、像关系式——牛顿公式和高斯公式	/52
第四节 理想光学模型的拉亥公式及两焦距之间的关系	/54
第五节 理想光学模型的放大率	/55
第六节 节 点	/61
第七节 理想光学模型的作图求解	/62
第八节 会聚度、发散度和光焦度	/67
第九节 共轴理想光学模型的组合焦距及基点的确定	/73
第十节 望远系统——基点在无限远的理想光学模型	/83
第十一节 折射透镜	/86
第十二节 透镜的简化——薄透镜	/92
理解与思考	/94
习 题	/94

第四章	平面镜和平面系统	
第一节	平面镜	/100
第二节	平行平板的折射	/104
第三节	反射棱镜	/108
第四节	折射棱镜	/117
理解与思考		/120
习 题		/121
第五章	光阑和光束限制	
第一节	光学系统中的光阑及其作用	/128
第二节	孔径光阑、入射光瞳和出射光瞳	/129
第三节	视场光阑、入射窗和出射窗	/131
第四节	光学系统的景深	/137
第五节	远心光路	/141
第六节	光学系统的分辨本领	/143
理解与思考		/145
习 题		/145
第六章	光能及其计算	
第一节	辐射能通量和光通量	/148
第二节	发光强度	/150
第三节	光照度和面发光度	/152
第四节	光源的光亮度	/153
第五节	光能通过介质传递时的损失	/156
第六节	光能量在光学系统中的传递	/159
理解与思考		/163
习 题		/164
第七章	光线的光路计算及像差概述	
第一节	子午面内光线的光路计算	/167
第二节	轴外物点近主光线细光束经球面折射的计算	/173
第三节	球 差	/177
第四节	彗 差	/178
第五节	像散和像面弯曲	/180
第六节	畸 变	/183
第七节	位置色差	/184
第八节	倍率色差	/185
理解与思考		/187
习 题		/187
第八章	眼 睛	
第一节	眼睛的构造	/189

第二节	眼睛的调节 正常眼和非正常眼及其矫正	/190
第三节	眼睛的分辨本领	/193
第四节	双眼的立体视觉	/195
第五节	眼睛的主观亮度	/197
	理解与思考	/199
	习 题	/199
第九章 放大镜和显微镜		
第一节	放大镜	/201
第二节	显微镜简述	/206
第三节	显微镜的光束限制	/210
第四节	显微镜的景深	/214
第五节	显微镜的分辨本领和有效放大率	/217
第六节	显微镜物镜	/221
第七节	显微镜物镜的照明系统	/222
第八节	显微镜的相对主观亮度	/226
	理解与思考	/228
	习 题	/228
第十章 望远镜		
第一节	望远镜的一般特性	/231
第二节	望远镜的分辨本领	/236
第三节	望远物镜	/243
第四节	目 镜	/248
	理解与思考	/252
	习 题	/253
第十一章 摄影和投影光学系统		
第一节	摄影光学	/255
第二节	投影光学系统	/271
	理解与思考	/277
	习 题	/278
	习题答案	/280
	参考文献	/284

第一章 几何光学基本定律

第一节 波面、光束和光线

几何光学把光看成是几何线的传播,它遵从直进、反射和折射定律。从理论高度来看,几何光学的这些行为只不过是光的波动规律(忽略波长)的短波近似,波动光学和几何光学之间是有着紧密联系的。

光是电磁波,可见光是波长 $\lambda=400\sim 760\text{nm}$ 的电磁波,它在真空中的速度 $c=3\times 10^8\text{m/s}$ 。 λ_0 为真空中的波长, ν 为光振动频率,有

$$c=\lambda_0\nu \quad (1-1)$$

光在介质中的传播速度 v 和在介质中的波长 λ 应满足

$$v=\lambda\nu \quad (1-2)$$

光从一个介质向另一个介质传播时其频率 ν 不变,但其速度 v 是变化的,波长 λ 也是变化的。

介质中的折射率为 n ,在真空中其折射率为 1,且

$$n=\frac{c}{v} \quad (1-3)$$

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}}=\frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{有} \quad \lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2 = \lambda_0 \quad (1-4)$$

光在介质中传播速度 v 越大,则该介质的折射率越小,反之则折射率越大。

表 1-1 列出了鉴定光学玻璃常用特征夫琅禾费谱线的波长及相应的化学元素。

表 1-1 光学材料的特征谱线

颜 色	红		黄		绿	浅蓝		蓝	紫
符 号	A'	C	D	d	e	F	g	G'	h
波长/nm	766.50	656.27	589.26	587.56	546.07	486.13	435.84	434.05	404.66
元 素	K	H	Na	He	Hg	H	Hg	H	Hg

一般光学材料在可见光波段时采用 n_D 及 $n_F - n_C$ 作为折射材料的主要标志。 F 光和 C 光接近人眼光谱灵敏度的极限两端,而 D 光是在人眼最灵敏的谱线附近。在光学玻璃的材料折射率表中,除了列出上述各种谱线的折射率之外,还有

平均色散

$$n_F - n_C \quad (1-5)$$

色散系数

$$\frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (1-6)$$

光线无体积、无大小,是代表光的传播方向的几何线。发光是发射光线的光源、没有体积大小的几何点。从同一发光点发出的光振动,经过某一相同时刻到达具有相同位相的空间各点,这些点所构成的曲面就是波面。光线是波面的法线,光线代表波动传播的方向。

光束是波面所对应的法线束。同心光束是球面波所对应的法线束,即同心光线束。会聚光束的光线束聚向一点,如图 1-1a 所示;发散光束的光线束从同一点发出,如图 1-1b 所示;平行光束可以看成半径无限大的球面波,此时波面为平面所对应的光线束,如图 1-1c 所示。

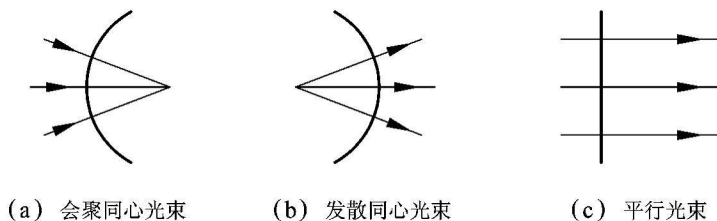


图 1-1 同心光束

对于波面是非球面的曲面,它所对应的光线束不再是同心光束,而是一个像散光束。如图 1-2 所示,在小波面元上的某一点必有两条垂直的法截线,几何学可以证明其中一条曲率半径最大 tt ,另一条曲率半径最小 ss ,这是主截线。光线束先会聚于 $F_s F_s$,再会聚于 $F_t F_t$ 这样两条垂直的短焦线上,这两焦线之间的距离称为像散差。

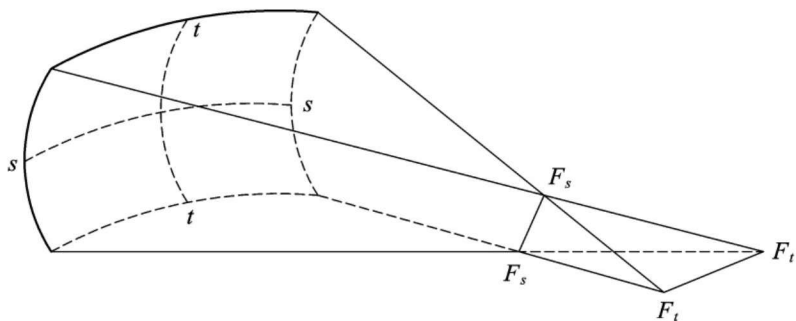


图 1-2 像散光束

第二节 几何光学基本定律

一、几何光学三大定律

(一)光的直线传播定律

光在均匀的、透明的、各向同性的介质中沿直线传播。

(二)光的独立传播定律

光线从不同方向通过某点时,彼此不发生影响,各条光线好像其他光线不存在似的继续独

立向前传播。

(三)光的折射和反射定律

光线由一个均匀的、透明的、各向同性的介质射入由光滑界面分出的第二个透明的、均匀的、各向同性的介质时,在分界面上光线发生反射和折射,其继续传播的规律由反射定律和折射定律规定。

图 1-3 中,第一和第二介质折射率分别为 n_1 、 n_2 ,它们被光滑界面 MM 分开。 NN 是入射光线 a 在两介质分界面 MM 投射点 O 处的法线。 b_1 为反射光线, b_2 为折射光线。入射光线 a 与法线 NN 的夹角 I_1 为入射角,反射光线 b_1 与法线 NN 的夹角 $-I'_1$ 为反射角,折射光线 b_2 与法线 NN 的夹角 I_2 为折射角。

1. 反射定律

(1)反射光线必与入射光线和界面投射点处的法线共面;

(2)入射角和反射角绝对值相等但符号相反,即入射光线与反射光线位于法线两侧, $I_1 = -I'_1$ 。

2. 折射定律

(1)折射光线与入射光线和界面投射点处法线共面;

(2)入射角正弦和折射角正弦之比为两介质折射率之比,是一个常数。

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1-7)$$

如果设 $n_1 = -n_2$,则 $I_1 = -I'_1$,这就是反射定律,可见反射定律是折射定律当 $n_1 = -n_2$ 时的特殊情况。

反射、折射定律不仅对于平面,对于足够大的球面或任意光滑曲面都是成立的。

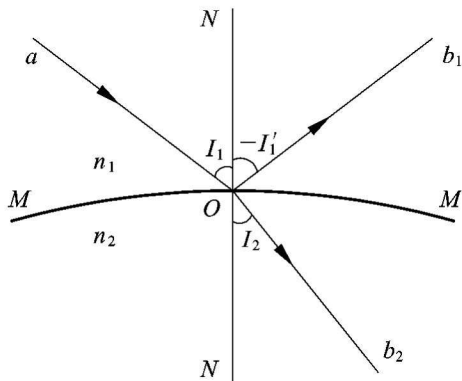


图 1-3 反射、折射定律

二、全反射

当光从光密介质进入到光疏介质时,因为 $n_2 < n_1$,由公式(1-7)必有 $I_2 > I_1$,此时折射光线将偏离法线。当 I_1 继续增大时, I_2 也将增大;当 I_1 增大到使 $I_2 = 90^\circ$ 时,折射光线将由分界面掠射出去,令此时入射角为 I_M ,有

$$\sin I_M = \frac{n_2}{n_1} \sin 90^\circ = \frac{n_2}{n_1} \quad (1-8)$$

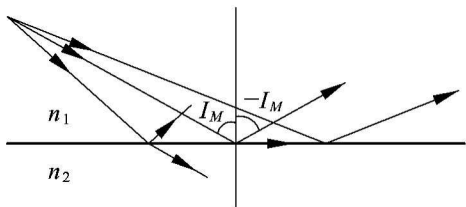


图 1-4 全反射

如果增大 I_1 ,使 $I_1 > I_M$,那么 $\sin I_2 > 1$,公式(1-7)将无实数解,此时的物理意义就是光线不再折入第二介质,而在分界面上全部反射,发生全反射现象,如图 1-4 所示。由公式(1-8)决定的 I_M 称为全反射临界角。

全反射原理有很重要的应用,如图 1-5a 中的直角等腰棱镜,光线射入棱镜后在斜边上反射光路转折

90°。此时,光线从光密介质玻璃射到光疏介质空气中。如果玻璃的折射率足够大,可以使光在棱镜斜边上发生全反射,无需镀反射膜即可减少光能损失。图 1-5b 中的光学纤维,外层包裹的玻璃折射率较低,在两层玻璃间发生全反射,光经过多次全反射可以从一端传到另一端。这样的玻璃纤维束可以用来传像,用于内窥光学系统;也可以用来传递信息,用于光纤通信。

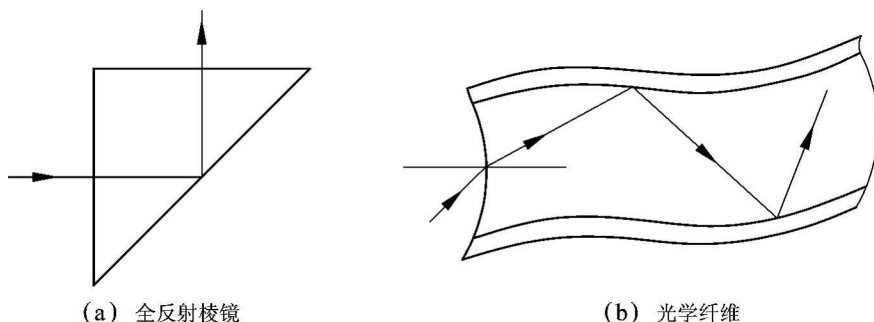


图 1-5 全反射应用

三、光路可逆性原理

如图 1-3 所示,从几何光学基本定律不难看出,如果光线逆着反射光线 b_1 方向入射,则这时的反射光线将逆着原来入射光线 a 方向传播。对于折射光线也同样可逆。

当光线逆向行进时,它将顺着同一路径传播,这个带有普遍性的结论称为光路可逆原理。今后在有些情况下这个原理对我们会有帮助。

例 1-1 用惠更斯原理证明: $n = \frac{c}{v}$ 。

证明 图 1-6 中,界面两侧介质的折射率分别为 n_1 和 n_2 , v_1 和 v_2 分别为光波在两种介质中的传播速度。平行光束 aa' 以 θ_1 角射入分界面,根据折射定律,以 θ_2 角折射入第二介质。 a

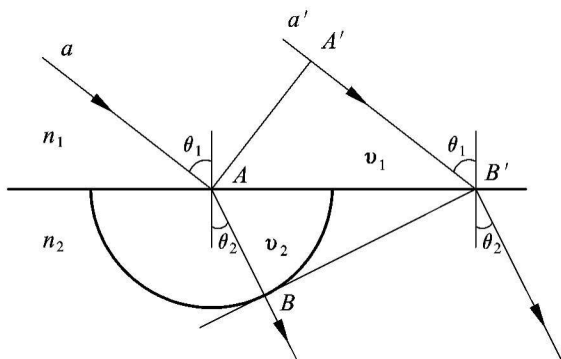


图 1-6 例 1-1 图

光线在分界面的投射点为 A , a' 光线在分界面的投射点为 B' 。 AA' 为 t 时刻平面波的波阵面,必然有 $AA' \perp A'B'$, 经过 Δt 时间后,平面波 AA' 波面中,以 A' 点为中心的惠更斯球面子波扩展到 B' 点时, $A'B' = v_1 \Delta t$ 。而经过同样的时间 Δt , AA' 平面波波阵面上以 A 点为中心的惠更斯子波扩展到以 $v_2 \Delta t$ 为半径的球面波阵面,过 B' 点作第二介质中惠更斯子波的切面 BB' , B 为切点, BB' 是 AA' 平面波阵面经 Δt 时间后的折射波面。

根据折射定律

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

而

$$\overline{AB'} \sin \theta_1 = A'B' = v_1 \Delta t$$

$$\overline{AB'} \sin \theta_2 = AB = v_2 \Delta t$$

因此有

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

若令 $n_1=1, n_2=n, v_2=v$, 则 $v_1=c$, 故有

$$n = \frac{c}{v}$$

例 1-2 证明平行于旋转抛物面旋转轴的平行光束经过旋转抛物面反射后都会聚到抛物面的焦点。

证明 图 1-7 中, 旋转抛物面的 Ox 轴为对称轴, 抛物面方程为 $y^2=4Px$, 抛物面焦点为 $F(P, 0)$ 。

只要证明平行于 Ox 轴的任意一条入射光线经抛物面反射后射向焦点 $F(P, 0)$ 点即可。

设任意一条平行于 Ox 轴的入射光线 a 在抛物面的投射点为 (x_0, y_0) , 投射点的切线为 MM 。抛物面切线的斜率满足

$$\tan\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{2P}{y} = \frac{\frac{y^2}{2x}}{y} = \frac{y}{2x}$$

a 光线入射角为 $I=90^\circ-\theta$, 反射角为 $I'=90^\circ-\theta$, 反射光线与 Ox 轴的夹角为 2θ , 有反射光线的斜率

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2 \frac{y}{2x}}{1 - \frac{y^2}{4x^2}} = \frac{\frac{y}{x}}{1 - \frac{4Px}{4x^2}} = \frac{y}{x-P}$$

则 a 光线射到抛物面上 (x_0, y_0) 点的反射光线的斜率为

$$\tan 2\theta \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} = \frac{y_0}{x_0-P}$$

根据直线方程的点斜式, 反射光线的方程为

$$y - y_0 = \frac{y_0}{x_0 - P}(x - x_0)$$

上式中当 $y=0$ 时, 有

$$-y_0 = \frac{y_0}{x_0 - P}(x - x_0), \quad P - x_0 = x - x_0$$

得 $x=P$ 。因此, 过 (x_0, y_0) 点的反射光线与 Ox 轴相交点为 $(P, 0)$, 这就是抛物面的焦点 $F(P, 0)$ 。

由此可见, 反射抛物面可以把无限远处的轴上物点成像到焦点上, 根据光路可逆性原理, 也可以把安置在焦点上的物点反射成像到无限远处。

例 1-3 证明光线以 I_1 角射入有 k 个互相平行的界面分开的、厚度不同的、折射率分别为 $n_1, n_2, n_3 \cdots n_{k-1}, n_k, n_{k+1}$ 的媒质时, 出射光线的方向仅与入射角 I_1 和折射率 n_1, n_{k+1} 有关。

证明 如图 1-8 所示, 对第 1 界面利用折射定律, 有

$$\sin I'_1 = \frac{n_1}{n_2} \sin I_1$$

第二介质内有

$$I'_1 = I_2$$

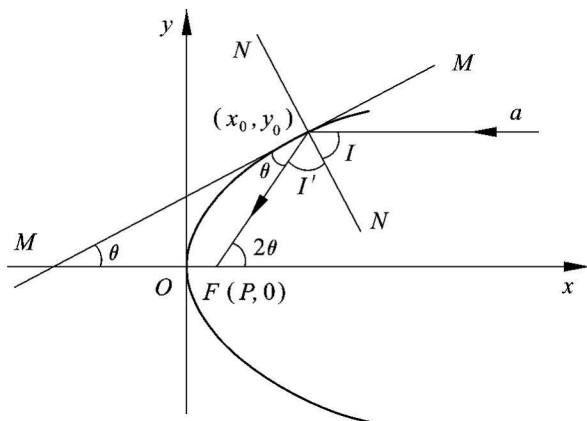


图 1-7 例 1-2 图

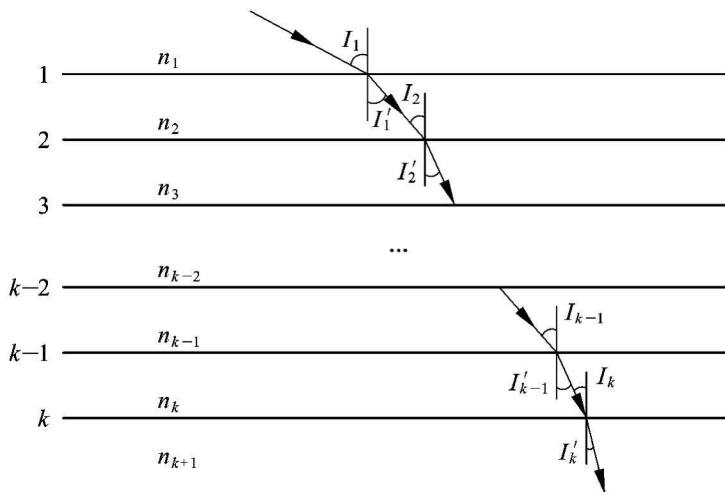


图 1-8 例 1-3 图

同样对第 2 界面,有

$$\sin I'_2 = \frac{n_2}{n_3} \sin I_2 = \frac{n_2}{n_3} \frac{n_1}{n_2} \sin I_1 = \frac{n_1}{n_3} \sin I_1$$

第三介质内有

$$I'_2 = I_3$$

同样对第 3 界面,有 $\sin I'_3 = \frac{n_3}{n_4} \sin I_3 = \frac{n_3}{n_4} \frac{n_1}{n_3} \sin I_1 = \frac{n_1}{n_4} \sin I_1$

这样,对第 k 个界面,有

$$\sin I'_k = \frac{n_1}{n_{k+1}} \sin I_1$$

可见, I'_k 仅取决于 I_1 和 n_1, n_{k+1} 。当 I_1 确定后, I'_k 仅与第一介质折射率和最后一介质折射率有关。

如果介质是地球大气层,大气层有数十千米厚度, n_0 为地表大气层折射率,在标准状态下 $n_0 = 1.000\,292$,到外层空间真空 $n=1$,随着离地表高度增加折射率由 n_0 逐渐变小直至真空。对于这种折射率渐变的情况,也可以用与本例类似的方法处理,将空气层分成无穷多个很薄的一层层与地面平行的介质层,每层介质中折射率认为是相同的,而相邻上、下两层中的折射率有很微小的不同,同样有

$$\sin I'_k = \frac{n}{n_0} \sin I_1 = \frac{1}{n_0} \sin I_1$$

即

$$\sin I'_k \neq \sin I_1$$

这表明在地面观察空间的星体,观察角 I'_k 与星体实际的方向不同。如果再考虑地球表面曲率半径的影响,它们的差别将更大。

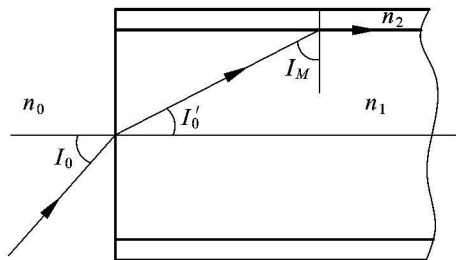


图 1-9 例 1-4 图

例 1-4 如图 1-9 所示,光学纤维中心折射率为 n_1 ,外包裹层折射率为 n_2 ,且 $n_1 > n_2$,求该光学纤维的数值孔径。

解 设光纤外部介质折射率为 n_0 ,光纤数值孔径 NA 表示在光纤内部能产生全反射时的入射光线的范围, $NA < n_0 \sin I_0$ 。

根据折射定律,有

$$n_0 \sin I_0 = n_1 \sin I'_0$$

而

$$I'_0 = 90^\circ - I_M$$

由于在光纤内产生全反射时的临界角为 I_M , 由公式(1-8)有 $\sin I_M = \frac{n_2}{n_1}$, 从而有

$$\sin I'_0 = \sin(90^\circ - I_M) = \cos I_M = \sqrt{1 - \sin^2 I_M} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \frac{1}{n_1} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

故

$$NA < n_0 \sin I_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

例 1-5 如图 1-10 所示, 置于空气中的等腰直角棱镜, 材料折射率 $n=2$, 有一束会聚光束以孔径角 $2U$ 射入棱镜, 求要使 $2U$ 孔径角内的入射光线在棱镜反射面上全部能产生全反射的最大孔径角。

解 由图 1-10 可见, 会聚光束上方的 a 光线在进入棱镜后在 AC 边上的入射角大于会聚光束下方的 b 光线进入棱镜后在 AC 边上的入射角。因此, 只要 b 光线能产生全反射, 从 b 到 a 的 $2U$ 孔径角内的所有入射光线在 AC 面上都会产生全反射。

由公式(1-8)全反射临界角

$$\sin I_M = \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$$

即

$$I_M = 30^\circ$$

b 光线折入棱镜后在 AC 面入射, 当入射角等于 I_M 时, 折射光线从 EC 掠射出, 在四边形 $BDEC$ 中,

$$\angle DEC = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ, \angle ECB = 45^\circ$$

这样有

$$I' + 90^\circ + 90^\circ + 45^\circ + 120^\circ = 360^\circ$$

得

$$I' = 15^\circ$$

在 AB 面上应用折射定律有

$$\sin I = n \sin I' = 2 \sin 15^\circ$$

得

$$I = 31.2^\circ$$

当 $U < 31.2^\circ$ 时, 以 $2U$ 孔径角射入棱镜的光束都会产生全反射。

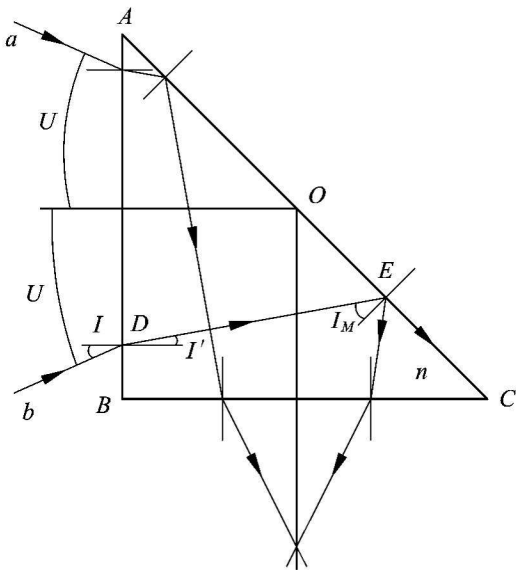


图 1-10 例 1-5 图

第三节 费马原理

一、光程

光线在真空中从 A 点传播到距离为 l 的 B 点所需的时间为 $t_{AB} = \frac{l}{c}$, 由公式(1-3), 当光线

在折射率为 n 的介质中从 A' 点传播到距离为 l' 的 B' 点时,所需的时间为 $t'_{A'B'} = \frac{l'}{v} = \frac{nl'}{c}$ 。

如图 1-11 所示,当光线经过几个折射率为 n_1, n_2, n_3, n_4 的不同介质,在各介质中经过的路程为 l_1, l_2, l_3, l_4 ,从点 A, B, C, D 到达点 E 时所需的时间为

$$t_{AE} = \sum_i \frac{l_i}{v_i} = \sum_i \frac{n_i l_i}{c} = \frac{(ABCDE)}{c} \quad (1-9)$$

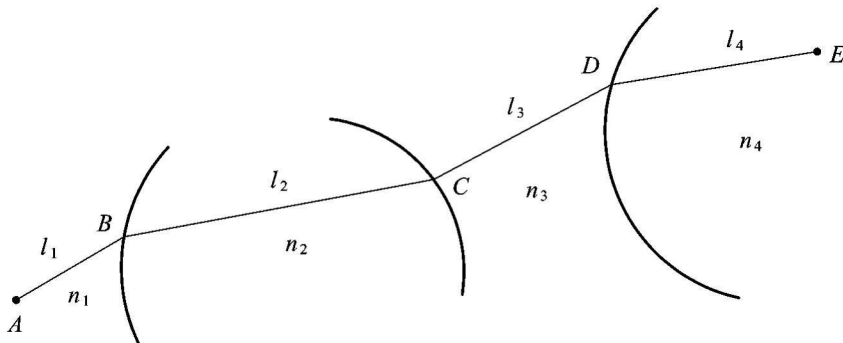


图 1-11 光程

$(ABCDE)$ 称为光线 $ABCDE$ 的光程,简写为 (AE) ,即

$$(AE) = (ABCDE) = \sum_i n_i l_i = t_{AEC} \quad (1-10)$$

光程是光线在介质中的几何路程与该介质折射率的乘积。

如果介质折射率是连续变化的,则光程应为

$$(AE) = \int_A^E n dl \quad (1-11)$$

式中, $n = n(x, y, z)$, 积分沿光线路径。

由公式(1-9)可知,光程可以理解为光在介质中从一点传播到另一点花费一定的时间,在相同时间内光线在真空中传播的距离。这样把在各不同折射率的介质中传播的路程统一转化到真空中传播的路程这样一个相同情况下去比较。

二、费马原理

费马原理的原始表述为:光从空间的一点到另一点的实际路径是沿着光程为极值的路径传播的。或者说,光沿着光程为极大、极小或者常量的路径传播。

费马原理的数学表述为

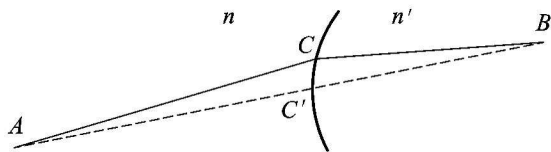


图 1-12 费马原理

$$\delta(AB) = \delta \int_A^B n dl = 0 \quad (1-12)$$

在光线的实际路径上,光程的变分为 0。

如图 1-12 所示,如果 ACB 代表光线的实际路径,那么光线通过 ACB 的光程(或者说所需的时间)与邻近的任何可能路径 $AC'B$ 相比为极值(极大、极小或常数)。

三、费马原理的应用

由费马原理可以推导出反射定律和折射定律。

(一) 反射定律

如图 1-13a 所示,由 A 点经 QQ 界面反射到达空间任意一点 B 的光线的路径是未知的,现在没有反射定律而只有费马原理。

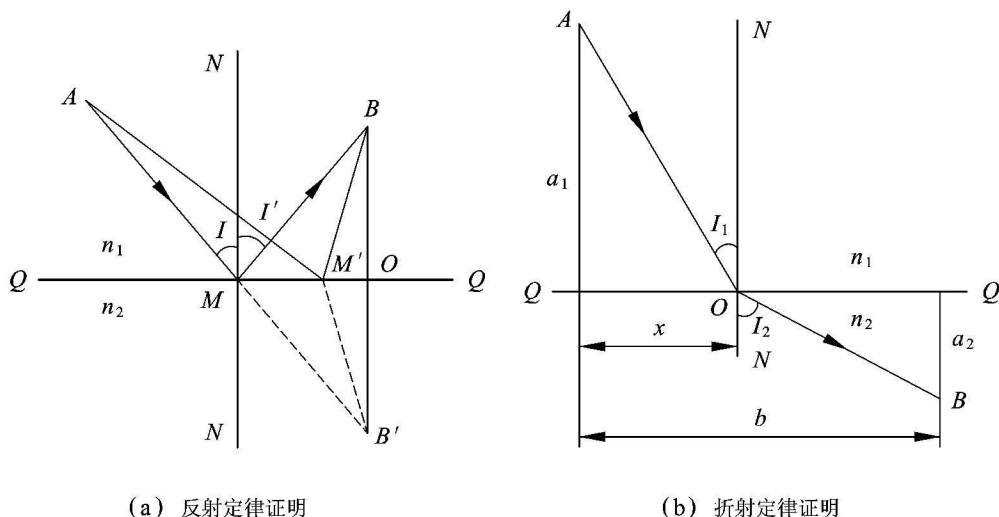


图 1-13 费马原理证明反射和折射定律

从 A 点经界面 QQ 反射到 B 点任一可能路径 $AM'B$ 与 $AM'B'$ 相等,对于 QQ 界面 B' 点为 B 点的对称点, $BO = B'O$ 。从 A 点到 B 点的光程 $(AB) = n_1 (AM' + M'B) = n_1 (AM' + M'B')$ 。显然, $(AM' + M'B')$ 在 AB' 取直线时最短。若 AB' 是直线时与界面 QQ 交于 M 点,这时从 A 点到 B 点光程 $(AB) = n_1 (AM + MB)$ 。根据费马原理,这是由 A 点反射到 B 点任意可能路径中光程的极小值,因此, AMB 是光线的实际路径。不难看出,此时 $I = I'$,而且 A 、 M 、 B 三点与 M 点的法线 NN 共面。

(二) 折射定律

由 A 点发出的光线射向分界面 QQ ,折射后光线以怎样的路径到达 B 点。如图 1-13b 所示, a_1 、 a_2 、 b 为已知值,假定由 A 点到达界面 O 点后再折入第二介质到达 B 点, O 点坐标为 x 。从 A 点到 B 点的光程为

$$(AOB) = n_1 \overline{AO} + n_2 \overline{OB} = n_1 \sqrt{a_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}$$

根据费马原理,光程 (AOB) 应为极值

$$\frac{d(AOB)}{dx} = n_1 \frac{x}{\sqrt{a_1^2 + x^2}} - n_2 \frac{b-x}{\sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}} = n_1 \sin I_1 - n_2 \sin I_2 = 0$$

这就是折射定律,进而可得 $\frac{d^2(AOB)}{dx^2} > 0$,这是极小值的条件,这样得到光线从 A 点通过折射到达 B 点的实际路径按光程为极小值的路径行进,这个路径满足折射定律。

以上举的是光程极小的例子,下面举一个光程为极大的例子。

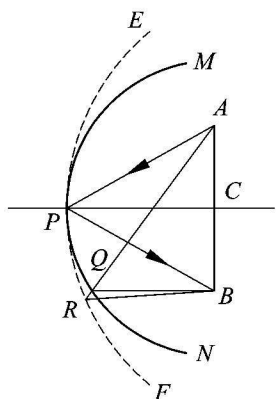


图 1-14 光程为极大值的例子

研究一个凹球面镜 MN , 如图 1-14 所示, P 为球面顶点, C 为球心, A 、 B 两点对 CP 是对称的, 证明来自 A 点通过凹球面镜 MN 一次反射后到达 B 点的光线的光程与邻近可能路径的光程相比是一个极大值。

从 A 点一次反射后到达 B 点, 只有 APB 的路径才能保证入射角与反射角相等。因此, 实际路径应该是 APB 。设凹球面镜 P 点附近有 Q 点, AQB 是邻近的可能路径。作一个与 P 点相切的椭球面 EF 使它的焦点落在 A 、 B 点上, R 是椭球上的一点。根据椭球的性质有 $(APB) = AP + PB = AR + RB > AQ + QB = (AQB)$, 因此实际光线路径的光程 (APB) 与邻近可能路径的光程 (AQB) 相比是一个极大值。

从以上讨论我们还可以看到, 对于焦点为 A 、 B 的椭球面来说, 从焦点 A 发出经椭球面反射的光线一定要通过另一焦点 B 。这是一个光程为常数的例子。

第四节 有关物和像的概念

光学仪器很大部分是成像的仪器, 成像问题是我们要研究的主要问题, 现在介绍一些有关成像的基本概念。

一、物和像

如有一同心光束进入光学系统以后变换成另一同心光束从系统中射出, 我们就说光学系统把物点成了像点。点像是从光学系统中出射同心光束的交点。

如果从光学系统中出射的是会聚同心光束, 那么, 会聚点就是实像点, 图 1-15a 中的 A'_1 点和图 1-15b 中的 A'_1 点都是实像点; 如果从光学系统中出射的是发散同心光束, 那么, 发散同心光束向后延长的交点就是虚像点, 图 1-15a 中的 A'_2 点和图 1-15c 中的 A'_1 点都是前一光组的虚像点。

物点是进入光学系统的同心光束的交点。

对于发散同心光束, 它的出发点就是实物点, 如图 1-15a 中的 A_1 点和 A_2 点, A_2 点是前一光学系统 I 的实像点, 但对后一光学系统 II 它可看做为实物点。如图 1-15c 中的 A_2 点, 它是前一光学系统 I 的虚像点, 但对后一光学系统 II 可看做为实物点。

如果进入光学系统的是会聚同心光束, 那么向前延长的交点就是虚物点。如图 1-15c 中的 A_1 点, A_1 点是前一光组 (未画出) 的实像点, 但对于后一光组 I 是虚物点。在图 1-15b 中的 A_2 点是前一光学系统 I 的实像点, 但对后一光学系统 II 它就是虚物点。

实物可以成实像, 如图 1-15a 中的前一光学系统 I; 实物也可以成虚像, 如图 1-15a 中的后一光学系统 II; 虚物可以成实像, 如图 1-15b 中的后一光学系统 II; 虚物也可以成虚像, 如图 1-15c 中的前一光学系统 I。

实像可以用屏幕和胶片接收, 如图 1-15b 中的 A'_2 点; 虚像要用眼睛接收, 如图 1-15a 中的 A'_2 点, 或再用一个光学系统把虚像变成实像再由屏幕接收, 如图 1-15c 中的 $A'_1(A_2)$ 点是光学系统 I 的虚像, 经过光学系统 II 成实像。