宁夏六盘山高级中学课堂行动研究课题组◎编

THE GUIDANCE TO CLASS

课堂导用

适合普通高中课程标准实验教科书（人教版）

高中数学

必修 4

黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

宁夏六盘山高级中学课堂行动研究课题组◎编

THE GUIDANCE TO CLASS

课堂导用

适合普通高中课程标准实验教科书（人教版）

高中数学

必修 4

黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

课堂导用. 高中数学. 4:必修/宁夏六盘山高级中学课堂行动研究课题组编. —银川:宁夏人民教育出版社,2009.2(2011.8 重印)
ISBN 978-7-80764-095-0

I. 课… II. 宁… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 018676 号

课堂导用 高中数学(必修 4) 宁夏六盘山高级中学课堂行动研究课题组 编

责任编辑 柳毅伟
封面设计 一 丁
责任印制 刘 丽

黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社 出版发行

地 址 银川市北京东路 139 号
印 刷 宁夏雅昌彩色印务有限公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 9
字 数 200 千
版 次 2009 年 2 月第 1 版
印 次 2011 年 8 月第 3 次印刷
印 数 7341 ~ 11360 册
书 号 ISBN 978-7-80764-095-0/G·1036
定 价 12.00 元

《课堂导用》编委会

编者的话

◎编写说明

随着普通高中课程标准的颁布，新课程教改实验在宁夏、山东、广东、海南等实验区逐步推开。耳目一新的教学材料、充满个性的教学活动、丰富多样的学习方式等使新课程标准下的课堂教学焕发出了生机。同时教材的多样化和教学活动的个性化也对教师的教学行为和学生的学习行为提出了更高的要求。

如何实现教学活动的规范化、有序化和有效化，是课堂教学改革的关键，是课改以来我们一直重点关注的问题。为此，我们成立了“六盘山高级中学课堂行动研究课题组”，致力于研究解决新课程标准下课堂教学实践中出现的新问题，寻找理论与实践的结合点，推进课堂教学改革。在总结实践经验的基础上，我们编写了对教师教学行为和学生学习行为具有引领、指导和规范作用的教学操作方案——《课堂导用》系列丛书。

在《课堂导用》系列丛书的编写过程中，我们力求运用新课程的基本理念，全面贯彻和落实课程标准的精神，注重改变学生的学习方式，整体考虑知识与能力、过程与方法、情感态度与价值观的和谐发展，从实际出发，落实基础，强调能力，突出创新。该系列丛书的出版，对于实现新课程标准下教学活动的规范化、有序化，促进学生学习方式的转变，提高教学质量具有重要意义。

◎丛书体例

本套丛书通过建构系统化的知识结构、提供多样化的学习材料、精心设计研讨式的探究问题，帮助学生理解课程内容，培养学生的探究意识、创新精神和实践能力，提升学生的综合素质。数学分册设置以下七个板块：

目标导航　概括单元内容，明确学习基本要求，提示学习重点和学习难点。旨在帮助学生建构单元知识框架，把握核心内容。

学习导读　提供学习准备知识，点拨学习思路、方法和技巧，阐释学习重点和学习难点。引导学生获取知识，夯实基础，形成能力。

经典例题　主要选取符合学习目标，针对学习重点和难点，命制科学、规范的试题，并进行剖析，点拨解题思路，提供探究所需的方法和技巧。

随堂练习　选择每节课的重点和难点问题进行探究，引导学生运用所学知识解决问题，加深对主干知识的理解和认识。

达标测评 体现基本知识和基本能力,针对教学目标设置新情景和新问题,检测和巩固学习结果。

拓展延伸 着眼于课堂知识的拓展、延伸和深化。选取典型案例引导学生实现新旧知识的整合与迁移以及认识的提升与发散。

趣味阅读 选择与本课内容相关的学科信息与资料链接,扩大学生视野,激发学习兴趣。

另外,每单元后附有章末检测题,书后还附有测试卷,供学生自我检测之用。

◎ 使用建议

自主学习 新课程倡导积极主动的学习态度,倡导自主、合作、探究的学习方式。本套丛书各板块的设置特别关注调动学生学习的积极性、发挥学生的主体作用、培养学生的学习兴趣、挖掘学生的学习潜能。希望同学们借助这些板块,在学习中主动观察、思考、表达、探究,逐步形成积极主动的学习习惯。

循序渐进 丛书力求遵照同步学习的客观规律,在板块设置、内容安排、方法应用、能力考查等方面都充分考虑了梯度性和渐进性,逐步从基本要求向较高要求递进。学习中要充分关注这一特点,以学习板块为顺序,由浅入深,循序渐进。这样,才能保证理想的学习效果。

学以致用 各板块的设置和习题的选取,充分考虑了其实用性、新颖性和探究性,选用了大量与实际生产、社会生活、中外时事和科技发展相关的问题。学习过程中要以此为契机,关注社会,关注生活,实现书本、课堂向社会、生活延伸,使对学生的创新意识和实践能力的培养落到实处。

但愿本套丛书成为你学习的好帮手。

受水平所限,本丛书的疏漏和错误在所难免,恳请各位读者提出宝贵意见,以使《课堂导用》系列丛书的质量不断提高,日臻完善。

《课堂导用》编委会

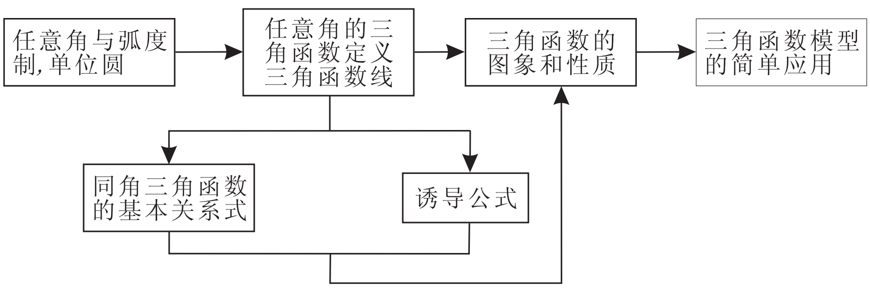
目录

CONTENTS

第一章 三角函数

目标导航

1. 本章知识结构



2. 本章学习目标

(1) 了解任意角的概念和弧度制,能进行弧度和度的互化.

(2) 理解并掌握三角函数的定义、图象、性质及应用.

(3) 会用三角函数解决一些简单实际问题,体会三角函数是描述周期变化现象的重要函数模型.

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

学习导读

1. 课前导读

(1) 角可以看成平面内一条射线绕着其端点旋转所成的图形. 这条射线的端点叫角的顶点,射线的起始位置叫角的始边,射线的终止位置叫角的终边.

(2) 规定:按逆时针方向旋转形成的角叫正角;按顺时针方向旋转形成的角叫负角;如果一条射线没有作任何旋转,称它形成的角叫零角.

(3) 在直角坐标系中讨论角时,使角的顶点与原点重合,角的始边与x轴非负半轴重合,这时

角的终边在第几象限,就说这个角是第几象限角. 如果角的终边在坐标轴上,则认为此角不属于任何象限.

(4) 所有与角 α 终边相同的角,连同角 α 在内,可构成集合 $\{\beta \mid \beta = \alpha + k \cdot 360°, k \in \mathbf{Z}\}$,即任一与角 α 终边相同的角,都可以表示成角 α 与整数个周角的和.

(5) 第一象限角的集合 $\{\alpha \mid k \cdot 360° < \alpha < k \cdot 360° + 90°, k \in \mathbf{Z}\}$;

第二象限角的集合 $\{\alpha \mid k \cdot 360° + 90° < \alpha < k \cdot 360° + 180°, k \in \mathbf{Z}\}$;

第三象限角的集合 $\{\alpha \mid k \cdot 360° + 180° < \alpha < k \cdot 360° + 270°, k \in \mathbf{Z}\}$;

第四象限角的集合 $\{\alpha \mid k \cdot 360° + 270° < \alpha < k \cdot 360° + 360°, k \in \mathbf{Z}\}$;

(6) 终边在 x 轴上角的集合 $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 180°, k \in \mathbf{Z}\}$,终边在 y 轴上角的集合 $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 180° + 90°, k \in \mathbf{Z}\}$,终边在坐标轴上角的集合 $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 90°, k \in \mathbf{Z}\}$.

2. 学法指导

之前的学习使我们知道最大的角是周角,最小的角是零角. 通过回忆和观察日常生活中实际例子,把对角的理解进行了推广. 把角放入坐标系环境中以后,了解象限角的概念. 通过角终边的旋转掌握终边相同角的表示方法. 我们在学习这部分内容时,首先要弄清楚角的表示符号,以及正负角的表示. 另外还有相同终边角的集合的表示等.

3. 重难点剖析

理解正角、负角和零角的定义,掌握终边相同角的表示法.

经典例题

例 1. 下列各命题正确的是(　　).

A. 终边相同的角一定相等　　B. 第一象限的角都是锐角

C. 锐角都是第一象限的角　　D. 小于 90° 的角都是锐角

分析: 本题可用各种角的定义,利用排除法予以解答,也可利用角的定义,直接判断.

解法一: 对于 A, $-60°$ 和 $300°$ 是终边相同的角,它们并不相等,则应排除 A;

对于 B, $390°$ 是第一象限的角,但它不是锐角,则应排除 B;

对于 D, $-60°$ 是小于 $90°$ 的角,但它不是锐角,则应排除 D.

综上,应选 C.

解法二: 因为锐角的集合是 $\{\alpha \mid 0° < \alpha < 90°\}$,

第一象限角的集合是 $\{\alpha \mid k \cdot 360° < \alpha < k \cdot 360° + 90°, k \in \mathbf{Z}\}$

对于 B,当 $k = 0$ 时,B 与 A 相同.

所以锐角是第一象限的角.

例 2. 将下列各角表示为 $\alpha + k \cdot 360°(0° \leqslant \alpha < 360°)$ 的形式,并判断它是第几象限的角.

(1) $1\,560°24'$　　(2) $-2\,903°15'$

点拨: 利用角 $\alpha + k \cdot 360°(0° \leqslant \alpha < 360°)$ 与角 α 的终边相同.

解:(1)$\because 1\ 560°24' = 120°24' + 4 \times 360°$

$\therefore 1\ 560°24'$是第二象限的角.

(2)$\because -2\ 903°15' = 336°45' + (-9) \times 360°$

$\therefore -2\ 903°15'$是第四象限的角

例 3. 有一个小于 360° 的正角,这个角的 6 倍的终边与 x 轴的正半轴重合,求这个角.

点拨:利用终边相同的角的表示列出关系式.

解:设所求的角为 $\theta \quad (0° < \theta < 360°)$

则 $6\theta = k \cdot 360° \quad k \in \mathbf{Z}$

$\theta = k \cdot 60° \quad k \in \mathbf{Z}$

由 $0° < k \cdot 60° < 360° \quad k \in \mathbf{Z}$,得 $k = 1,2,3,4,5$

所求角为 60°,120°,180°,240°,300°.

随堂练习

1. 下列命题正确的是(　　).

A. 第一象限的角一定不是负角　　B. 小于 90° 的角一定是锐角

C. 钝角一定是第二象限的角　　D. 终边相同的角一定相等

2. 钟表经过 3 个小时,则时针、分针分别转了(　　).

A. 90°;1 080°　　B. −90°; −1 080°　　C. 45°;360°　　D. −45°; −360°

3. 将 $-885°$ 化为 $\alpha + k \cdot 360°(0° \leqslant \alpha < 360°)$ 的形式是(　　).

A. $-165° + (-2) \times 360°$　　B. $-195° + (-3) \times 360°$

C. $195° + (-3) \times 360°$　　D. $-165° + (-3) \times 360°$

4. 与 45° 角终边相同的角是(　　).

A. $k \cdot 360° - 45°, k \in \mathbf{Z}$　　B. $k \cdot 360° - 405°, k \in \mathbf{Z}$

C. $k \cdot 360° + 45°, k \in \mathbf{Z}$　　D. $k \cdot 180° + 45°, k \in \mathbf{Z}$

5. 与角 1 560° 终边相同的角的集合中,最小的正角是__________;最大的负角是__________,最大的负角是第__________象限的角.

达标测评

1. 已知角 α 是第二象限的角,则角 2α 的象限是(　　).

A. 一　　B. 二

C. 一或二　　D. 三或四或 y 轴的负半轴上

2. 若 $A = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360°, k \in \mathbf{Z}\}$,$B = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 180°, k \in \mathbf{Z}\}$,$C = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 90°, k \in \mathbf{Z}\}$,则下列关系正确的是(　　).

A. $A = B = C$　　B. $A \subsetneqq B = C$　　C. $A = B \subsetneqq C$　　D. $A \subsetneqq B \subsetneqq C$

3. 在 $-720°$ 到 $720°$ 之间，与 $-1\ 050°$ 终边相同的角是____________.

4. 集合 $A=\{\alpha \mid \alpha=k\cdot 90°-36°, k\in \mathbf{Z}\}$，$B=\{\beta \mid -180°<\beta<180°\}$，则 $A\cap B$ 等于(　　).

A. $\{-36°, 54°\}$　　　　B. $\{-126°, 144°\}$

C. $\{-126°, -36°, 54°, 144°\}$　　　　D. $\{-126°, 54°\}$

5. 在平面直角坐标系中，画出下列集合的角的终边位置(用阴影表示)：

(1) $\{\alpha \mid k\cdot 360°\leqslant \alpha\leqslant k\cdot 360°+135°, k\in \mathbf{Z}\}$

(2) $\{\alpha \mid k\cdot 180°\leqslant \alpha\leqslant k\cdot 180°+135°, k\in \mathbf{Z}\}$

拓展延伸

若 θ 角的终边与 $168°$ 角的终边相同，求在 $[0°, 360°)$ 内终边与 $\frac{\theta}{3}$ 角的终边相同的角.

收获感悟

通过本节内容的学习，知道角是如何推广的，象限角是如何定义的？熟练掌握具有相同终边角的表示，会写终边落在 x 轴、y 轴、直线 $y=x$ 上的角的集合.

1.1.2　弧度制

学习导读

1. 课前导读

(1) 规定周角的 $\frac{1}{360}$ 为 1 度的角，这种用度作单位来度量角的单位制叫角度制；把长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角，用符号 rad 表示. 这种以弧度为单位来度量角的单位叫弧度制.

(2) 正角的弧度数是一个正数，负角的弧度数是一个负数，零角的弧度数是 0. 角 α 的弧度数的绝对值是 $|\alpha|=\frac{l}{r}$(其中 l 是以角 α 作为圆心角时所对的弧长，r 是圆半径).

(3) 度与弧度的转化

度数	$360°$	$180°$	$90°$	$1°$	$\left(\frac{180}{\pi}\right)°$
弧度数	2π	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{180}$	1

(4) 扇形的半径为 R，弧长为 l，圆心角为 α，$(0<\alpha<\pi)$，则 $S_{扇形}=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}\alpha R^2$.

(5) 在弧度制下，角的集合与实数集 $\mathbf{R}$ 之间建立起一一对应的关系.

2. 学法指导

在我们所掌握的知识中，知道角的度量是用角度制，但是为了以后的学习，我们引入了弧度制的概念，我们一定要准确理解弧度制的定义，在理解定义的基础上熟练掌握角度制与弧度制的互化.

3. 重难点剖析

理解并掌握弧度制定义；熟练地进行角度制与弧度制的互化换算；弧度制的运用.

经典例题

例 1. 将下列各角化成 0 到 2π 的角加上 $2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 的形式.

（1）$\frac{23}{3}\pi$　　　（2）$-450°$

点拨：注意结果 $\alpha+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$ 中 α 的范围：$0<\alpha<2\pi$

解：（1）$\frac{23}{3}\pi=\frac{5}{3}\pi+6\pi=\frac{5}{3}\pi+3\times2\pi$

（2）$-450°=-\frac{5}{2}\pi=\frac{3}{2}\pi-4\pi=\frac{3}{2}\pi+(-2)\times2\pi$

例 2. 写出与 $-\frac{\pi}{3}$ 终边相同的角的集合 S，并把 S 中在 -4π 到 4π 之间的角写出来.

点拨：利用终边相同的角的关系确定 k 的范围，然后一一列出.

解：$S=\{\alpha\mid\alpha=2k\pi-\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\}$

令　$-4\pi\leqslant2k\pi-\frac{\pi}{3}\leqslant4\pi,k\in\mathbf{Z}$

则　$-\frac{11}{6}\leqslant k\leqslant\frac{13}{6},k\in\mathbf{Z}$

$\therefore k=-1,0,1,2.$

$\therefore$ 在 -4π 到 4π 之间的角分别是：$-\frac{7}{3}\pi,-\frac{\pi}{3},\frac{5}{3}\pi,\frac{11}{3}\pi.$

例 3. 已知扇形的周长为 30，当它的半径 R 和圆心角 α 各取何值时，扇形的面积最大？并求出面积的最大值.

点拨：将面积表示为 R 的二次函数，再用二次函数求最大值.

解：设扇形的弧长为 l，由题意得：$l+2R=30$　　$\therefore l=30-2R$

又由 $0<l<2\pi R$ 得：$0<30-2R<2\pi R$　　解得 $\frac{15}{\pi+1}<R<15$

$\therefore S_{扇形}=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}(30-2R)R=-R^2+15R=-(R-\frac{15}{2})^2+\frac{225}{4},\left(\frac{15}{\pi+1}<R<15\right)$

$\therefore$ 当 $R=\frac{15}{2}\in\left(\frac{15}{\pi+1},15\right)$ 时，$S_{扇形最大}=\frac{225}{4}.$

此时，$l=30-2R=15$，$\alpha=\dfrac{l}{R}=2$

故当半径 $R=\dfrac{15}{2}$、圆心角 $\alpha=2$ 时，扇形的面积最大，最大面积为$\dfrac{225}{4}$.

随堂练习

1. $-300°$ 化为弧度是(　　).

A. $-\dfrac{4}{3}\pi$　　B. $-\dfrac{5}{3}\pi$　　C. $-\dfrac{7}{4}\pi$　　D. $-\dfrac{7}{6}\pi$

2. 下列命题中，正确的是(　　).

A. 一弧度是一度的圆心角所对的弧

B. 一弧度是长度为半径的弧

C. 一弧度是一度的弧与一度的角之和

D. 一弧度是长度等于半径长的弧所对的圆心角的大小，这是角的一种度量单位

3. 将时钟的时针拨慢 10 分钟，则分针和时针所转过的弧度数分别是(　　).

A. $\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{36}$　　B. $-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{36}$　　C. $\dfrac{\pi}{3},-\dfrac{\pi}{36}$　　D. $-\dfrac{\pi}{3},-\dfrac{\pi}{36}$

4. 某扇形的面积为 1cm^2，它的周长为4 cm，则该扇形圆心角的度数为(　　).

A. 2°　　B. 2　　C. 4°　　D. 4

5. 已知角 $\theta=-3.2$，则 θ 是第(　　)象限的角.

A. 一　　B. 二　　C. 三　　D. 四

达标测评

1. 将扇形的半径和弧长都增加为原来的 2 倍，则(　　).

A. 扇形的圆心角不变　　B. 扇形的圆心角变为原来的 2 倍

C. 扇形的面积变为原来的 2 倍　　D. 扇形的周长和面积都变为原来的 2 倍

2. 在单位圆中，一条弦 AB 的长度为$\sqrt{3}$，则弦 AB 所对的圆心角是(　　).

A. 30°　　B. 60°　　C. $\dfrac{2}{3}\pi$　　D. 120°

3. 如果一个扇形的圆心角为 72°，半径等于20 cm，则扇形的面积为(　　).

A. $40\pi\ \text{cm}^2$　　B. $80\pi\ \text{cm}^2$　　C. $40\ \text{cm}^2$　　D. $80\ \text{cm}^2$

4. 把半径为 9，圆心角为$\dfrac{2}{3}\pi$ 的扇形围成一个圆锥，求该圆锥的体积.

5. 已知扇形的周长为20,当它的圆心角 α 为多少时,它有最大面积?

拓展延伸

已知 $A=\left\{\alpha \mid \alpha=2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$B=\left\{\alpha \mid \alpha=2(k+1)\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$C=\left\{\alpha \mid \alpha=2(k-1)\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$,试判断 A、B、C 三个集合之间的关系.

收获感悟

通过本节的学习,掌握另一种度量角的单位制——弧度制,理解并认识到角度制与弧度制都是对角度量的方法. 角的概念推广以后,在弧度制下,角的集合与实数集 $\mathbf{R}$ 之间建立了一一对应的关系:即每一个角都有唯一的一个实数(即这个角的弧度数)与它对应;反过来,每一个实数也都有唯一的一个角(即弧度数等于这个实数的角)与它对应.

1.2 任意角的三角函数

1.2.1 任意角的三角函数(1)

学习导读

1. 课前导读

(1) 设 α 终边上任意一点 $P(x,y)$,它到原点的距离为 $r(r=\sqrt{x^2+y^2})$,则 α 的三角函数可定义为:

① 比值 $\frac{y}{r}$ 叫做 α 的正弦,记作 $\sin\alpha$,即 $\sin\alpha=\frac{y}{r}$;

② 比值 $\frac{x}{r}$ 叫做 α 的余弦,记作 $\cos\alpha$,即 $\cos\alpha=\frac{x}{r}$;

③ 比值 $\frac{y}{x}$ 叫做 α 的正切,记作 $\tan\alpha$,即 $\tan\alpha=\frac{y}{x}$;

特别地,当 $r=1$ 时,$\sin\alpha=y$;$\cos\alpha=x$;$\tan\alpha=\frac{y}{x}$.

(2) 角 α 的三角函数只与 α 的终边位置有关,与点 P 在 α 的终边上的位置无关.

(3) 正弦、余弦、正切都是以角为自变量,以单位圆上点的坐标或角的终边上点的坐标的比值为函数值的函数,将它们统称为三角函数.

(4) 三角函数在各象限内的符号

	一	二	三	四
$\sin\alpha$	+	+	−	−
$\cos\alpha$	+	−	−	+
$\tan\alpha$	+	−	+	−

(5) 特殊角的三角函数值:

	30°	45°	60°	0°	90°	180°	270°	15°	75°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	1	0	-1	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	-1	0	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	0	不存在	0	不存在	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$

2. 学法指导

(1) 任意角的三角函数可以有不同的定义方法,本节利用单位圆上点的坐标定义任意角的正弦函数、余弦函数. 表明了正弦、余弦函数中从自变量到函数值之间的对应关系,也表明了这两个函数之间的关系.

(2) 定义使得三角函数所反映的数与形的关系更加直接,数形结合更加紧密,这就为后续内容的学习带来方便,也使三角函数更加好用了.

3. 重难点剖析

任意角的正弦、余弦、正切的定义(包括这三种三角函数的定义域和函数值在各象限的符号);终边相同的角的同一三角函数值相等(**公式一**).

经典例题

例 1. 已知角 α 的终边经过点 $P(-15a,8a)(a\neq 0)$,求 α 的各三角函数值.

点拨:用三角函数的坐标定义.

解:$\because x=-15a, y=8a \quad \therefore r=\sqrt{x^2+y^2}=17|a|\ (a\neq 0)$

当 $a>0$ 时: $\sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{8}{17}$, $\cos\alpha=\frac{x}{r}=-\frac{15}{17}$, $\tan\alpha=\frac{y}{x}=-\frac{8}{15}$;

当 $a<0$ 时: $\sin\alpha=\frac{y}{r}=-\frac{8}{17}$, $\cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{15}{17}$, $\tan\alpha=\frac{y}{x}=-\frac{8}{15}$.

例 2. 已知角 α 的终边经过点 $P(-\sqrt{3},y)$,且 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{4}y$, $(y\neq 0)$,求 $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ 的值.

点拨:用三角函数的坐标定义列出关系,先求出 y 的值.

解:$r=\sqrt{(-\sqrt{3})^2+y^2}=\sqrt{3+y^2}$

$\therefore$ 由定义得:$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}=\dfrac{y}{\sqrt{3+y^2}}$,$\because$ 已知$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{4}y$,$(y\neq 0)$

$\therefore \dfrac{y}{\sqrt{3+y^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}y$,解得 $y=\pm\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

$\therefore \cos\alpha=\dfrac{x}{r}=\dfrac{-\sqrt{3}}{\sqrt{\dfrac{16}{3}}}=-\dfrac{3}{4}$;$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

例 3. (1) 已知 $\tan\alpha>0$,且$\sin\alpha+\cos\alpha>0$,求角 α 的集合;

(2) 已知 $\tan\alpha<0$,且 $\sin\alpha-\cos\alpha<0$,求角 α 的集合.

点拨:分 α 所在的象限进行讨论.

解:(1)$\because \tan\alpha>0$,$\therefore \alpha$ 是第一或第三象限的角.

若 α 是第一象限的角,则 $\sin\alpha>0$,$\cos\alpha>0$,即符合条件$\sin\alpha+\cos\alpha>0$;

若 α 是第三象限的角,则 $\sin\alpha<0$,$\cos\alpha<0$,与条件$\sin\alpha+\cos\alpha>0$ 矛盾.

$\therefore \alpha$ 只能是第一象限的角,因此 α 的集合为$\{\alpha \mid 2k\pi<\alpha<2k\pi+\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$

(2) 同法可得 α 的集合为$\{\alpha \mid 2k\pi-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$.

随堂练习

1. $P(5,-12)$,则 $\sin\alpha+\cos\alpha=$ (　　).

A. $\dfrac{7}{13}$　　B. $-\dfrac{7}{13}$　　C. $\dfrac{17}{13}$　　D. $-\dfrac{17}{13}$

2. 已知角 α 的终边经过点 $P(0,b)$,$b\neq 0$,则$\sin\alpha=$ (　　).

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. 1 或 -1

3. 已知角 α 的终边和单位圆交于点 P,则 P 点的坐标为(　　).

A. $(\sin\alpha,\cos\alpha)$　　B. $(\cos\alpha,\sin\alpha)$　　C. $(\sin\alpha,\tan\alpha)$　　D. $(\tan\alpha,\sin\alpha)$

4. 若角 α 的终边经过点 $P(-3,b)$,且 $\cos\alpha=-\dfrac{3}{5}$,则 $b=$ ________,$\sin\alpha=$ ________.

5. 若一个三角形的内角 A,B,C 满足 $\sin A\cos B\tan C<0$ 则此三角形的形状为________.

达标测评

1. 已知角 α 的终边在直线 $y=2x$ 上,则$\sin\alpha=$ (　　).

A. $\pm\dfrac{1}{5}$　　B. $\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\pm\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\pm\dfrac{1}{2}$