

JINGSAI

WULI

第一分册

新编高中物理竞赛 培训教材

◎ 舒幼生 钟小平 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

新编高中物理竞赛培训教材

第一分册

主 编	舒幼生	钟小平	
副主编	葛伯军	王 栩	
编 委	葛伯军	王 栩	何尧荣
	张晓娟	毛朝亮	陈明华
	钟小平		



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新编高中物理竞赛培训教材. 第一分册 / 舒幼生, 钟小平主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2010. 11

ISBN 978-7-308-08100-9

I. ①新… II. ①舒…②钟… III. ①物理课—高中—教学参考资料 IV. ①G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 213521 号

新编高中物理竞赛培训教材(第一分册)

舒幼生 钟小平 主编

责任编辑 杨晓鸣

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州求是图文制作有限公司

印 刷 杭州杭新印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 14.75

字 数 365 千

版 印 次 2010 年 11 月第 1 版 2010 年 11 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-08100-9

定 价 28.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

编写说明

每年一度的全国中学生物理竞赛愈来愈普及,其目的是激发广大中学生学习物理的兴趣和热情,通过竞赛发现和培养一批物理学苗子。要做到这一点,就必须遵照循序渐进的教学原则和辅导方法。《新编高中物理竞赛培训教材》(高一、高二共两个分册)就是以此为出发点而编写的一套培训教材。

教材在构思和编写过程中,着重知识的完备性和自我封闭性。教材对中学物理的基本理论和一些典型问题的背景作了系统的介绍,对基本定理、定律则给出了完备的证明。其宗旨是使学生不仅要知其然,还要知其所以然。这对培养学生的思维品格,提升学生的物理学修养是大有裨益的。

在编写过程中,各分册的内容大体与高中教材同步,但在深度上逐步加深,引导学生循序渐进,通过学习使学生达到甚至超过全国竞赛的水平;在广度上,除高中课本规定的知识外,还作了大量的补充,内容涉及 CPHO 和 IPHO 等知识,为学生更进一步的学习提供丰富的素材。各章还设计了一些专题,其内容涉及各个高层次的物理竞赛,不同层次的学生可以灵活取舍。

丛书在材料的选取上,充分体现新理念,既强调物理学思想和方法的传授,又注重解题能力和技巧的培养。这体现在:对经典材料的处理新视角化,对新颖材料的处理多视角化,力戒陈题和人云亦云,充分渗透编者的思想方法,使读者耳目一新。

在每个知识点上精选了一些典型的、新颖的、并有一定难度的例题,通过例题的讲解力求达到举一反三的目的。此外,还配备了适量的课外习题,供学生课外学习和研究。对这些习题只是提供了简单的解题思路,目的是希望学生通过自己的体验独立获取物理知识。

本教材由北京大学教授、全国物理奥林匹克领队教练舒幼生先生和浙江省物理竞赛特聘教练、全国著名重点中学杭州学军中学钟小平担任主编,由浙江省物理竞赛特聘教练、绍兴鲁迅中学葛伯军、镇海中学王栩担任副主编,参加编写的还有绍兴鲁迅中学何尧荣、绍兴一中张晓娟、杭州学军中学毛朝亮、杭州高级中学陈明华等。

本教材在编写过程中得到浙江省竞赛委员会副主任周彩莺、浙江省物理学会秘书长赵隆韶、浙江师范大学物理系主任应朝福等专家教授的大力支持和帮助,杭州学军中学 2003 级物理兴趣小组周迪、徐鼎梁、吴士章、张晟、钟来天、张璐、程进、岑哲、胡天一等同学为本书习题的验算以及校对做了许多工作,在此谨向他们表示衷心的感谢。

编者

2010 年秋于西子湖畔



目 录

第一讲 力的种类和受力分析·····	(1)
第二讲 有固定转动轴的物体平衡·····	(7)
第三讲 一般物体的平衡 ·····	(13)
第四讲 平衡的种类和液体静平衡 ·····	(20)
第五讲 质点运动的基本概念 ·····	(27)
第六讲 相对运动和运动的合成与分解 ·····	(36)
第七讲 抛体运动 ·····	(46)
第八讲 圆周运动 ·····	(56)
第九讲 牛顿运动定律 ·····	(65)
第十讲 非惯性参照系与惯性力 ·····	(75)
第十一讲 功和功率 ·····	(82)
第十二讲 动能定理 ·····	(87)
第十三讲 势能和机械能守恒定律 ·····	(92)
第十四讲 天体运动 ·····	(98)
第十五讲 动量定理与动量守恒定律·····	(104)
第十六讲 碰 撞·····	(114)
第十七讲 角动量与角动量守恒·····	(125)
第十八讲 转动定律·····	(135)
第十九讲 振 动·····	(143)
第二十讲 波 动·····	(157)
参考答案·····	(171)



第一讲

力的种类和受力分析



【赛点知识】

一、自然界中常见的力

我们在日常生活中会遇到各种各样的力,如重力、绳中的张力、摩擦力、地面的支撑力和空气的阻力等,从最基本的层次看,上述各种力属于四大范畴:(1)引力;(2)电磁力;(3)弱力;(4)强力.

这里我们只介绍开头列举的那几种常见的力.

(一) 万有引力

宇宙间存在于任何两个有质量的质点之间的相互吸引力称万有引力.

$$F = G \frac{m_A m_B}{r^2}$$

式中, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$, 为万有引力常量; m_A, m_B 为 A, B 两质点的质量, r 表示两质点的距离.

重力来源于地球对物体的吸引.在地球表面附近,物体的重力大小 $G = mg$, 方向竖直向下.

物体的各个部分都受到重力的作用,我们把它等效地认为是作用在物体的重心上.

在一般情况下,在地球表面附近的小范围可以认为重力是不变的.

若在大范围内考虑,并计及地球自转的影响,则同一物体的重力是可变的,重力将随距地面的高度、不同的纬度而不同,它实际上是万有引力的另一个分力.

(二) 弹性力

物体在受力产生形变时,有恢复原状的趋势,这种抵抗外力力图恢复原状的力就是弹性力.

对于弹簧的弹力,在弹性限度内,弹簧的弹力和弹簧伸长(或压缩)的长度成正比

$$F = -kx$$

式中, k 为弹簧的劲度系数,由弹簧本身性质所决定(如匝数、材料及弹簧的粗细等); x 为弹簧的形变量,负号表示弹力的方向与形变 x 的方向相反,弹簧伸长时 x 取正.其它弹力的大小只能据状态求.



弹力的方向:应为恢复形变的方向,在实际问题中可理解为垂直接触面的方向;对绳子或柔软体,沿绳方向;对二力杆则沿杆方向.

弹簧的连接:

(1) 弹簧的串联:将劲度系数分别为 $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ 的几个弹簧串联,串联后等效的劲度系数为 $k_{\text{串}}$, 则 $\frac{1}{k_{\text{串}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$.

推导如下:

将 n 个弹簧串联,并将其一端固定,用力 F 拉另一端,各弹簧上所受弹力相等,且均等于 F .

$$\text{则} \begin{cases} F = k_1 \Delta x_1 \\ F = k_2 \Delta x_2 \\ \dots \quad \dots \\ F = k_n \Delta x_n \\ F = k_{\text{串}} \Delta x \end{cases} \quad \text{而 } \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{F}{k_{\text{串}}} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \dots + \frac{F}{k_n}.$$

$$\text{得: } \frac{1}{k_{\text{串}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}.$$



(2) 弹簧的并联:将劲度系数分别为 $k_1, k_2, \dots, k_n$ 的 n 个弹簧并联,在形变相同的情况下,并联后等效的劲度系数为 $k_{\text{并}}$, 则 $k_{\text{并}} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$.

推导如下:若将此 n 个弹簧并联,一端固定,用力 F 拉另一端,此时各弹簧形变相同,均为 Δx , 则

$$\begin{cases} F_1 = k_1 \Delta x \\ F_2 = k_2 \Delta x \\ \dots \quad \dots \\ F_n = k_n \Delta x \end{cases} \quad \text{而 } F = F_1 + F_2 + \dots + F_n$$

$$F = k_{\text{并}} \Delta x.$$

$$\text{故 } F = k_{\text{并}} \Delta x = (k_1 + k_2 + \dots + k_n) \Delta x.$$

$$\text{得 } k_{\text{并}} = k_1 + k_2 + \dots + k_n.$$

(三) 摩擦力

两个互相接触的物体间有相对运动或者有相对运动趋势时,这两个物体的接触面上就会出现阻碍相对运动的进行或阻碍相对运动发生的力,这就是摩擦力.前者是滑动摩擦力,后者是静摩擦力.方向与相对运动或相对运动趋势方向相反,沿接触面的切线方向.

静摩擦力大小: $0 \leq f \leq f_M$

式中, f_M 为最大静摩擦力, $f_M = \mu_s \cdot N$; μ_s 为静摩擦系数,它由相互接触物体的质料和表面情况决定,并且有 $\mu_s > \mu_{\text{动}}$.

滑动摩擦力: $f_{\text{动}} = \mu_{\text{动}} \cdot N$

摩擦力的起因及微观机理,尚有许多未知领域,有待进一步探讨.但实验指出,接触面过于粗糙或过于光滑又清洁时,摩擦因数都会增大.相对速度过小或过大.滑动摩擦因数也要



变化,不过在通常情况下,这种变化不明显,可以忽略不计.所以在一般的分析计算中,都认为摩擦因数不受接触面积、接触面粗糙程度和滑动速度的影响,一般给出的摩擦因数,都是在通常条件下,由实验测出的平均值.

滚动摩擦:滚动摩擦的产生是由圆柱体和地面接触处的形变引起的.滚动摩擦一般远小于滑动摩擦,所以它对物体的影响我们常不予考虑.

以上谈的都是固体之间的摩擦问题,下面简短谈谈流体与固体之间的摩擦.流体(气体或液体)不会对与它相对静止的物体施加摩擦力,但要对在其中运动的物体施加阻力.粗略地说,在流体的粘滞性较大,运动物体较小、较慢的情况下,阻力 f 正比于 v , $\sqrt{S}$ 和粘滞性(v , S 分别为运动速度,横截面积);在相反的情况下,阻力 f 正比于 v^2 和 S ,但与粘滞性无关.通常在空气中坠落、行驶或飞翔属于后一种情况.

二、受力分析

研究力学问题的第一步工作就是对研究对象进行受力分析,正确的受力分析是解力学问题的前提.

受力分析可按三种不同性质的力依次进行,简称四步曲.

(1) 先确定研究对象,并将“对象”隔离出来,必要时“转换”研究对象.

(2) 分析“对象”受到的外力,按先重力、次弹力、再摩擦力的顺序进行分析,不要边分析边处理力,画出示意图.

(3) 根据具体情况将力合成或分解.

(4) 写出运动条件,解方程,而后分析讨论结果.



【赛题精析】

例1 均匀长棒一端搁在地面上,另一端用细线系在天花板上,如图 1-1(a) 所示.若细线竖直,试分析棒的受力情况.

【分析】 取棒为研究对象,它只受三个力的作用:重力、弹力和绳子的拉力,如图 1-1(b) 所示.虽地面不光滑,但棒并不受静摩擦力的作用,因为上述三个力均为竖直方向上的力,在水平方向未受力,也没有运动趋势,故不受摩擦力的作用.

【思考】 (1) 若悬线不竖直,棒的受力情况可能如何?

(2) 若地面光滑,悬线可能不竖直吗?

【点评】 对此类题目的分析,多数同学从想当然出发,只要没告诉地面光滑,不考虑题目所告诉的物理状态,就认为有摩擦.希望同学们在画受力图时要养成这样的好习惯,不管题目难易,都要遵循前面讲的受力分析的程序.

例2 如图 1-2 所示,木板 A 质量为 M ,以相对地面的速度 v 在水平面上向东运动,木板上放一质量为 m 的木块 B ,各接触面间滑动摩擦因数均为 μ ,当木块 B 也有相对地面向东的速度 v 时,试分析 A , B 木块的受力情况.

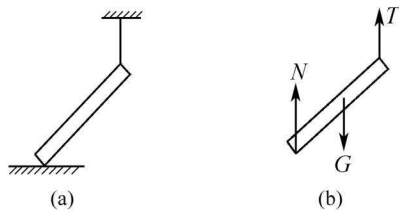


图 1-1



【分析】 通常对摩擦力的分析过于简单,认为只要运动、不光滑和有正压力就一定有摩擦力,这是不正确的.应注意以“相对运动”或“相对运动趋势”作为判断依据之一.

【解】 物体 B 只受两个力的作用:重力和支持力(因为 A, B 间无相对运动和无相对运动趋势,故无摩擦力的作用).

物体 A 受四个力的作用:重力 Mg , 压力 N_1 , 支持力 N_2 和地面对 A 的向西的摩擦力.(大小为 $\mu(M+m)g$)

【思考】 若木块 B 相对地面有向北的速度 v 时,试分析 B 物块的受力情况.

结论: B 相对木板有西北方向的运动,故 B 除受重力、支持力以外还受到东南方向的摩擦力的作用.

而 A 与地面间的相对运动不变, A 的受力情况与前同.此外,还有一个 B 对 A 的摩擦力.

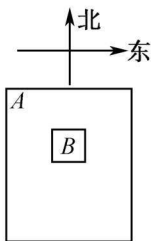


图 1-2

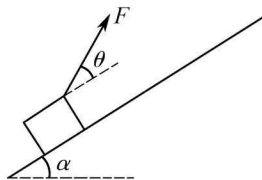
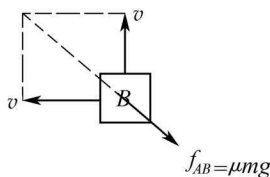


图 1-3

例3 如图 1-3 所示,质量为 m 的物体恰好能在倾角为 α 的固定斜面上匀速下滑,如在物体上施加一个力 F 使物体沿斜面匀速上滑,为了使力 F 取得最小值,这个力与斜面的倾斜角 θ 为多大?这个力的最小值是多少?

【分析和解】 一般采用求出力 F 的表达式,用数学方法求极值.

但由于物体受四个力,可化简为三个力,其中 mg 是恒力,而全反力与 N 的夹角是定值,可用图像解决.

方法 I:数学极值法.

由物理情景 I 可知: $\mu = \tan \alpha$

对物理情景 II 可知:

$$\left. \begin{aligned} F \cos \theta &= mg \sin \alpha + \mu N \\ F \sin \theta + N &= mg \cos \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \theta + \mu \sin \theta} mg$$

要使 F 取最小,只要 $(\cos \theta + \mu \sin \theta)$ 取最大.而

$$\cos \theta + \mu \sin \theta = \sqrt{1 + \mu^2} \sin(\varphi + \theta)$$

所以 当 $\sin(\varphi + \theta) = 1$ 即 $\varphi + \theta = 90^\circ$ 时, F 为最小.

$$(\text{而 } \varphi = \arctan \frac{1}{\mu})$$

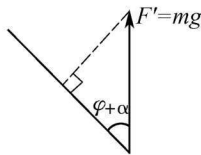
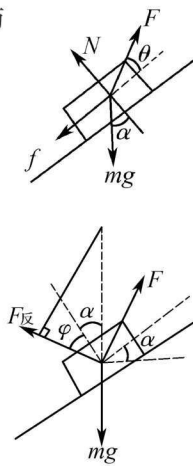
$$\text{即 } \theta = 90^\circ - \varphi = \arctan \mu = \alpha \text{ 时, } F_{\min} = \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\sqrt{1 + \mu^2}} mg = mg \tan 2\alpha.$$

方法 II:物体受 mg , F 和 (N, f) 的合力 $F_{\text{反}}$, 且摩擦角 $\varphi = \arctan \mu = \alpha$,

据三力平衡可知,要使 F 取最小值,只有垂直 $F_{\text{反}}$. 且

$$F_{\min} = mg \cdot \tan 2\alpha$$

与 mg 的夹角为 $90^\circ - 2\alpha$, 与斜面的夹角为 α .





【习题精选】

1. 画出图 1-4 中各种情况下静止物体 A 的受力示意图(小球均光滑).

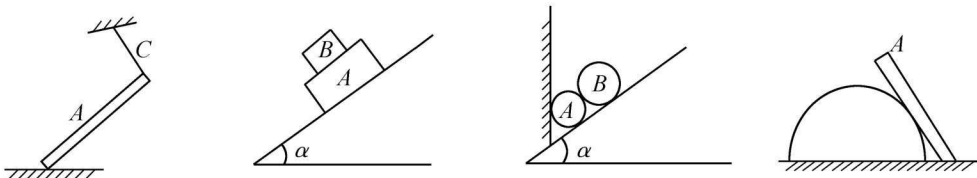


图 1-4

2. 如图 1-5 所示的皮带传动装置中, O_1 是主动轮, O_2 是从动轮, A, B 分别是皮带上与两轮接触的点, C, D 分别是两轮边缘与皮带接触的点(为清楚起见, 图中将两轮与皮带画得略为分开, 而实际上皮带与两轮是紧密接触的). 当 O_1 顺时针转动时, 若皮带与两轮间不打滑, 则 A, B, C, D 各点所受摩擦力的方向分别是()

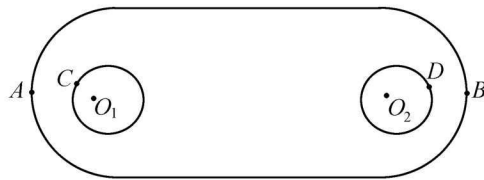


图 1-5

- A. 向上、向下、向下、向上 B. 向下、向上、向上、向下
C. 向上、向上、向下、向下 D. 向下、向下、向上、向下

3. 如图 1-6 所示, 两木块的质量分别为 m_1 和 m_2 , 两轻质弹簧的劲度系数分别为 k_1 和 k_2 , 上面木块压在上面的弹簧上(但不拴接), 整个系统处于平衡状态, 现缓慢向上提上面的木块, 直到它刚离开上面弹簧, 在这过程中下面木块移动的距离为()

- A. $\frac{m_1 g}{k_1}$ B. $\frac{m_2 g}{k_1}$
C. $\frac{m_1 g}{k_2}$ D. $\frac{m_2 g}{k_2}$

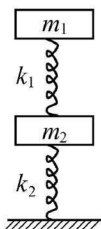


图 1-6

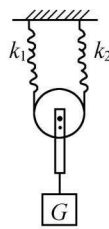
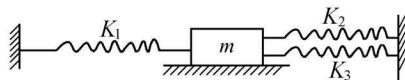


图 1-7

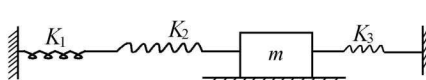
4. 质量为 m 的小木块, 停放在水平地面上, 它与地面的静摩擦因数为 μ , 一人想用最小的作用力 F 使木块移动, 则最小的作用力 $F =$ _____.

5. 如图 1-7 所示, 两根劲度系数分别为 k_1 和 k_2 的轻弹簧竖直悬挂, 下端用光滑细绳连接, 把一光滑的轻滑轮放在细绳上, 求当滑轮下挂一重为 G 的物体时, 滑轮下降的距离多大?

6. 如图 1-8 所示, 质量为 m 的木块与水平面间无摩擦, m 静止时各弹簧均处于原长, 在图(a)、图(b)两种情况下, 求 m 受一水平向右的力 F 作用平衡后, 木块 m 移动的距离.



(a)



(b)

图 1-8



7. 如图 1-9 所示,人字形梯置于铅垂平面内, A, B 两处 μ 相同,当人爬至 D 处时系统失去平衡,此时 A, B 两处何处先滑动.

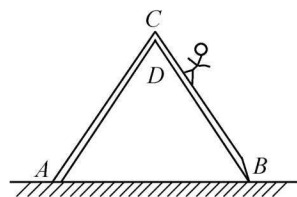


图 1-9



第二讲

有固定转动轴的物体平衡



【赛点知识】

力可以使物体发生转动,物体转动时,它的各点都沿圆周运动,圆周的中心在同一直线上,这条直线叫转动轴,而一个力使物体转动的效果取决于力矩(力 $\times$ 力臂).如果有几个力作用在物体上,那么这几个力共同对物体的转动效果取决于它们力矩的代数和,力矩的代数和不为零,物体将作变速转动;力矩的代数和等于零,物体将保持静止或匀角速转动.

实验证实:有固定转动轴的物体的平衡条件是力矩的代数和等于零或者说合力矩为零.即

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0,$$

或

$$\sum M = 0.$$



【赛题精析】

例1 由边长 $l = 4R$ 的两个正方形均匀薄板构成“硬封面簿”,夹在水平放置的、半径为 R 的光滑圆木上.两板用带有铰链的轻杆相连结,此系统(见图 2-1)处于平衡状态,求两板间的夹角为多大?

【分析和解】 图 2-2 表示出“硬封面簿”上的受力情况.

研究单杆,据力矩平衡条件可知: $\sum M_A = 0$. 则

$$NR \tan \alpha - mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = 0$$

即

$$N \tan \alpha = 2mg \cos \alpha \quad \text{①}$$

又据两杆系统的平衡条件可知:

$$2N \cdot \cos \alpha = 2mg \quad \text{②}$$

由 ①、② 式可得:

$$\tan^3 \alpha + \tan \alpha - 2 = 0$$

得

$$\tan \alpha = 1, \quad \alpha = 45^\circ, \quad 2\alpha = 90^\circ.$$

由此可见,“硬封面簿”平衡时两夹板成直角.

例2 离地面高 $H = 40 \text{ cm}$ 处,水平轴 P 上装有均匀杆,杆的长度 $l = 30 \text{ cm}$,质量 $m = 0.5 \text{ kg}$ (见图 2-3),杆偏离竖直方向夹角 $\alpha = 30^\circ$,靠在位于地面上的半径 $R = 10 \text{ cm}$ 的球面

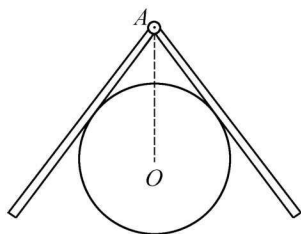


图 2-1

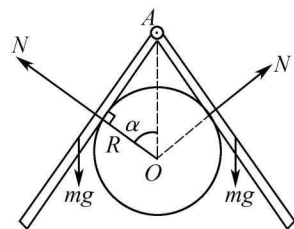


图 2-2



上,整个系统处于平衡状态,试求球与地面之间以及球与杆之间的摩擦力.

【分析和解】 对杆而言属于固定转动轴物体的平衡,故满足 $\sum M_P = 0$.

对球而言属一般物体的平衡,则
$$\begin{cases} \sum M = 0 \\ \sum F = 0 \end{cases}$$

两物受力如图 2-4, 2-5 所示.

对球:水平方向合力为零. 可知:

$$f_1 \sin \alpha + f_2 = N_1 \cos \alpha \quad \text{①}$$

以球心 O 为支点, $\sum M_O = 0$, 可知:

$$f_1 R - f_2 R = 0 \Rightarrow f_1 = f_2 = f \quad \text{②}$$

② 式代入 ① 式:

$$f(1 + \sin \alpha) = N_1 \cos \alpha \quad \text{③}$$

对杆而言, $\sum M_P = 0$, 则:

$$mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin \alpha = N_1 \cdot l' \quad \text{④}$$

式中, l' 为 N_1 的力臂 PQ , Q 为杆与球的切点.

$$QW = \frac{R}{\tan(45^\circ - \frac{\alpha}{2})}, \quad PW = \frac{H}{\cos \alpha}$$

$$\text{于是 } l' = PQ = PW - QW = \frac{H}{\cos \alpha} - \frac{R}{\tan(45^\circ - \frac{\alpha}{2})} \quad \text{⑤}$$

由 ③, ④, ⑤ 式可得:

$$f = \frac{N_1 \cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{mg l \sin \alpha \cos \alpha}{2(1 + \sin \alpha) \left[\frac{H}{\cos \alpha} - \frac{R}{\tan(45^\circ - \frac{\alpha}{2})} \right]} \doteq 0.735 \text{ (N)}.$$

【说明】 本题的求解中用到了假设法, 运用假设法是一种物理的想像和创造的过程, 物理学的不少发现都是通过这一途径而获得的. 无疑, 在解物理题时, 能掌握和熟练运用假设法, 对培养创造能力是十分有意义的.

例3 一支杆秤, 其秤锤已丢失, 仅留下秤杆及一根细线, 不用其他器材, 如何确定丢失的秤锤的质量?

【分析和解】 解一: 如图 2-6, 设其为一杆秤, 其 A 处安装挂钩, O 处安装提钮, C 处为其刻度的起点处, 秤杆和秤钩的总质量为 m_0 , 其重心位于 D 处. 则此杆秤不称重物而将秤锤挂于 C 点处时, 杆秤平衡, 其绕 O 点转动平衡的力矩方程为

$$mg \cdot CO = m_0 g \cdot OD \quad \text{①}$$

另设有一重物, 其质量与秤锤质量相等, 也为 m , 则此秤称此物时, 秤锤需移到 B 处才能

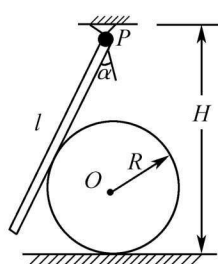


图 2-3

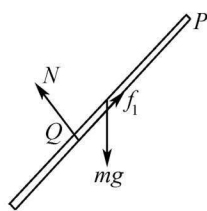


图 2-4

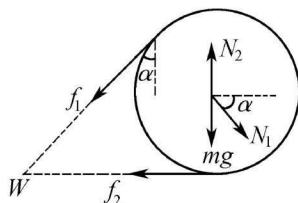


图 2-5



使杆秤平衡,则此时的平衡方程为:

$$mg \cdot \overline{OA} = m_0 g \cdot \overline{OD} + mg \cdot \overline{OB} \quad \text{..... ②}$$

由①、②式可得:

$$mg \cdot \overline{OA} = mg \cdot \overline{CO} + mg \cdot \overline{OB} \Rightarrow \overline{OB} = \overline{AO} - \overline{CO} = \overline{AC}.$$

由于秤杆上 B 点的示数就是秤锤的质量数,故可用线量出秤杆上刻度起点处 C 至挂钩 A 处的长度 CA ,再自提钮 O 处在秤杆上沿 OA 的反方向量出长度 OB ,使 $OB = CA$,则秤杆上 B 点所示的刻度数就是秤锤的质量数.

解二:杆秤上各位置假设如前,设想秤锤并未丢失,则由杆秤的使用方法可知,如将秤锤 a 挂于 C ,则杆秤刚好平衡.此时若设想另外还有一个相同的秤锤 b ,我们将它悬挂于 O 点,由于它对 O 点产生的力矩为零,则杆秤仍然平衡,如图 2-7 所示,现将 a 移至挂钩上,则作用于秤杆上的逆时针方向的力矩增加了 $\Delta M_a = mg \cdot \overline{AC}$.

为使杆秤仍能平衡,则将 b 向右移至 B 处,且使 $\overline{OB} = \overline{AC}$.

这样,由于移动 b 则使杆秤所受到的顺时针方向的力矩增加了.

$$\Delta M_b = mg \cdot \overline{OB}.$$

由于 ΔM_a 与 ΔM_b 的作用刚好互相抵消,故杆秤仍能维持平衡,如图 2-8 所示.

另一方面,又从杆秤的使用方法可以知道,如图 2-8 所示的情况正好相当于把 a 作为待测物体在进行称量,则杆秤上 B 点的示数就是秤锤的质量数.(以下同解一确定 B 点的位置)

例4 如图 2-9 所示,三根长度均为 l 的轻杆用铰链连接并固定在水平天花板上的 A, B 两点, A, B 两点相距为 $2l$,今在铰链 C 上悬挂一个质量为 m 的重物,要使 CD 杆保持水平,则在 D 点上应施的最小力为多大?

【分析和解】 解一:由于是轻杆,若杆仅在两端受外力作用,则杆身必与杆端所受的合外力在同一直线上,故杆对端点铰链的作用力必沿杆身方向.对 C 端铰链受力如图 2-10 所示.

据数学知识可得 $\angle ACD = 120^\circ$.

据 $\sum F_c = 0$,可知 $T_{DC} = \frac{T}{\sqrt{3}} = \frac{mg}{\sqrt{3}}$.

对 D 端铰链:

CD 杆对 D 的力 T_{CD} 和 BD 杆对 D 的力及外力 F 组成封闭三角形,力 F 与力 T_{BD} 的合力等于 T_{CD} 恒为 $\frac{mg}{\sqrt{3}}$,要使 F 最小,必垂直 BD 杆,如图 2-11 所示.

$$\text{且 } F_{\min} = T_{CD} \cdot \sin 60^\circ = \frac{mg}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} mg.$$

解二:由力矩的平衡求解.

对 $ACDB$ 系统而言,受四个力的作用,如图 2-12 所示, F_A 与 F_B 的反向延长线交于 E

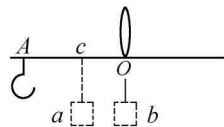


图 2-7

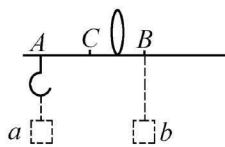


图 2-8

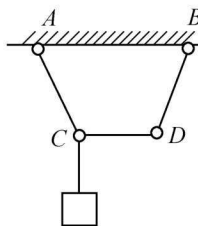


图 2-9

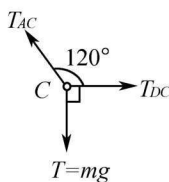


图 2-10

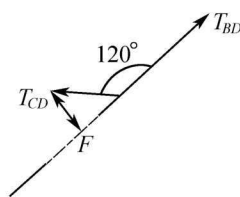


图 2-11



点,则 $\sum M_E = 0$,可知 $\sum M_T = \sum M_F$.

$\sum M_T = T \cdot \frac{1}{2}l = \frac{1}{2}mgl$ 是一定值.要使 F 最小必须使它对于 E 点的力臂最大,即 DE 的长为力臂,

$$\text{故 } F_{\min} l = \frac{1}{2}mgl \Rightarrow F_{\min} = \frac{1}{2}mg.$$

【点评】 解二的方法巧妙,特别是将假想的转轴取在 E 点,这样便将两个虽未知,却又不需要解出的力 F_A 和 F_B 很自然地消去,这样就使得解题的方程非常简单.

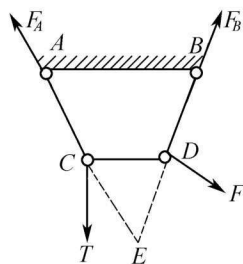


图 2-12



【习题精选】

1. 如图 2-13 所示,重球置于一光滑木板 AB 和光滑竖直墙壁之间,木板 AB 重力不计,可绕固定光滑铰链 A 转动,在 B 端施一始终竖直向上的力 F ,使 B 端缓慢落下,直至 AB 成水平位置,这个过程中,下列说法正确的是()

- A. 力 F 及其力矩 M 都变大
- B. 力 F 及其力矩 M 都变小
- C. 力 F 变大,力矩 M 变小
- D. 力 F 变小,力矩 M 变大

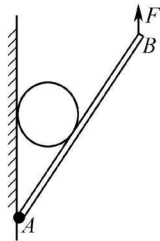


图 2-13

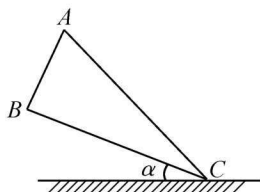
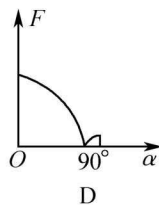
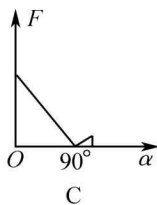
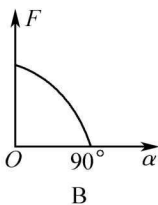
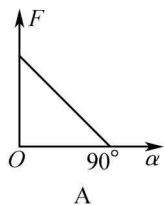


图 2-14

2. 一均匀的直角三角形木板 ABC ,可绕通过 C 点的水平轴垂直于纸面转动,如图 2-14 所示,现用一始终沿直角边 AB 的作用

于 A 点的力 F ,使 BC 边缓慢地由水平位置转至竖直位置,在此过程中,力 F 的大小随 α 角变化的图线是图()



3. 如图 2-15 所示,两根均匀杆 AB 和 CD ,长均为 L ,重均为 G , AB 杆的 A 端用铰链固定在墙壁上,其 B 端与 CD 杆的 C 端用铰链连接在一起,使两根杆均可在竖直平面内转动,现于杆上某点施一竖直向上的力,使 AB 杆和 CD 杆都保持水平,那么施力的作用点到杆的 A 端的距离为多少?所施力的大小又为多少?

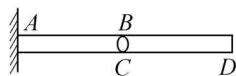


图 2-15

4. 有六个完全相同的刚性长条薄片 $A_i B_i (i = 1, 2, \dots, 6)$,其两端下方各有一个小突起,薄片及突起的重力均可不计,现将六个薄片架在一只水平的碗口上,使每个薄片一端的小突起 B_i 搭在碗口上,另一端的小突起 A_i 位于其下方薄片的正中,由正上方俯视如图 2-16 所示,若将一质量为 m 的质点放在薄片 $A_6 B_6$ 上的一点,这一点与此薄片

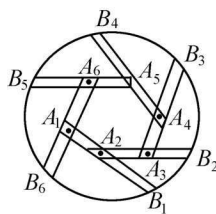


图 2-16



点的距离等于它与小突起 A_6 的距离,求薄片 A_6B_6 中点 A_1 所受的压力.

5. 有一长为 l , 重为 W_0 的均匀杆 AB , A 端顶在竖直的粗糙墙壁上, 杆端与墙面间的静摩擦系数为 μ , B 端用一强度足够且不可伸长的绳悬挂, 绳的另一端固定在墙壁 C 点, 木杆呈水平状态, 绳与杆的夹角为 θ , 如图 2-17 所示, 求:

(1) 杆能保持平衡时, μ 与 θ 应满足的条件.

(2) 杆保持平衡时, 杆上有一点 P 存在, 若在 A 点与 P 点间任一点悬挂重物, 则当重物的重量 W 足够大时总可以使平衡破坏, 而在 P 点与 B 点之间任一点悬挂任意重量的重物, 都不能使平衡破坏, 求出这一点 P 与 A 点间的距离.

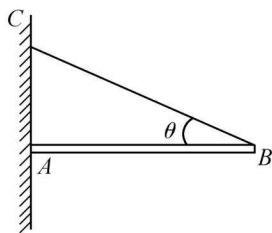


图 2-17

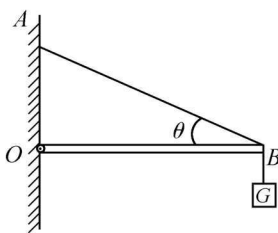


图 2-18

6. 轻质横杆 OB , O 端用铰链固定在墙上, B 点用轻绳拉紧, 使杆处于水平状态, 在 B 点挂重为 G 的物体, 如图 2-18 所示, AB 和 OB 的夹角为 θ , 在把重物的悬点向 O 端移动的过程中, 求墙对杆的作用力的最小值.

7. 三个直径和重力都相同的圆木柱垛在一起, 如图 2-19 所示. 问: 圆木柱之间摩擦因数 μ 最小为何值时, 它们才不会滚散? (设圆木在地面上不可能滑动)

8. 一根长度为 l 的杆 AB 重为 G , B 端压在粗糙的地面上, A 端用一根足够牢的轻绳斜拉在地上, 绳与杆的夹角为 θ (见图 2-20), 在离 B 端 al 处有一水平作用力 F , 问:

(1) 杆 B 端与地面之间的动摩擦因数至少为多大, 才能维持杆静止?

(2) 如果 B 端与地面之间的动摩擦因数为 μ , 那么在 AB 上有一点 D , 在 AD 之间不论施加上多大的水平力 F , 都不会破坏 AB 的平衡, 求 D 点的位置.

9. 人对均匀细杆的一端施加力, 方向垂直于杆, 要将杆从地板上慢慢地无滑动地抬到竖直位置, 试求杆与地板间的最小摩擦系数.

10. 用一段橡皮管将质量为 M 的钢喷管接到竖直水管的一端, 试问: 水的消耗量为多少才使喷管处于水平位置? (见图 2-21)

(喷管的横截面积为 S , 长度为 l , 摩擦不计)

11. 三根重为 G , 长为 a 的均质杆对称搁在地上, 底端相距也均为 a , 如图 2-22 所示, 求:

(1) A 杆顶端所受作用力的大小?

(2) 若一重为 G 的人坐在 A 杆中点, 则 A 杆顶端所受作用力变为多少?

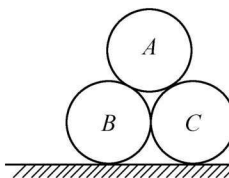


图 2-19

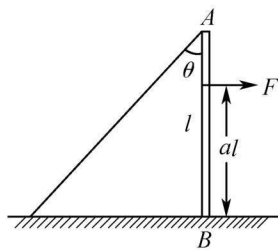


图 2-20

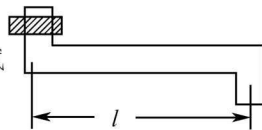


图 2-21



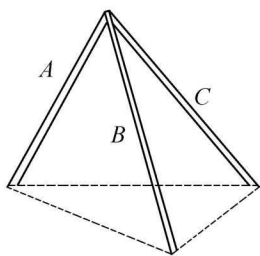


图 2-22

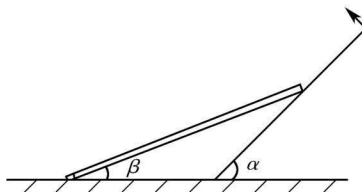


图 2-23

12. 今用一均匀的长为 l_2 、重为 G_2 的撬棒把一块长为 l_1 、重为 G_1 的均匀预制板支起达平衡位置,如图 2-23 所示,问垂直作用于撬棒上端点的作用力 F 是多少?(假定预制板与撬棒的接触处是光滑的,地面是粗糙的,角 α 和 β 都是已知的)(系山东省 1979 年复赛题)

