



重庆市高职高专规划教材
应用高等数学系列

■ 总主编 曾乐辉
■ 总主审 龙 辉

应用高等数学

YINGYONG GAODENG
SHUXUE XITICE

习题册 (上册)

工科类

第3版

主 编 ■ 谢孝权

副主编 ■ 刘 双 洪 川 李春梅



重庆大学出版社

<http://www.cqup.com.cn>

内容提要

本习题册内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、常微分方程与拉普拉斯变换等,以教材为主线,章、节名和先后顺序均与教材吻合,与《应用高等数学(工科类)》(上册)配套使用。

本习题册各章节由内容提要、习题、自测试题三部分组成,内容提要概括了教材中的基本概念、基本法则、基本公式和基本方法;习题由浅入深,紧扣教材内容,并预留空白供解答用;自测试题可供学生测试学习效果。自测试题配有解答,供学生对照参考。

本习题册可供三年制高职高专工科类数学教学使用。

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学(工科类)习题册.上册/谢孝权主编.—3版.—重庆:重庆大学出版社,2015.8
重庆市高职高专规划教材
ISBN 978-7-5624-9381-5

I. ①应… II. ①谢… III. ①高等数学—高等职业教育—习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第184241号

重庆市高职高专规划教材
应用高等数学系列

应用高等数学(工科类)习题册(上册) 第3版

总主编 曾乐辉
主 编 谢孝权
副主编 刘 双 洪 川 李春梅
责任编辑:范春青 版式设计:范春青
责任校对:秦巴达 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行
出版人:邓晓益
社址:重庆市沙坪坝区大学城西路21号
邮编:401331
电话:(023)88617190 88617185(中小学)
传真:(023)88617186 88617166
网址:<http://www.cqup.com.cn>
邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)
全国新华书店经销
重庆升光电力印务有限公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:9.5 字数:237千
2015年8月第3版 2015年8月第4次印刷
印数:30 001—40 000
ISBN 978-7-5624-9381-5 定价:19.00元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换
版权所有,请勿擅自翻印和用本书
制作各类出版物及配套用书,违者必究

前言

根据教育部制定的《高等职业教育专业人才培养目标及规格》和《高等职业教育高等数学课程教学基本要求》精神,由一批富有高职高专教育经验的专家、教授组成的高等数学教材编写组,在认真总结了国家示范性高职院校《高等数学》及《应用高等数学》教材的编写和使用经验,研究了高职高专教育面临的新形势和新问题的基础上,尝试了因材施教的创新举措,编写了《应用高等数学系列教材》。

为了进一步增强高等数学课程“培养能力,重在应用”的功能,编写组编写了与教材配套的习题册。习题册以教材为主线,章节名和先后顺序均与教材吻合。习题选用以“必需、够用”为度,突出了高职高专数学课程为专业服务的特色。习题册中各节有内容提要,可使学生掌握本节的知识纲要。各节编有与教材对应内容配套的习题。每章末编有自测试题 A 卷和 B 卷,自测试题紧扣本章教学要求,便于进行形成性测试。自测试题配有解答,供学生作题后对照参考。书中带 * 号为选学内容,各校根据情况选择使用。这样一本习题册极具可导、可练、可测性。

本习题册与《应用高等数学》(工科类)(上册)配套,内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、常微分方程与拉普拉斯变换。

本习题册由重庆建筑工程职业学院谢孝权任主编,重庆工业职业技术学院刘双、重庆建筑工程职业学院洪川、重庆机电职业技术学院李春梅任副主编。

第 1 章由重庆青年职业技术学院周凤杰、杨欢、杜峰编写;第 2 章由重庆工业职业技术学院李坤琼、孟渝、简辉春、汤华丽、孙婷雅、刘双编写;第 3 章由重庆机电职业技术学院李春梅编写;第 4 章由重庆航天职业技术学院余英,重庆海联职业技术学院卓中伟、邓礼君编写;第 5 章由重庆建筑工程职业学院谢孝权、洪川、蒋燕编写;第 6 章由重庆航天职业技术学院杨俊编写;第 7 章由重庆工程职业技术学院曾乐辉、徐江涛、南晓雪,重庆工业职业技术学院龙辉、郭洪奇编写。

本习题册在编写过程中得到了重庆市数学学会高职高专委员会的指导,得到了在渝主要高职高专院校以及一些举办了高职高专教育的各



级各类学校领导和教师的大力支持和帮助,在此表示诚挚的感谢.

由于编者水平有限,时间仓促,难免有缺点和错误,恳请读者批评指正.

《应用高等数学系列教材》编审委员会

2015年5月

目 录

1	函数	1
1.1	函数及其性质	1
1.2	基本初等函数与初等函数	5
	自测试题 1	8
	自测试题 1 解答	13
2	极限与连续	15
2.1	极限	15
2.2	无穷小量与无穷大量	18
2.3	极限的四则运算法则	20
2.4	两个重要极限	23
2.5	函数的连续性	24
	自测试题 2	27
	自测试题 2 解答	34
3	导数与微分	37
3.1	导数的概念	37
3.2	函数的求导法则	41
3.3	函数的微分	48
	自测试题 3	50
	自测试题 3 解答	56
4	导数的应用	59
4.1	洛必达法则	59
4.2	函数的单调性与极值	62
4.3	曲线的凹凸及曲率	66
	自测试题 4	69
	自测试题 4 解答	74

5 不定积分	77
5.1 不定积分的概念	77
5.2 基本积分公式与直接积分法	79
5.3 不定积分的换元积分法	81
5.4 不定积分的分部积分法	84
自测试题 5	86
自测试题 5 解答	91
6 定积分	94
6.1 定积分的概念及性质	94
6.2 定积分的积分法	98
6.3 广义积分	102
6.4 定积分的应用	105
自测试题 6	109
自测试题 6 解答	115
7 常微分方程与拉普拉斯变换	118
7.1 微分方程的概念	118
7.2 可分离变量的微分方程	121
7.3 一阶线性微分方程	124
7.4 二阶常系数线性齐次微分方程	126
7.5 微分方程初值问题的拉普拉斯变换解法	129
自测试题 7	132
自测试题 7 解答	139
参考文献	144

1 函 数

1.1 函数及其性质



内容提要

1) 函数的定义

定义域与对应法则是确定函数的两个要素. 对于纯数学上的函数关系, 其定义域是使函数表达式有意义的自变量的取值范围.

2) 函数的性质

奇偶性、单调性、周期性、有界性是函数的几个主要特征.

(1) 奇偶性. 函数奇偶性的讨论是就对称区间而言. 奇函数的图像关于坐标原点对称; 偶函数的图像关于 Y 轴对称. 奇偶函数的性质(略).

(2) 周期性. 若函数 $y=f(x)$ 定义域为 D , 如果存在正常数 T , 使得对任一 $x \in D$, 有 $x \pm T \in D$ 且 $f(x \pm T) = f(x)$ 成立, 则称 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数. 三角函数是常见的周期函数.

(3) 有界性. 有界函数 $y=f(x)$ 对于所有的 $x \in D$, 恒有 $|f(x)| \leq M$. 有界函数的界点不唯一, 有界性依赖于区间.

(4) 单调性. 单调函数的几何意义: 区间 (a, b) 内的单调增函数, 其曲线是沿 x 轴正方向逐渐上升的; 区间 (a, b) 内的单调减函数, 其曲线是沿 x 轴正方向逐渐下降的.

习题 1.1

1. 求下列函数的定义域.

$$(1) y = \arcsin(x-3)$$

$$(2) y = \frac{\lg(3-x)}{\sqrt{|x|-1}}$$

(3) $y = \lg \sin x$

(4) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

2. 判断下列各对函数是否为同一函数.

(1) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ 与 $g(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$

(2) $f(x) = 1$ 与 $g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

3. 求分段函数 $f(x) = \begin{cases} x+1 & -2 \leq x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 3-x & 0 < x < 3 \end{cases}$ 的定义域和 $f(-2), f(0)$.



4. 判断下列函数的奇偶性.

$$(1) f(x) = \cos^2 x$$

$$(2) f(x) = x \cdot 3^x$$

$$(3) f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x}$$

$$(4) f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$$

5. 判断下列函数的周期.

$$(1) y = \cos \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) - \tan \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{8} \right)$$

$$(2) f(x) = \sin^2 x$$

$$(3) f(x) = |\sin 3x|$$

$$(4) f(x) = \tan \left(2x + \frac{\pi}{6} \right)$$

6. 设 $f(x) = \begin{cases} |\sin x| & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$, 求 $f\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

7. 如图 1.1 所示,灌溉渠的横断面是等腰梯形,底宽及两边坡总长度为 a ,边坡的倾角为 60° .

(1) 求横断面积 y 与底宽 x 的函数关系式.

(2) 已知底宽 $\frac{a}{4} \leq x \leq \frac{a}{2}$, 求横断面面积 y 的最大值和最小值.

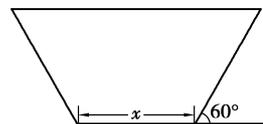


图 1.1



1.2 基本初等函数与初等函数



内容提要

1) 基本初等函数

(1) 常数函数 $y = C$ (C 为常数).

(2) 幂函数: $y = x^\alpha$ (α 为实数).

(3) 指数函数: $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$).

(4) 对数函数: $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$).

(5) 三角函数: $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x, \sec x, \csc x$.

(6) 反三角函数: $\arcsin x, \arccos x, \arctan x$.

2) 复合函数

分解复合函数应按运算顺序由外层向内层逐层进行. 复合函数分解后得到的各个层次都应是简单函数.

3) 初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合构成的, 用一个式子表示的函数称为初等函数. 一般来说分段函数不是初等函数.

习题 1.2

1. 填空题.

(1) 比较下列各组数的大小.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1.8} \quad \text{_____} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2.6} \qquad \left(\frac{5}{6}\right)^{-\frac{2}{3}} \quad \text{_____} \quad 1$$

(2) 已知 $\log_a \frac{3}{2} < \log_a \sqrt{2}$, 则 a 的取值范围是_____.

$$(3) \log_3 1 = \text{_____} \qquad \ln 7^0 = \text{_____}$$

2. 单项选择题.

(1) 设 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 下列函数中为偶函数的是().

$$\text{A. } f(-|x|) \qquad \text{B. } |f(x)| \qquad \text{C. } f(x) + f(-x) \qquad \text{D. } f(x) - f(-x)$$

(2) 下列函数中在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调减少的是().

A. $y = \ln x$ B. $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ C. $y = 9^x$ D. $y = 1.6^x$

(3) $\log_2 \sqrt[3]{8}$ 的值等于().

A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

3. 比较下列各组中两个数的大小.

(1) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$ 与 $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$

(2) $y = \ln \frac{2}{5}$ 与 $y = \ln \frac{3}{5}$

4. 化简下列各式.

(1) $\lg 1 + \left(\frac{1}{5}\right)^0 + 64^{-\frac{1}{3}}$

(2) $(\log_2 4 + \log_2 9) \left(\log_5 3 + \log_5 \frac{1}{3} \right)$

5. 将 y 表示成 x 的函数.

(1) $y = e^u, u = x + 1$

(2) $y = \ln u, u = \sin v, v = x^2 + 1$



6. 指出下列各复合函数的复合过程.

$$(1) y = \sqrt{2 - x^2}$$

$$(2) y = \sin^2(x + 1)$$

$$(3) y = \cos \frac{1}{x + 1}$$

$$(4) y = e^{\sin x}$$

$$(5) y = \arcsin \frac{1}{x}$$

$$(6) y = \sin \ln \sqrt{1 + x^2}$$

自测试题 1

A 卷

1. 判断题.(每小题 3 分,共 21 分)

(1) 函数 $y = \sqrt{x^2}$ 与函数 $y = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ 相同. ()

(2) 函数 $y = \frac{1-x^2}{1+x}$ 是奇函数. ()

(3) 奇函数的乘积仍是奇函数. ()

(4) $y = \sin^2 x$ 的周期 $T = 2\pi$. ()

(5) 若 $f(x) = x + 1, g(x) = \frac{1}{1+x^2}$, 则 $f[g(x) + 1] = \frac{3+2x^2}{1+x^2}$. ()

(6) 两个初等函数相加所得的关系式一定是初等函数. ()

(7) 凡是分段表示的函数都不是初等函数. ()

2. 填空题.(每小题 3 分,共 12 分)

(1) 函数 $y = x^2$ 在 $(-1, 0)$ 是单调_____.(2) 函数 $y = \cos \sqrt{x}$ 的定义域为_____.

(3) 奇函数图像关于_____对称,偶函数关于_____对称.

(4) 设 $f(x)$ 的定义域是 $(0, 1)$, 求 $f(x+1)$ 的定义域_____.

3. 求下列函数的定义域.(每小题 4 分,共 16 分)

(1) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(2) $y = \sqrt{\ln(x-1)}$

(3) $y = \arcsin \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 5}$

(4) $y = \frac{1}{1-x^2} + \sqrt{x+2}$



4. 判断下列函数的奇偶性. (每小题 5 分, 共 10 分)

(1) $y = x^2$

(2) $y = \sin x - \cos x + 1$

5. 证明函数 $y = \lg x$ 在 $(0, +\infty)$ 内是单调增函数. (10 分)

6. 作出函数 $f(x) = \begin{cases} x+2 & x \leq -1 \\ x^2 & -1 < x < 2 \\ 2x & x \geq 2 \end{cases}$ 的图像. (10 分)

7. 指出下列函数的复合过程. (每小题 6 分, 共 12 分)

(1) $y = e^{-\sqrt{1+\sin x}}$

(2) $y = \ln^3 \tan \frac{x}{4}$

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{7}$ D. 1

(3) 设函数 $f(x)$, $g(x)$ 分别为奇函数和偶函数, 则下列函数中不是奇函数的是().

A. $[f(x)]^2$ B. $[f(x)]^3$ C. $f(x) \cdot g(x)$ D. $5f(x)$

(4) 下列函数中既是奇函数又是单调递增的函数是().

A. $\sin^3 x$ B. $x^3 + 1$ C. $x^3 + x$ D. $x^3 - x$

(5) 下列函数中, 周期为 1 的奇函数是().

A. $y = 1 - 2 \sin^2 x$ B. $y = \sin \left(2\pi x + \frac{\pi}{3} \right)$

C. $y = \tan \frac{\pi}{2} x$ D. $y = \sin \pi x \cos \pi x$

4. 判别下列函数的奇偶性. (每小题 5 分, 共 20 分)

(1) $y = x^{-3} + \arcsin x + \sqrt[5]{x}$

(2) $y = \frac{a^x + 1}{a^x - 1}$

(3) $y = x^{2n} (n \in \mathbf{Z})$

(4) $y = x^4 - x^2 - 5 (-1 \leq x < 1)$

5. 若 $f(t) = 2t^2 + \frac{2}{t^2} + \frac{5}{t} + 5t$, 证明 $f(t) = f\left(\frac{1}{t}\right)$. (10 分)