高中

同步学程

TONG BU XUE CHENG

高中新课程

数学

必修5 选修1–1

明天出版社

高中

同步学程

高中新课程

数学

必修5 选修1-1

明天出版社

同 步 学 程

数 学(文)

必修 5 选修 1—1

※

明天出版社出版发行

(济南市经九路胜利大街 39 号)

http://www.sdpress.com.cn

http://www.tomorrowpub.com

各地新华书店经销 山东省无棣县教育实业公司印刷厂印刷

※

787×1092 毫米 16 开 13 印张 320 千字

2008 年 8 月第 1 版 2008 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978—7—5332—5825—2

定价:11.00 元

前言

为了更好地贯彻素质教育要求，落实《山东省普通高中课程设置及教学指导意见（试行）》，帮助广大师生更好地理解和把握实验教材的内容和要求，全面提高学生的自主学习能力，我们依据教育部颁布的《普通高中课程方案（实验）》、各学科课程标准和现行教材，组织部分一线骨干教师和教学研究人员编写了这套《同步学程》丛书，主要供高中学生同步学习使用。这套丛书对指导普通高中新课程实验，提高学生的综合素质，都将起到积极的促进作用。

这套丛书包括思想政治、语文、数学、英语、物理、化学、生物、历史、地理共九个学科的所有必修模块和部分选修模块，并根据教学进度同步发行。各模块根据新课程的内容特点按单元（节、课）编写，指导学生在规定的课时内完成学习任务，提高学习效率。

这套丛书有以下几个方面的特点：

1. 注重体现普通高中课程改革的理念和要求，帮助师生进行课程实验，用好用活教材；

2. 注重体现“知识和能力、过程和方法、情感态度和价值观”的三维目标要求，在帮助学生牢固掌握基础知识的前提下，努力提高学生的应用能力；

3. 注重设置问题情境，拓宽知识背景，指导学生掌握科学的学习方法，自主探求未知领域，培养学生的探索精神和创新能力；

4. 注重与新课程实验的同步性，紧密配合各学科的学习，按单元（节、课）分配学习课时，组织学习训练内容，既便于教师指导又便于学生自学。

参加《同步学程·数学》（必修5　选修1—1）编写工作的老师及分工情况：刘明（第一章），聂作庆、商金琳（第二章），安秀臣、王建娥（第三章）；王希华（第一章），杨雪峰、高天祥（第二章），刘洪福、吴宝英（第三章）。郑振华、刘玉武、王均星、王文清等老师参加了审稿。王文清老师负责统稿。

希望这套《同步学程》丛书能够帮助同学们学好新课程，打牢基础，提升素质，实现理想。

2008年8月

目录

必修5

选修1—1

必修5

第一章
解三角形

§1.1　正弦定理和余弦定理

课标要求

通过对任意三角形边长和角度关系的探索，掌握正弦定理、余弦定理，并能解决一些简单的三角形度量问题.

基础诊断

一、正弦定理、余弦定理

$\triangle ABC$ 的三个内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，R 是$\triangle ABC$ 外接圆的半径.

1. 正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=$______$=$______$=$______.

正弦定理的三种变式：

(1)$a=2R\sin A$，$b=$______，$c=$______；

(2)$\sin A=\frac{a}{2R}$，$\sin B=$______，$\sin C=$______；

(3)$a:b:c=\sin A:$______$:$______.

2. 余弦定理

$a^2=$______，$b^2=$______，$c^2=$______；

$\cos A=$______，$\cos B=$______，$\cos C=$______.

二、解斜三角形的类型

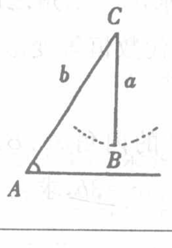
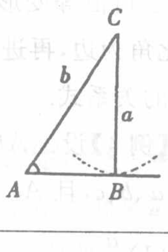
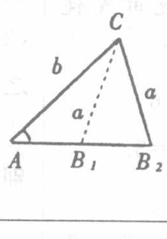
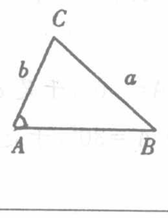
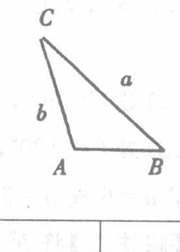
1. 已知两角与一边，用______，有解时只有一解.

2. 已知两边及其中一边的对角，用______，可能有两解、一解或无解.

3. 已知三边，用______，有解时只有一解.

4. 已知两边及夹角，用______，必有一解.

附：在$\triangle ABC$ 中，已知 a，b 和 A 时，解的情况如下：

	A 为锐角				A 为钝角或直角	
图形						
关系式	$a<b\sin A$	$a=b\sin A$	$b\sin A<a<b$	$a\geqslant b$	$a>b$	$a\leqslant b$
解个数	无解	一解	两解	一解	一解	无解

典型示例

【例 1】已知$\triangle ABC$中,$c=10$,$A=45°$,$C=30°$,解$\triangle ABC$.

【分析】因为本题中条件是两角及一边,由三角形内角和易求出第三角.由正弦定理易求出a,b,即可解决.

【解】由$A=45°$,$C=30°$,知$B=105°$.

在$\triangle ABC$中,由正弦定理

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C},$$

得,$a=\dfrac{c\cdot\sin A}{\sin C}=\dfrac{10\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=10\sqrt{2}$,

$$b=\frac{c\cdot\sin B}{\sin C}=\frac{10\times\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}{\frac{1}{2}}=5(\sqrt{6}+\sqrt{2}).$$

【反思与小结】已知一边及两角解三角形可优先考虑正弦定理.

【例 2】在$\triangle ABC$中,已知$b=3$,$c=3\sqrt{3}$,$B=30°$,求a.

【分析】本题为已知两边及其中一边的对角解三角形,一般用正弦定理,先求C,再求A,最后求a,但讨论容易出现错误;由于本题只求a,所以用余弦定理可直接求解,而且不需讨论.

【解法一】由正弦定理得,$\sin C=\dfrac{c\sin B}{b}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\because c>b$,$\therefore C>B$,$\therefore C$有两解(锐角或钝角).

(1)若$C=60°$,则$A=90°$,于是$a=6$;

(2)若$C=120°$,则$A=30°$,于是$a=3$.

$\therefore a=6$或$a=3$.

【解法二】将$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,代入已知条件得,$a^2-9a+18=0$,故$a=6$或3.

【反思与小结】解三角形时先看已知条件,确定先求角,还是先求边,正确使用正、余弦定理是解题的关键.

【例 3】在$\triangle ABC$中,若$\dfrac{\tan A}{\tan B}=\dfrac{a^2}{b^2}$,试判定$\triangle ABC$的形状.

【分析】对已知条件变形,得出三角关系或三边关系,都要根据正、余弦定理.

【解法一】$\because\dfrac{\tan A}{\tan B}=\dfrac{\sin A\cos B}{\cos A\sin B}=\dfrac{a^2}{b^2}$,

又$\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin A}{\sin B}$,

$\therefore\dfrac{\sin A\cos B}{\cos A\sin B}=\dfrac{\sin^2 A}{\sin^2 B}$.

$\because$在$\triangle ABC$中,$\sin A\sin B\neq0$,

$\therefore\dfrac{\cos B}{\cos A}=\dfrac{\sin A}{\sin B}$,即$\sin 2A=\sin 2B$.

$\therefore A=B$或$A+B=\dfrac{\pi}{2}\left(C=\dfrac{\pi}{2}\right)$.

故$\triangle ABC$是等腰三角形或直角三角形(注意不是等腰直角三角形).

【解法二】$\dfrac{\sin A\cos B}{\cos A\sin B}=\dfrac{a^2}{b^2}$,由正弦和余弦定理得$\dfrac{a\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}{\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\cdot b}=\dfrac{a^2}{b^2}$,

化简整理得,$(a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)=0$,

$\therefore a=b$或$a^2+b^2=c^2$.

故$\triangle ABC$是等腰三角形或直角三角形.

【反思与小结】已知三角形中的边角关系,判定三角形的形状,有两条思路:(1)化边为角,再进行三角恒等变形,求出三个角之间的关系式;(2)化角为边,再进行代数恒等变形,求出三条边之间的关系式.

【例 4】设$\triangle ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c,且$A=60°$,$c=3b$,求:

(1)$\dfrac{a}{c}$的值;

(2)$\dfrac{1}{\tan B}+\dfrac{1}{\tan C}$的值.

【分析】由已知和余弦定理可得a,c的关系

式,进而求出$\frac{a}{c}$的值.解决(2)可有两个思路:一是用正弦定理;二是用余弦定理.

【解】(1)由余弦定理得,

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$=(\frac{1}{3}c)^2+c^2-2\times\frac{1}{3}c\times c\times\frac{1}{2}=\frac{7}{9}c^2$,

所以$\frac{a}{c}=\frac{\sqrt{7}}{3}$.

(2)方法一:$\frac{1}{\tan B}+\frac{1}{\tan C}=\frac{\cos B}{\sin B}+\frac{\cos C}{\sin C}$

$=\frac{\cos B\sin C+\cos C\sin B}{\sin B\sin C}=\frac{\sin(B+C)}{\sin B\sin C}$

$=\frac{\sin A}{\sin B\sin C}=\frac{1}{\sin A}\cdot\frac{\sin^2 A}{\sin B\sin C}$

$=\frac{1}{\sin A}\cdot\frac{a^2}{bc}=\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{\frac{7}{9}c^2}{\frac{1}{3}c^2}$

$=\frac{14}{3\sqrt{3}}=\frac{14\sqrt{3}}{9}$.

方法二:由余弦定理及(1)的结论可得,

$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{5}{2\sqrt{7}}$,

故$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$.

同理可得$\cos C=-\frac{1}{2\sqrt{7}}$,$\sin C=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$.

所以$\frac{1}{\tan B}+\frac{1}{\tan C}$

$=\frac{\cos B}{\sin B}+\frac{\cos C}{\sin C}$

$=\frac{5}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{9}\sqrt{3}=\frac{14\sqrt{3}}{9}$.

【反思与小结】正、余弦定理是沟通三角形边角关系的桥梁,它常与三角函数结合起来综合考查与角有关的三角形问题.

归纳总结

1.利用正余弦定理解题时,应先把握题目给的元素,哪些是已知的,哪些是未知的,选用合理公式,除此以外还应注意$A+B+C=\pi$.

2. $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{底\times高}{2}$.

拓展提高

1.在$\triangle ABC$中,已知$a=\sqrt{3}$,$b=\sqrt{2}$,$B=45°$,求A、C及边c.

【解析】由正弦定理,得$\sin A=\frac{a\sin B}{b}$

$=\frac{\sqrt{3}\sin 45°}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∵$B=45°<90°$且$b<a$,∴有两解$A=60°$或$A=120°$.

(1)当$A=60°$时,$C=180°-(A+B)=75°$,

$c=\frac{b\sin C}{\sin B}=\frac{\sqrt{2}\sin 75°}{\sin 45°}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

(2)当$A=120°$时,$C=180°-(A+B)=15°$,

$c=\frac{b\sin C}{\sin B}=\frac{\sqrt{2}\sin 15°}{\sin 45°}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.

综上所述,$A=60°$,$C=75°$,$c=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$或$A=120°$,$C=15°$,$c=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.

【注】已知两边和其中一边的对角解三角形时,运用正弦定理,首先必须判明是否有解,如果有解,是一解还是两解?

【变式1】本题有两解,你能从边角关系式或利用草图加以解释吗?

【变式 2】本题中，若把 b 的值改为 2，则 $\triangle ABC$ 解的个数是（A）.

A. 一解　　B. 二解

C. 无解　　D. 无法确定

若把 b 的值改为 1，则 $\triangle ABC$ 解的个数是（　　）.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A=2\sin B\cos C$，$\sin^2 A=\sin^2 B+\sin^2 C$，试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

【解析】由 $\sin^2 A=\sin^2 B+\sin^2 C$，利用正弦定理得，$a^2=b^2+c^2$.

故 $\triangle ABC$ 是直角三角形，且 $A=90^\circ$，$\therefore B+C=90^\circ$，即 $B=90^\circ-C$.

$\therefore \sin B=\cos C$. 由 $\sin A=2\sin B\cos C$ 可得 $1=2\sin^2 B$，

$\therefore \sin^2 B=\frac{1}{2}$.

$\because B$ 为锐角，$\therefore \sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，从而 $B=45^\circ$.

$\therefore C=45^\circ$，$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

【变式 1】本题还可以利用 $A+B+C=180^\circ$，转化为角推得结论. 试利用这一思路推证.

【变式 2】本题还可以同时应用正弦定理及余弦定理，把角都转化为边推得结论. 试利用这一思路推证.

展示平台

基础训练

1. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 若 $A:B:C=1:2:3$，则 $a:b:c=$（　　）

A. $1:2:3$　　B. $2:3:4$

C. $3:4:5$　　D. $1:\sqrt{3}:2$

2. 边长为 5，7，8 的三角形的最大角和最小角的和是（　　）

A. 90°　B. 120°　C. 135°　D. 150°

3. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $A=\frac{\pi}{3}$，$a=\sqrt{3}$，$b=1$，则 c 等于（　　）

A. 1　B. 2　C. $\sqrt{3}-1$　D. $\sqrt{3}$

4. 设 a,b,c 分别是 $\triangle ABC$ 中角 A,B,C 所对的边，则直线 $x\sin A+ay+c=0$ 与直线 $bx-y\sin B+\sin C=0$ 的位置关系是（　　）

A. 平行　　B. 重合

C. 垂直　　D. 相交但不垂直

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$b=4\sqrt{3}$，$C=30^\circ$，$c=2$，则此三角形有（　　）

A. 一解　B. 两解　C. 无解　D. 不能确定

6. 若$\frac{\sin A}{a}=\frac{\cos B}{b}=\frac{\cos C}{c}$,则$\triangle ABC$是 ( )

A. 等边三角形

B. 有一个内角是30°的直角三角形

C. 等腰直角三角形

D. 有一个内角是30°的等腰三角形

7. 在△ABC中,若$b=2a\sin B$,则A等于( )

A. 30°或60° B. 45°或60°

C. 60°或120° D. 30°或150°

8. 在不等边△ABC中,a是最大的边,若$a^2<b^2+c^2$,则∠A的取值范围是 ( )

A. $(\frac{\pi}{2},\pi)$ B. $(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$

C. $(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2})$ D. $(0,\frac{\pi}{2})$

9. $\triangle ABC$中,若$(a+b+c)(b+c-a)=3bc$,则A =________.

10. 已知$\triangle ABC$中,三个内角的正弦比为4∶5∶6,则最大角的余弦值为________

11. 已知$\triangle ABC$的三个内角A,B,C,满足$2B=A+C$,且$AB=1,BC=4$,则边BC上的中线AD的长为________.

12. 在$\triangle ABC$中,$a=3\sqrt{2}$,$\cos C=\frac{1}{3}$,$S_{\triangle ABC}=4\sqrt{3}$,则$b=$________.

13. 已知方程$x^2-(b\cos A)x+a\cos B=0$的两根之积等于两根之和,且a,b为$\triangle ABC$的两边,A,B为两内角,试判断这个三角形的形状.

14. 在$\triangle ABC$中,a,b,c分别是A,B,C的对边,已知$b^2=ac$,且$a^2-c^2=ac-bc$,求A的大小及$\frac{b\sin B}{c}$的值.

15. 在$\triangle ABC$中,$a+b=10$,$\cos C$是方程$2x^2-3x-2=0$的一个根,求$\triangle ABC$周长的最小值.

能力训练

16. 已知三角形两边的长分别为1和$\sqrt{3}$,第三边上的中线长为1,求这个三角形的外接圆的半径.

17. 把一根长为30cm的木条锯成两段，分别作为钝角$\triangle ABC$的两边AB和BC，且$\angle ABC=120°$，问怎样锯才能使第三条边AC最短？

18. 在$\triangle ABC$中，已知角A、B、C所对的三边长分别为a、b、c，若$B=2A$，$a+b=10$，$\cos A=\frac{3}{4}$，求c.

反思提高

§1.2 应用举例

课标要求

能够运用正弦定理、余弦定理等知识和方法解决一些与测量和几何计算有关的实际问题.

基础诊断

1. 在$\triangle ABC$中，a,b,c分别是A,B,C的对边，$\triangle ABC$的面积为S. $S=\frac{1}{2}a\cdot h_a$（h_a表示____________）

2. $S=$______$=$______$=\frac{1}{2}ab\sin C$.

3. $S=\frac{1}{2}r(a+b+c)$，（r为______）.

4. 若$p=\frac{1}{2}(a+b+c)$，则

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

典型示例

【例1】平行四边形两条邻边的长分别是$4\sqrt{6}$ cm和$4\sqrt{3}$ cm，它们的夹角是45°，求这个平行四边形的两条对角线的长与它的面积.

【分析】本题可化为已知三角形两边和它们的夹角，故求第三边必须用余弦定理解. 又因为

已知角为特殊角,已知边为精确值,所以结果要保留精确值.

【解】对角线长

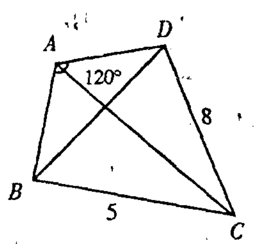
$=\sqrt{(4\sqrt{6})^2+(4\sqrt{3})^2\pm2\cdot4\sqrt{6}\cdot4\sqrt{3}\cos45^\circ}$,

$=4\sqrt{9\pm6}=4\sqrt{15}$(cm)或 $4\sqrt{3}$(cm).

面积 $S=4\sqrt{6}\cdot4\sqrt{3}\sin45^\circ=48(\text{cm}^2)$.

【反思与小结】解答这一类问题,关键是公式的应用,考虑如何用.

【例 2】在四边形 $ABCD$ 中,$A=120^\circ,B=D=90^\circ,BC=5,CD=8$,求四边形 $ABCD$ 的面积.



【分析】本题考查正弦定理与余弦定理,三角形面积公式及外接圆等基础知识,考查综合运用数学知识解决问题的能力.解时,用一条对角线将四边形分成两个三角形分别计算面积,不管用哪条对角线分割,总是要求得 AB 和 AD 两条边长,而这又需通过对角线用正弦和余弦定理将已知边和角联系起来.

【解】$A=120^\circ,B=D=90^\circ,\therefore C=60^\circ$.

$\therefore BD=\sqrt{5^2+8^2-2\times5\times8\cos60^\circ}=7$(余弦定理).

$\because A、B、C、D$ 四点共圆,且 AC 是圆的直径,

$\therefore AC=\dfrac{BD}{\sin C}=\dfrac{7}{\sin60^\circ}=\dfrac{14}{\sqrt{3}}$(正弦定理).

$\therefore AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\dfrac{11}{\sqrt{3}}$,

$AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

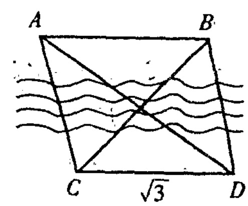
故 $S=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{11}{\sqrt{3}}\times5+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times8=\dfrac{71\sqrt{3}}{6}$.

【反思与小结】本题难点是怎么求两边 AB 和 AD,求 AC 的长又是关键,充分利用几何性质去辅助解题往往起到至关重要的作用.

【例 3】要测量河对岸两点 $A、B$ 之间的距离,选取相距$\sqrt{3}$里的 $C、D$ 两点,并测得$\angle ACB=75^\circ,\angle BCD=45^\circ,\angle ADC=30^\circ,\angle ADB=45^\circ$,求 $A、B$ 之间的距离.

【分析】本题考查正弦定理和余弦定理及测量方法.

【解】如图所示,在$\triangle ACD$ 中,$\angle ACD=120^\circ,\angle CAD=\angle ADC=30^\circ$,由 $\dfrac{AD}{\sin120^\circ}=\dfrac{CD}{\sin30^\circ}$,得 $AD=3$.



在$\triangle BCD$ 中,$\angle BCD=45^\circ,\angle BDC=75^\circ,\angle CBD=60^\circ$,

故 $BD=\dfrac{\sqrt{3}\sin45^\circ}{\sin60^\circ}=\sqrt{2}$.

在$\triangle ABC$ 中,由余弦定理,

得 $AB^2=3^2+(\sqrt{2})^2-2\cdot3\cdot\sqrt{2}\cdot\cos45^\circ=5$,

故 $AB=\sqrt{5}$(里).

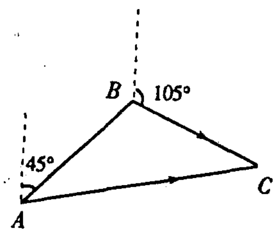
答:$A、B$ 之间的距离为$\sqrt{5}$里.

【反思与小结】测量问题,转化为三角形的解法,正余弦定理要灵活运用.

【例 4】我艇在 A 处发现一走私船在北偏东 45°且距离为 12 海里的 B 处正在以每小时 10 海里的速度向北偏东 105°的方向逃窜,我艇立即以 14 海里/时的速度追击,求我艇航向及追上走私船所需要的最短时间.

【分析】考查正弦定理、余弦定理的应用能力.

【解】如图所示，设在 C 处追上走私船，需用时间 th，则在$\triangle ABC$ 中，$B=120°$，$BC=10t$，$AC=14t$，



由正弦定理，得$\frac{14t}{\sin 120°}=\frac{10t}{\sin A}$，

$\therefore \sin A=\frac{5\sqrt{3}}{14}$，查得 $A=38°12'48''$.

由余弦定理得，$(14t)^2=(10t)^2+12^2-2\times 12\times 10t\cos 120°$，

化简得 $4t^2-5t-6=0$，$t=2$(h)，且

$38°12'48''+45°=83°12'48''$.

答：我艇应以北偏东 $83°12'48''$ 的方向追击，经 2 小时可追上走私船.

【反思与小结】此问题是方向角问题，合理的画图，设时间为 t 是解题的关键，正确合理地用正余弦定理解之.

归纳总结

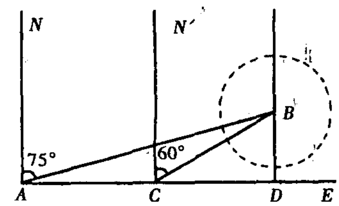
1. 应用解三角形知识解决实际问题，要分析和研究问题中涉及的三角形，它的哪些元素是已知的，哪些元素是未知的，应该选用正弦定理还是余弦定理进行求解. 求三角形的面积时要选择适当的公式.

2. 对于实际应用问题，要进行认真的分析，作出正确的图形，根据已知条件，选择定理，进行计算，最后根据题意得出正确的结论. 难点是将实际应用问题转化为数学问题并用解三角形的方法解决.

拓展提高

1. 如图，B 表示海中一小岛，周围 3.8 海里内有暗礁，一船从 A 由西向东航行，在 A 处望见此岛在北偏东 75°. 航行 8 海里后，在 C 处望见此岛在北偏东 60°，如果该船不改变航线继续前进，问有没有触礁的危险.

【解析】如图，设 AE 是航线，B 是小岛，作 $BD\perp AE$，则$\angle DBA=75°$，$\angle DBC=60°$.



在 $Rt\triangle ABC$ 中，$AD=BD\cdot\tan 75°$，

$CD=BD\cdot\tan 60°$，

$\therefore AC=AD-CD$

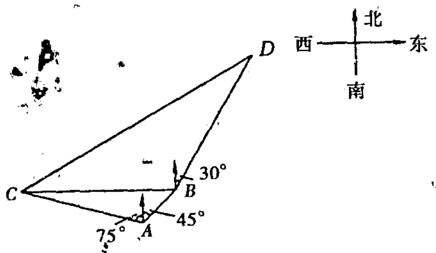
$=BD(\tan 75°-\tan 60°)=8$.

$\therefore BD=\frac{8}{\tan 75°-\tan 60°}=\frac{8}{2+\sqrt{3}-\sqrt{3}}=4$(海里).

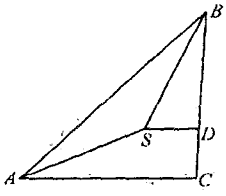
由于 $BD>3.8$，故不改变航线继续航行，无触礁的危险.

【变式 1】上题中航线不变，若有危险，则暗礁的半径至少为多少海里？

【变式 2】如图在海岸 A 处，发现北偏东 45° 方向，距 A 为 $(\sqrt{3}-1)$mile 的 B 处有一艘走私船，在 A 处北偏西 75° 方向，距 A 为 2mile 的 C 处的缉私船奉命以 $10\sqrt{3}$mile/h 的速度追截走私船，此时走私船正以 10mile/h 的速度从 B 处向北偏东 30° 方向逃窜，问缉私船沿什么方向能最快追上走私船，并求出所需要的时间.



2. 如图，在山脚测得山顶的仰角 $\angle CAB=45^\circ$，沿倾斜角为 30° 的斜坡走 1000 米至 S 点，又测得山顶仰角 $\angle DSB=75^\circ$，求山高.



【解析】∵ $\angle SAB=45^\circ-30^\circ=15^\circ$，$\angle SBA=\angle ABC-\angle SBD=45^\circ-15^\circ=30^\circ$，

∴ $\angle ASB=180^\circ-30^\circ-15^\circ=135^\circ$.

在△ABS 中，

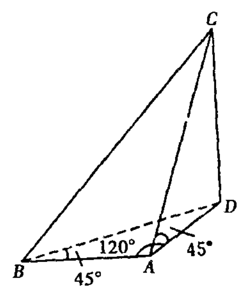
$$AB=\frac{AS\cdot\sin135^\circ}{\sin30^\circ}=\frac{1000\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=1000\sqrt{2}.$$

∴在 $Rt\triangle ABC$ 中，

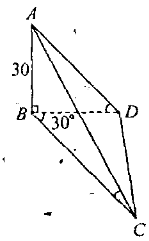
$$BC=AB\sin45^\circ=1000\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1000(\text{米}).$$

答：山高为 1000 米.

【变式 1】如图 A、B 是海平面上的两个点，相距 800m，在 A 点测得山顶 C 的仰角为 45°，$\angle BAD=120^\circ$，又在 B 点测得 $\angle ABD=45^\circ$，其中 D 是点 C 到水平面的垂足，求山高 CD.



【变式 2】江岸边有一炮台高 30 米，江中有两条船，由炮台顶部 A 测两船 D、C 俯角分别为 45°和 30°；而两条船与炮台底部 B 连线成 30°角，求两船相距多少米？



展示平台

基础训练

1. 在 $\triangle ABC$ 中，$A=60°$，$b=1$，面积为 $\sqrt{3}$，则 $\dfrac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}$ 的值为 （　　）

A. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$　　B. $\frac{2}{3}\sqrt{39}$

C. $\frac{26}{3}\sqrt{3}$　　D. $\frac{1}{2}\sqrt{39}$

2. $\triangle ABC$ 中，$a=2b\cos C$，则此三角形的形状为 （　　）

A. 等腰　　B. 直角

C. 等腰直角　　D. 等腰或直角

3. 在 $\triangle AOB$（O 为坐标原点）中，$\overrightarrow{OA}=(2\cos\alpha,2\sin\alpha)$，$\overrightarrow{OB}=(5\cos\beta,5\sin\beta)$. 若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-5$，则 $\triangle AOB$ 的面积 $S_{\triangle AOB}=$ （　　）

A. $\sqrt{3}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　C. $5\sqrt{3}$　D. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

4. 在一座 20 m 高的观测台顶测得地面一水塔顶仰角为 60°，塔底俯角为 45°，那么这座塔的高为 （　　）

A. $20(1+\frac{\sqrt{3}}{3})$m　　B. $20(1+\sqrt{3})$m

C. $10(\sqrt{6}+\sqrt{2})$m　　D. $20(\sqrt{6}+\sqrt{2})$m

5. 甲、乙两楼相距 20m，从乙楼底望甲楼顶的仰角为 60°，从甲楼顶望乙楼顶的俯角为 30°，则甲、乙两楼的高分别是 （　　）

A. $20\sqrt{3}$m，$\frac{40}{3}\sqrt{3}$m

B. $10\sqrt{3}$m，$20\sqrt{3}$m

C. $10(\sqrt{3}-\sqrt{2})$m，$20\sqrt{3}$m

D. $\frac{15\sqrt{3}}{2}$m，$\frac{20\sqrt{3}}{3}$m

6. $\triangle ABC$ 中，$\lg a-\lg b=\lg\sin B=-\lg\sqrt{2}$，$B$ 为锐角，则 A 的值是 （　　）

A. 30°　B. 45°　C. 60°　D. 90°

7. 若在 $\triangle ABC$ 中，$(b+c):(a+c):(a+b)=4:5:6$，则 $\sin A:\sin B:\sin C$ 等于 （　　）

A. 6∶5∶4　　B. 7∶5∶3

C. 3∶5∶7　　D. 4∶5∶6

8. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，那么 $a\cos B+b\cos A$ 等于 （　　）

A. $2\cos C$　　B. $2\sin C$　　C. $\frac{a+b}{2}$　　D. c

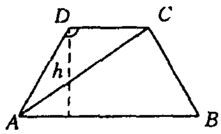
9. 设 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 4，且 $\sin B\cdot\sin C+\sin^2B+\sin^2C=\sin^2A$，则 $a=$________.

10. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=2\sqrt{2}$，$a=2$，且三角形有解，则 A 的取值范围是________.

11. 在 $\triangle ABC$ 中，a 比 b 长 2，b 比 c 长 2，且最大角的正弦是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $S_{\triangle ABC}=$________

12. △ABC 中，a，b，c 分别为 A，B，C 的对边，如果 $a+c=2b$，$B=30°$，△ABC 的面积为 $\frac{3}{2}$，那么 $b=$______.

13. 如图已知等腰梯形 $ABCD$ 中，$CD=2$，$AC=\sqrt{19}$，$\angle BAD=60°$，求梯形的高 h.



14. 在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且满足 $4\sin^2\frac{A+C}{2}-\cos 2B=\frac{7}{2}$.

(1)求角 B 的度数；

(2)如果 $b=\sqrt{3}$，$a+c=3$ 且 $a>c$，求 a、c 的值.

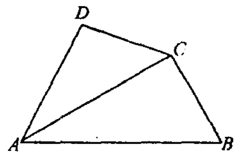
15. 在△ABC 中，求证：

$(a^2-b^2-c^2)\tan A+(a^2-b^2+c^2)\tan B=0$.

能力训练

16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，AC 平分 $\angle DAB$，$\angle B=60°$，$AC=7$，$AD=6$，$S_{\triangle ADC}=\frac{15\sqrt{3}}{2}$，求

AB 的长度.



17.已知圆 O 的半径是 R,它的内接$\triangle ABC$ 中,有 $2R(\sin^2A-\sin^2C)=(\sqrt{2}a-b)\sin B$ 成立,求 C 的值.

18.某观测站 C 在 A 城的南偏西 $20°$ 的方向,由 A 城出发有一条直线公路,公路的走向是南偏东 $40°$,在 C 处测得距离 C 处 31 公里的公路上 B 处有敌坦克正沿公路向 A 城前进,走了 20 公里后到达 D 处,此时 C、D 之间相距为 21 公里,问这时敌坦克离 A 城还有多少公里?

反思提高