商业职工自修大学丛书

郭立焕主编

經濟数学

（基础部分）

上册

中国展望出版社

经济数学（基础部分）

（上、下册）

郭立焕　主编

中国展望出版社出版

（北京西城区太平桥大街4号）

香河县印刷厂印刷

北京新华书店发行

850×1168毫米　1/32开本　31.25印张

812千字　1984年8月　北京第1版

第1次印刷　1—50,000册

统一书号：4271·046　定价：6.80元

内 容 提 要

本书内容包括：微积分、线性代数、线性规划、概率统计等四部分共二十章。主要阐明与经济科学有关的数学理论和方法。在叙述过程中，除联系大量经济实例外，每章末还有一定数量的习题，书末附有部分习题的答案。

出版说明

为适应社会主义现代化建设的需要，我社聘请中国社会科学院财贸物资经济研究所的研究人员，中国人民大学、北京大学、北京师范大学、北京经济学院、辽宁财经学院、山西财经学院的教授和讲师，根据大学商业经济专业本科教学计划和教学大纲的要求，从兼顾大学本科、函授教育和商业职工自修成材两方面的需要出发，采取通俗易懂、深入浅出、便于自学的写作方法，撰写了马克思主义哲学原理、政治经济学(资本主义部分)、政治经济学(社会主义部分)、现代汉语、经济数学、中国商业简史、商业经济学概论、商品经营学概论、商品价格学、商业计划、商业企业管理学概论、商业会计学、商业财务、商业统计学、财政与金融、商品学基础、中国经济地理、经济法概论等十八种政治理论和专业书籍，作为大学财经院校学生和广大商业职工的整套教材。

目　录

第一篇　微　积　分

第二篇　线性代数

第三篇　线性规则

第四篇　概率统计

第一章 集合与函数

数学是研究空间形式和数量关系的科学。初等数学主要研究常量和相对静止状态下的空间形式和数量关系，是常量数学；高等数学主要研究变量和运动状态下的空间形式和数量关系，是变量数学。因而反映变量之间依从关系的函数，就成为高等数学研究的基本对象。为了在初等数学的基础上进一步研究函数，本章将在集合论的概念下重温函数的概念、性质和一些基本的函数。

§1 集 合

集合论研究集合的一般性质。自从十九世纪末数学家将有限集合推广到无限集合以来，集合论本身已成为数学的一个分支。由于构成集合的对象具有任意性、讨论具有普遍性，这使它成为现代数学许多分支的共同基础，并对数学产生了巨大的影响。本节主要介绍集合论中关于集合、对应和集合运算的知识，以便将现代数学渗透到后面要叙述的内容中去。

一、集合的概念

在工作和学习中，我们总是要研究某些事物组成的整体，例如一个班组、一批产品、全体实数等，这些都是集合。集合是由具有某种特定性质的事物构成的整体，或者是可以按照某一特定法则去研究的对象的全体。集合中的一个个事物或对象，叫做它的元素。

例1 一九八二年三月在太原市出生的所有人组成一个集

合。

例 2　某商店的全体职工组成一个集合。

例 3　全体奇数组成一个集合。

例 4　直线$y=x$上所有的点组成一个集合。

集合一般用大写字母A、B、C、……表示，它的元素用小写字母a、b、c、……表示。若a是集合A中的元素，记作

$$a\in A \qquad \text{（读作a属于A）}$$

若a不是集合A中的元素，记作

$$a\overline{\in} A$$

或

$$a\notin A \qquad \text{（读作a不属于A）}$$

例如，若F为全体有理数的集合，那么

$$\frac{5}{6}\in F, \qquad \sqrt{2}\overline{\in} F$$

集合、元素及它们之间的隶属关系∈是集合论的最基本概念，其他概念都可以由此引伸出来。

定义 1　集合所含元素的个数有限时，称为有限集，如前面的例 1 和例 2；集合所含元素的个数无限时，称为无限集，如前例 3 和例 4。

我们可以用两种方法表示一个确定的集合。

1. ***列举法***：把有限集中所有的元素按任意顺序列在花括号{　}内，称为列举法。例如，"小于 6 的正整数"的集合A可表示为：

$$A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

又如B为$x^2-3x+2=0$根的集合，那么

$$B=\{2, 1\}$$

列举时，与元素顺序无关，但不得遗漏或重复。如上述集合A还可以表示为

$$A=\{5, 4, 3, 2, 1\}\text{或}A=\{1, 2, 4, 3, 5\}$$

等等，但不可写成

$$\{1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$$

2． **描述法**：列举法只适用于元素为数不多的有限集；如果元素较多，即使是有限集，写出所有的元素，也是很不方便的，甚至往往是不可能的。例如，要给出某中学全体学生组成的集合，就得将每个学生的名字都写出来。显然，这是很麻烦的。对于这种情况，我们可以用较简单的方式表示

{某中学全体学生}

这种方法叫做描述法，即给出集合中元素的共同性质。如前例

A ＝{小于 6 的正整数}

例 5　设 A 为 $x^2-3x+2=0$ 根的集合，那么 A 可表示为

$$A=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$$

例 6　设 B 为全体偶数的集合，那么 B 可表示为

B ＝{x | x ＝ 2n，n 为整数}

例 7　由圆 $x^2+y^2=16$ 上所有的点组成的集合 C，可表示为

$$C=\{(x,\ y) \mid x^2+y^2=16\}$$

具有某种特定性质的一切事物所构成的集合，叫做全集，用 U 来表示。全集是相对的：如果讨论的问题仅限于正整数，则全体正整数的集合为全集；如讨论的问题包括正整数和负整数，则全体正整数为非全集。只含一个元素的集，称为单元素集。元素 a 和单元素集{a}是不同的，前者是元素，后者是集合。不含任何元素的集，称为空集，记作

$$\Phi=\{\ \}$$

例如，

$$\Phi=\{x \mid x^2+1=0\}$$

就是空集。应当注意的是：集合{0}不是空集，因为它含有一个元素 0 。

二、集合之间的关系

定义 2　设有两个集合 A 与 B

（1）若 A 的每一个元素都是 B 的一个元素（即若 $a\in A$，则 $a\in B$），则称 A 为 B 的一个子集，记作

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A$$

（2）如果 A 的每一个元素都是 B 的元素，但 B 中至少有一个元素不是 A 的元素，则称 A 为 B 的真子集，记作

$$A\subset B \quad 或 \quad B\supset A$$

（3）如果 A 的每一个元素都是 B 的元素，而 B 的每一个元素也都是 A 的元素，即

$$A\subseteq B \quad 且 \quad B\subseteq A$$

则称 A 与 B 相等，记作

$$A=B$$

根据定义可知：

（1）空集 Φ 是任何集合 A 的子集，即

$$\Phi\subseteq A$$

（2）任何一个集合 A 都是它本身的子集，即

$$A\subseteq A$$

但不是真子集。

例 8　设 $A=\{2, 3, 4\}$，试写出 A 的全部子集和真子集。

解　A 的子集有 ϕ、$\{2\}$、$\{3\}$、$\{4\}$、$\{2, 3\}$、$\{2, 4\}$、$\{3, 4\}$ 和 $\{2, 3, 4\}$；A 的真子集有 ϕ、$\{2\}$、$\{3\}$、$\{4\}$、$\{2, 3\}$、$\{2, 4\}$ 和 $\{3, 4\}$。

例 9　设集合 $A=\{x\mid x$ 为小于 4 的正整数$\}$，试写出与集合 A 相等的集合 B。

解　因为 $A=\{x\mid x$ 为小于 4 的正整数$\}=\{1, 2, 3\}$，所以，若 $B=\{1, 2, 3\}=\{x\mid x$ 为小于 5 的质数$\}$，则

$$A = B$$

定理　如果$A \subseteq B$、$B \subseteq C$，则$A \subseteq C$。

证　设a是A的任一元素，因为

$$A \subseteq B$$

所以　$a \in B$

又因为　$B \subseteq C$

所以　$a \in C$

即　$A \subseteq C$

三、集合的运算

集合之间的关系可以用图形表示，称为文氏图。文氏图用平面上的一个区域代表一个集合，如图1-1。集合内的元素以区域内的点表示。集合的运算可用文氏图直观解释。

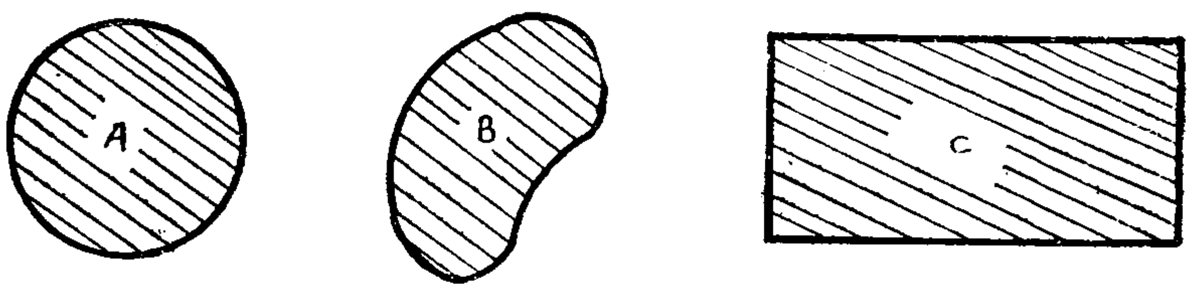

图1-1

（一）集合的交

定义3　若集合A与集合B有公共元素，所有公共元素构成一个新集合，这个新的集合称为集合A与B的交集，简称为交，记作

$$A \cap B$$

文氏图1-2中的阴影部分形象地表示集合A与B的交。

例10　若$A = \{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 1\}$，$B = \{x \mid x > 0\}$，则

$A\cap B=\{x|\ 0<x\leqslant 1\}$

同样可定义：n个集合$A_1, A_2, \cdots, A_n$的所有公共元素构成一个新的集合，这个新的集合称为集合A_1，A_2，…，A_n的交，记作

$$A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$$

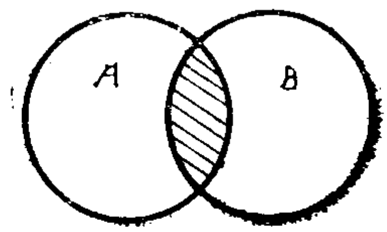

图 1-2

或缩记作

$$\bigcap_{K=1}^{n} A_K$$

显然，对于无限个集合，同样可以定义集合的交

$$\bigcap_{K=1}^{\infty} A_K$$

例11　若 $A_n=\left\{x|\ 0\leqslant x\leqslant\frac{1}{n}\right\}$，$(n=1, 2, 3\cdots\cdots)$

试证 $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n=\{0\}$。

证　对任意n，显然$0\in A_n$，所以

$$0\in\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$$

对于任一确定的不等于0的正数$x>0$，总有一个n，使

$$\frac{1}{n+1}<x\leqslant\frac{1}{n}$$

所以　$x\in A_n$　但　$x\overline{\in} A_{n+1}$

故　$x\overline{\in}\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$

因而　$\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n=\{0\}$

根据交集的定义可知：如果要证明一个元素 a 是集合 A 与 B 的交集的元素，则需证明，a 是 A 的元素，也是 B 的元素。如果 A 与 B 沒有公共元素，即 $A \cap B = \Phi$，则称集合 A 与 B 不相交，如图 1-3 所示。

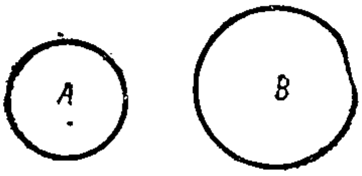

图 1-3

集合的交具有下列性质：

1°、$A \cap B \subset A$，$A \cap B \subset B$

2°、对任何集合 A，有

$$A \cap U = A,\quad A \cap \Phi = \Phi,\quad A \cap A = A$$

（二）集合的并

定义 4　集合 A 与集合 B 的所有元素一起，作为一个整体，构成一个新的集合，这个新的集合称为集合 A 与 B 的并集，简称并，记作

$$A \cup B$$

并集可用文氏图1-4中的阴影部分表示。

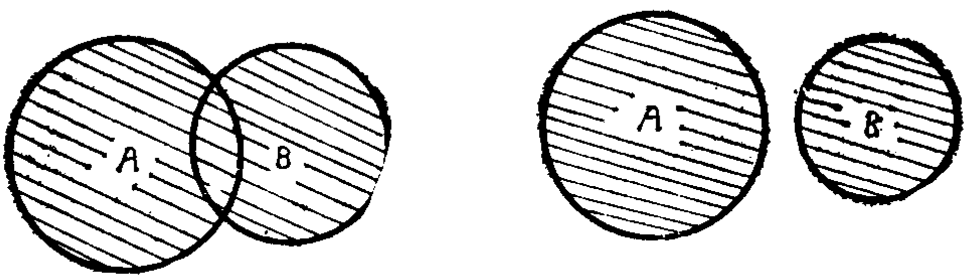

图 1-4

例 12　若 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$，那么

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$$

同样可定义：n个集合 A_1，A_2，…，A_n 的所有元素构成一个新的集合，这个新的集合称为集合 A_1，A_2，…A_n 的并，记作

$$A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$$