

商业职工自修大学丛书

郭立焕主编

經濟数学

(基础部分)

上册

中国展望出版社

经济数学（基础部分）

（上、下册）

郭立煊 主编

中国展望出版社出版

（北京西城区太平桥大街4号）

香河县印刷厂印刷

北京新华书店发行

850×1168毫米 1/32开本 31.25印张

812千字 1984年8月 北京第1版

第1次印刷 1—50,000册

统一书号：4271·046 定价：~~6.18元~~ 6.18元

内 容 提 要

本书内容包括：微积分、线性代数、线性规划、概率统计等四部分共二十章。主要阐明与经济科学有关的数学理论和方法。在叙述过程中，除联系大量经济实例外，每章末还有一定数量的习题，书末附有部分习题的答案。

出版说明

为适应社会主义现代化建设的需要，我社聘请中国社会科学院财贸物资经济研究所的研究人员，中国人民大学、北京大学、北京师范大学、北京经济学院、辽宁财经学院、山西财经学院的教授和讲师，根据大学商业经济专业本科教学计划和教学大纲的要求，从兼顾大学本科、函授教育和商业职工自修成材两方面的需要出发，采取通俗易懂、深入浅出、便于自学的写作方法，撰写了马克思主义哲学原理、政治经济学(资本主义部分)、政治经济学(社会主义部分)、现代汉语、经济数学、中国商业简史、商业经济学概论、商品经营学概论、商品价格学、商业计划、商业企业管理学概论、商业会计学、商业财务、商业统计学、财政与金融、商品学基础、中国经济地理、经济法概论等十八种政治理论和专业书籍，作为大学财经院校学生和广大商业职工的整套教材。

目 录

第一篇 微 积 分

第一章 集合与函数	(1)
§ 1 集合	(1)
§ 2 函数	(17)
习题一	(42)
第二章 极限与连续	(48)
§ 1 函数的极限	(49)
§ 2 无穷大量与无穷小量	(61)
§ 3 极限运算法则	(70)
§ 4 极限存在的准则·两个重要极限	(79)
§ 5 无穷小量的比较	(89)
§ 6 函数的连续性	(95)
习题二	(114)
第三章 导数及其应用	(120)
§ 1 导数的概念	(120)
§ 2 导数运算法则	(134)
§ 3 反函数与复合函数的导数	(139)
§ 4 高阶导数	(146)
§ 5 隐函数的导数及对数求导法	(148)
§ 6 参数方程所确定的函数的导数	(152)
§ 7 偏导数	(158)

§ 8	微分学的基本定理	(165)
§ 9	罗比塔法则	(174)
§ 10	函数的弹性	(187)
§ 11	函数单调性的判别	(192)
§ 12	函数的极值	(196)
§ 13	函数的最大值和最小值及其应用	(210)
§ 14	曲线的凹凸性及拐点	(219)
§ 15	函数作图的一般程序	(225)
习题三		(235)
第四章	微分及其应用	(246)
§ 1	函数的微分	(246)
§ 2	微分在近似计算中的应用	(255)
§ 3	台劳公式	(260)
§ 4	全微分	(275)
§ 5	复合函数的微分法	(285)
§ 6	隐函数的微分法	(297)
习题四		(303)
第五章	不定积分	(308)
§ 1	原函数与不定积分	(308)
§ 2	不定积分的性质及基本公式	(311)
§ 3	直接积分法和分部积分法	(313)
§ 4	换元积分法	(320)
§ 5	用积分法解简单的微分方程	(331)
习题五		(338)
第六章	定积分及其应用	(341)
§ 1	定积分的概念	(341)
§ 2	定积分的性质、中值定理	(350)
§ 3	定积分与原函数的关系	(359)

§ 4	定积分的计算	(365)
§ 5	定积分的应用	(372)
§ 6	定积分的近似计算	(382)
§ 7	广义积分	(386)
§ 8	含参变量的积分	(394)
习题六		(398)
第七章	重积分	(405)
§ 1	二重积分的概念	(405)
§ 2	二重积分的性质	(408)
§ 3	二重积分的计算	(410)
§ 4	三重积分及其计算	(425)
习题七		(438)
参考文献		(441)

第二篇 线性代数

第八章	行列式	(443)
§ 1	二、三阶行列式	(443)
§ 2	排列与对换	(448)
§ 3	n 阶行列式	(450)
§ 4	行列式的性质	(453)
§ 5	行列式按某一行(或列)的元素展开	(460)
§ 6	克莱姆法则	(467)
习题八		(473)
第九章	向量、矩阵及线性方程组	(480)
§ 1	消元法	(480)
§ 2	n 维向量空间	(490)
§ 3	向量间的线性关系	(492)

§ 4	矩阵的秩	(506)
§ 5	基与坐标	(509)
§ 6	线性方程组解的结构	(511)
习题九		(523)
第十章	矩阵的运算与特殊矩阵	(530)
§ 1	矩阵的运算	(531)
§ 2	矩阵的分块	(542)
§ 3	方阵的逆	(546)
§ 4	常用重要方阵	(559)
§ 5	依存系数矩阵 $(E - A)$ 的满秩证明	(563)
习题十		(566)
第十一章	投入产出分析	(574)
§ 1	投入产出表	(574)
§ 2	平衡方程	(576)
§ 3	直接消耗系数	(578)
§ 4	完全消耗系数	(583)
§ 5	投入产出分析在几个方面的应用	(587)
习题十一		(591)
参考文献		(591)

第三篇 线性规则

第十二章	线性规划问题的数学模型及解	(595)
§ 1	线性规划问题的数学模型	(595)
§ 2	线性规划问题的解	(608)
习题十二		(614)
第十三章	线性规划问题的一般解法	(621)
§ 1	线性规划问题数学模型的标准形式	(621)

§ 2	线性规划问题的消元迭代解法	(627)
§ 3	线性规划问题的单纯形解法	(632)
§ 4	线性规划问题的对偶解法	(662)
§ 5	灵敏度分析	(679)
习题十三		(684)
第十四章 线性规划问题的特殊解法		(691)
§ 1	物资调运问题的表上作业法	(691)
§ 2	物资调运问题的图上作业法	(711)
习题十四		(721)
参考文献		(725)

第四篇 概 率 统 计

第十五章 随机事件及其概率		(729)
§ 1	随机事件	(729)
§ 2	随机事件的概率	(732)
§ 3	加法公式	(737)
§ 4	乘法公式	(739)
§ 5	全概公式和逆概公式	(743)
§ 6	独立试验序列概型	(749)
习题十五		(752)
第十六章 随机变量及其概率分布		(756)
§ 1	随机变量及其概率分布	(756)
§ 2	离散型随机变量的概率分布	(760)
§ 3	连续型随机变量的概率分布	(768)
§ 4	多维随机变量及其概率分布	(782)
§ 5	随机变量的函数的概率分布	(795)
习题十六		(801)

第十七章 随机变量的数字特征	(807)
§ 1 随机变量的均值(数学期望)	(807)
§ 2 随机变量的方差	(820)
§ 3 极限定理简介	(833)
习题十七	(840)
第十八章 统计推断	(843)
§ 1 基本概念	(843)
§ 2 参数估计	(851)
§ 3 假设检验	(862)
习题十八	(875)
第十九章 方差分析	(878)
§ 1 一元方差分析	(878)
§ 2 二元方差分析	(889)
习题十九	(894)
第二十章 回归分析	(898)
§ 1 一元线性回归分析	(899)
§ 2 多元回归分析介绍	(912)
习题二十	(914)
附表 1 泊松分布表	(917)
附表 2 标准正态分布表	(921)
附表 3 t 分布表	(922)
附表 4 χ^2 分布表	(924)
附表 5 F 分布表	(926)
附表 6 相关系数临界值(λ)表	(932)
参考文献	(933)
习题答案	(934)

第一章 集合与函数

数学是研究空间形式和数量关系的科学。初等数学主要研究常量和相对静止状态下的空间形式和数量关系，是常量数学；高等数学主要研究变量和运动状态下的空间形式和数量关系，是变量数学。因而反映变量之间依从关系的函数，就成为高等数学研究的基本对象。为了在初等数学的基础上进一步研究函数，本章将在集合论的概念下重温函数的概念、性质和一些基本的函数。

§ 1 集 合

集合论研究集合的一般性质。自从十九世纪末数学家将有限集合推广到无限集合以来，集合论本身已成为数学的一个分支。由于构成集合的对象具有任意性、讨论具有普遍性，这使它成为现代数学许多分支的共同基础，并对数学产生了巨大的影响。本节主要介绍集合论中关于集合、对应和集合运算的知识，以便将现代数学渗透到后面要叙述的内容中去。

一、集合的概念

在工作和学习中，我们总是要研究某些事物组成的整体，例如一个班组、一批产品、全体实数等，这些都是集合。集合是由具有某种特定性质的事物构成的整体，或者是可以按照某一特定法则去研究的对象的全体。集合中的一个事物或对象，叫做它的元素。

例1 一九八二年三月在太原市出生的所有人组成一个集

合。

例 2 某商店的全体职工组成一个集合。

例 3 全体奇数组成一个集合。

例 4 直线 $y = x$ 上所有的点组成一个集合。

集合一般用大写字母 A 、 B 、 C 、……表示，它的元素用小写字母 a 、 b 、 c 、……表示。若 a 是集合 A 中的元素，记作

$$a \in A \quad (\text{读作 } a \text{ 属于 } A)$$

若 a 不是集合 A 中的元素，记作

$$a \notin A$$

或 $a \notin A$ (读作 a 不属于 A)

例如，若 F 为全体有理数的集合，那么

$$\frac{5}{6} \in F, \quad \sqrt{2} \notin F$$

集合、元素及它们之间的隶属关系 $\in$ 是集合论的最基本概念，其他概念都可以由此引伸出来。

定义 1 集合所含元素的个数有限时，称为有限集，如前面的例 1 和例 2；集合所含元素的个数无限时，称为无限集，如前例 3 和例 4。

我们可以用两种方法表示一个确定的集合。

1. 列举法：把有限集中所有的元素按任意顺序列在花括号 $\{ \}$ 内，称为列举法。例如，“小于 6 的正整数”的集合 A 可表示为：

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

又如 B 为 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 根的集合，那么

$$B = \{2, 1\}$$

列举时，与元素顺序无关，但不得遗漏或重复。如上述集合 A 还可以表示为

$$A = \{5, 4, 3, 2, 1\} \text{ 或 } A = \{1, 2, 4, 3, 5\}$$

等等，但不可写成

$$\{1, 2, 2, 3, 4, 5\}$$

2. 描述法：列举法只适用于元素为数不多的有限集；如果元素较多，即使是有限集，写出所有的元素，也是很方便的，甚至往往是不可能的。例如，要给出某中学全体学生组成的集合，就得将每个学生的名字都写出来。显然，这是很麻烦的。对于这种情况，我们可以用较简单的方式表示

$$\{\text{某中学全体学生}\}$$

这种方法叫做描述法，即给出集合中元素的共同性质。如前例

$$A = \{\text{小于6的正整数}\}$$

例5 设 A 为 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 根的集合，那么 A 可表示为

$$A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$$

例6 设 B 为全体偶数的集合，那么 B 可表示为

$$B = \{x \mid x = 2n, n \text{ 为整数}\}$$

例7 由圆 $x^2 + y^2 = 16$ 上所有的点组成的集合 C ，可表示为

$$C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 16\}$$

具有某种特定性质的一切事物所构成的集合，叫做全集，用 U 来表示。全集是相对的：如果讨论的问题仅限于正整数，则全体正整数的集合为全集；如讨论的问题包括正整数和负整数，则全体正整数为非全集。只含一个元素的集，称为单元素集。元素 a 和单元素集 $\{a\}$ 是不同的，前者是元素，后者是集合。不含任何元素的集，称为空集，记作

$$\phi = \{ \}$$

例如，

$$\phi = \{x \mid x^2 + 1 = 0\}$$

就是空集。应当注意的是：集合 $\{0\}$ 不是空集，因为它含有一个元素 0 。

二、集合之间的关系

定义 2 设有两个集合 A 与 B

(1) 若 A 的每一个元素都是 B 的一个元素 (即若 $a \in A$, 则 $a \in B$), 则称 A 为 B 的一个子集, 记作

$$A \subseteq B \quad \text{或} \quad B \supseteq A$$

(2) 如果 A 的每一个元素都是 B 的元素, 但 B 中至少有一个元素不是 A 的元素, 则称 A 为 B 的真子集, 记作

$$A \subset B \quad \text{或} \quad B \supset A$$

(3) 如果 A 的每一个元素都是 B 的元素, 而 B 的每一个元素也都是 A 的元素, 即

$$A \subseteq B \quad \text{且} \quad B \subseteq A$$

则称 A 与 B 相等, 记作

$$A = B$$

根据定义可知:

(1) 空集 ϕ 是任何集合 A 的子集, 即

$$\phi \subseteq A$$

(2) 任何一个集合 A 都是它本身的子集, 即

$$A \subseteq A$$

但不是真子集。

例 8 设 $A = \{2, 3, 4\}$, 试写出 A 的全部子集和真子集。

解 A 的子集有 ϕ 、 $\{2\}$ 、 $\{3\}$ 、 $\{4\}$ 、 $\{2, 3\}$ 、 $\{2, 4\}$ 、 $\{3, 4\}$ 和 $\{2, 3, 4\}$; A 的真子集有 ϕ 、 $\{2\}$ 、 $\{3\}$ 、 $\{4\}$ 、 $\{2, 3\}$ 、 $\{2, 4\}$ 和 $\{3, 4\}$ 。

例 9 设集合 $A = \{x \mid x \text{ 为小于 } 4 \text{ 的正整数}\}$, 试写出与集合 A 相等的集合 B。

解 因为 $A = \{x \mid x \text{ 为小于 } 4 \text{ 的正整数}\} = \{1, 2, 3\}$, 所以, 若 $B = \{1, 2, 3\} = \{x \mid x \text{ 为小于 } 5 \text{ 的质数}\}$, 则

$$A = B$$

定理 如果 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$ 。

证 设 a 是 A 的任一元素, 因为

$$A \subseteq B$$

所以

$$a \in B$$

又因为

$$B \subseteq C$$

所以

$$a \in C$$

即

$$A \subseteq C$$

三、集合的运算

集合之间的关系可以用图形表示, 称为文氏图。文氏图用平面上一个区域代表一个集合, 如图 1-1。集合内的元素以区域内的点表示。集合的运算可用文氏图直观解释。

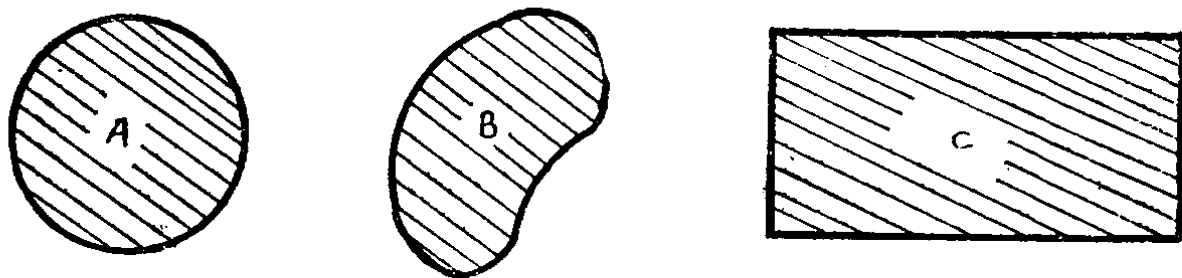


图 1-1

(一) 集合的交

定义 3 若集合 A 与集合 B 有公共元素, 所有公共元素构成一个新集合, 这个新的集合称为集合 A 与 B 的交集, 简称为交, 记作

$$A \cap B$$

文氏图 1-2 中的阴影部分形象地表示集合 A 与 B 的交。

例 10 若 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x \mid x > 0\}$, 则

$$A \cap B = \{x \mid 0 < x \leq 1\}$$

同样可定义： n 个集合 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的所有公共元素构成一个新的集合，这个新的集合称为集合 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的交，记作

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$$

或缩记作

$$\bigcap_{k=1}^n A_k$$

显然，对于无限个集合，同样可以定义集合的交

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$$

例11 若 $A_n = \left\{x \mid 0 \leq x \leq \frac{1}{n}\right\}$, ($n = 1, 2, 3, \dots$)

$$\text{试证 } \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \{0\}.$$

证 对任意 n ，显然 $0 \in A_n$ ，所以

$$0 \in \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$$

对于任一确定的不等于0的正数 $x > 0$ ，总有一个 n ，使

$$\frac{1}{n+1} < x \leq \frac{1}{n}$$

所以

$$x \in A_n \quad \text{但} \quad x \notin A_{n+1}$$

故

$$x \notin \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$$

因而

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \{0\}$$

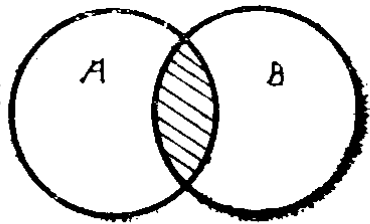


图 1-2

根据交集的定义可知：如果要证明一个元素 a 是集合 A 与 B 的交集的元素，则需证明， a 是 A 的元素，也是 B 的元素。如果 A 与 B 没有公共元素，即 $A \cap B = \phi$ ，则称集合 A 与 B 不相交，如图 1-3 所示。

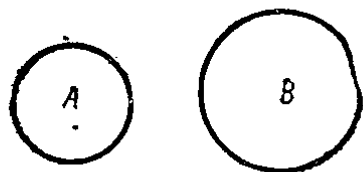


图 1-3

集合的交具有下列性质：

1°、 $A \cap B \subset A$ ， $A \cap B \subset B$

2°、对任何集合 A ，有

$$A \cap U = A, \quad A \cap \phi = \phi, \quad A \cap A = A$$

(二) 集合的并

定义 4 集合 A 与集合 B 的所有元素一起，作为一个整体，构成一个新的集合，这个新的集合称为集合 A 与 B 的并集，简称并，记作

$$A \cup B$$

并集可用文氏图 1-4 中的阴影部分表示。

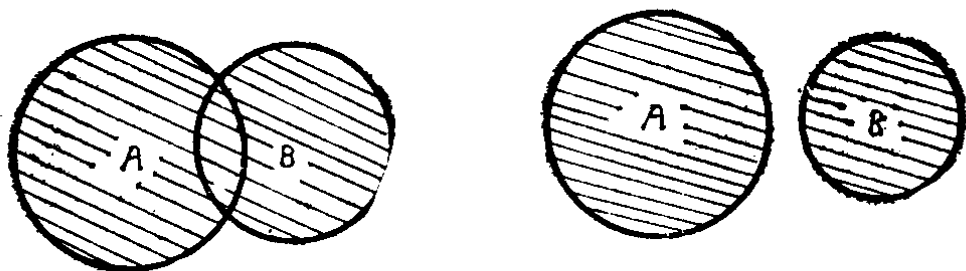


图 1-4

例 12 若 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ，那么

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$$

同样可定义： n 个集合 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的所有元素构成一个新的集合，这个新的集合称为集合 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的并，记作

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$$