

我的第一本奥数书



奥数冠军的 零起步秘笈

4

陆霞 / 编著

WoDeDiYiBenAoShuShu

AoShuGuanJunDeLingQiBuMiJi

年级

小乌龟和小兔子进行
1000 米的赛跑，
小兔子每分钟能跑 100 米，
而小乌龟每分钟只能跑 10 米。



比赛开始后，
当小兔子跑到全程的一半时，
小乌龟还在离起跑线不远的地方，
小兔子于是放心地在路边睡大觉了。
当小乌龟距离终点还有 40 米的时候，
小兔子醒了。请问小兔子能追上小乌龟吗？



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

我 的 第 一 本 奥 数 书



奥数冠军的 零起步秘笈

4

年级

陆 霞 / 编著

WoDeDiYiBenAoShuShu

AoShuGuanJunDeLingQiBuMiJi



华东理工大学出版社

EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

奥数冠军的零起步秘笈 (4 年级) / 陆霞编著. —上海: 华东理工大学出版社, 2014.1

(我的第一本奥数书)

ISBN 978-7-5628-3725-1

I. ①奥… II. ①陆… III. ①小学数学课—题解
IV. ① G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 265597 号

我的第一本奥数书

奥数冠军的零起步秘笈 (4 年级)

编 著 / 陆 霞

策划编辑 / 庄晓明

责任编辑 / 赵子艳

责任校对 / 张 波

封面设计 / 肖祥德

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地 址: 上海市梅陇路 130 号, 200237

电 话: (021) 64250306 (营销部)

(021) 64252718 (编辑室)

传 真: (021) 64252707

网 址: press.ecust.edu.cn

印 刷 / 上海崇明裕安印刷厂

开 本 / 787mm×1092mm 1/16

印 张 / 10.75

字 数 / 324 千字

版 次 / 2014 年 1 月第 1 版

印 次 / 2014 年 1 月第 1 次

书 号 / ISBN 978-7-5628-3725-1

定 价 / 28.00 元

联系我们: 电子邮箱: press@ecust.edu.cn

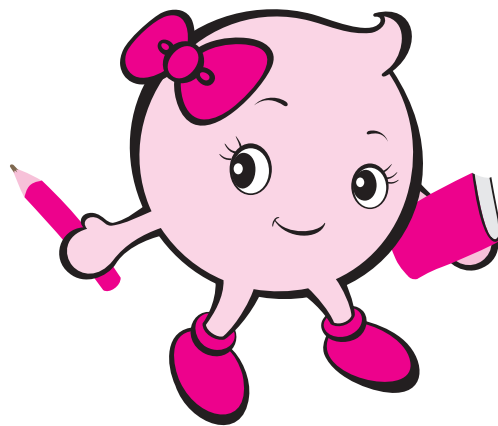
官方微博: e.weibo.com/ecustpress

淘宝官网: <http://shop61951206.taobao.com>



扫描进入手机淘宝网店

“理思”与她的朋友们

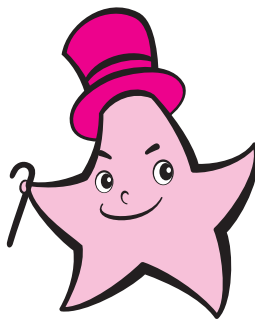


我的好妈妈：
理思皇后

小朋友，你们好，我叫“理思”。我是一个有理想、乐思考的小女孩，很高兴能跟你交朋友。



我的好伙伴：
阿笨猫



我的军师：
智多星

前言

数学是一门重要的基础学科，记得20世纪80年代曾经流行过非常响亮的一句口号：学好数理化，走遍天下都不怕。数学，显然是数理化的领头羊。这句话也从某个侧面告诉我们，数学是其他学科的基础。在科技飞速发展的21世纪，数学的重要性更是毋庸置疑的。

数学，是锻炼思维的体操。思维的锻炼，要从小开始抓起。通过科学、严格、系统的训练，为今后进一步深造学习打好坚实的基础。

这套奥数教程有三大特点。

第一，遵循孩子学习的特点设置栏目。本书作者长期从事数学竞赛的培训工作，深知孩子的特点是喜欢听故事，因此本书每章的切入点是“故事堡”，用一个个有趣的小故事把孩子们吸引到数学学习中来，孩子们不知不觉地就会喜欢上数学。

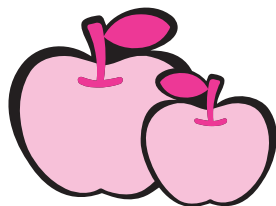
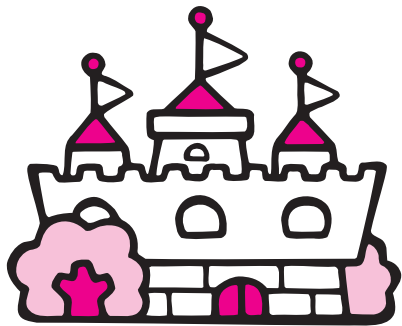
第二，把发展孩子对数学的兴趣放在首位，不搞难题、偏题、怪题，不搞题海战术。过难过怪过偏的题目，只会挫伤孩子们对数学的兴趣；题海战术只能加重孩子课外学习的负担，让孩子们宝贵时间浪费在不必要的、枯燥无聊的重复之中。这套教程让孩子的奥数学习之路从零起步，循序渐进，一步步迈向神秘的数学殿堂。

第三，本套教程，每个细节之处都强调方法比知识更重要。不仅仅“授之以鱼”，更“授之以渔”，教会他们解题的方法。思维的训练，关键就是在方法，方法掌握了，事半功倍。本套教程中所设置的“知识点”让每一章的重点难点一目了然，而“分析与解答”“思维导图”等栏目，让数学思维方法更醒目、更直观。本书的每道例题、练习题都有详细的解答过程和步骤，既可作为学校第二课堂的兴趣教材，也适合孩子们在家自学。

小学阶段是每个孩子人生之中求学的起步阶段，我们希望这些理念能够得到家长和老师们们的认同。编一套奥数书并不难，难就难在要编出一套能让孩子们真正喜欢的奥数辅导书，如果本套书能够在孩子们的成长道路上给予他们哪怕一丁点的帮助，我们也就心满意足了。

目 录

- 第一讲 加法原理 / 001
- 第二讲 乘法原理 / 006
- 第三讲 重叠问题 / 012
- 第四讲 奇数和偶数 / 018
- 第五讲 最短路线问题 / 023
- 第六讲 相遇问题 / 030
- 第七讲 追及问题 / 034
- 第八讲 车长问题 / 038
- 第九讲 流水问题 / 043
- 第十讲 页码和数码 / 048
- 第十一讲 复杂平均数 / 053
- 第十二讲 尾数问题 / 057
- 第十三讲 长度与角度 / 062



- 第十四讲 乘除法的数字谜 / 067
- 第十五讲 幻方与数阵图 / 074
- 第十六讲 数的整除特征 / 080
- 第十七讲 不规则图形的面积计算 / 085
- 第十八讲 三角形等积变形 / 091
- 第十九讲 解一元一次方程 / 097
- 第二十讲 列方程解应用题 / 101
- 第二十一讲 最值问题 / 105
- 第二十二讲 错中求解 / 110
- 第二十三讲 图形的剪拼 / 114
- 第二十四讲 逻辑推理 / 119
- 答案详解——开心果 / 124
- 数学课本中的奇人逸事 / 165

第一讲 加法原理



知识点

生活中常有这样的情况，就是在做一件事时，有几类不同的方法，而每一类方法中，又有几种可能的做法。那么，考虑完成这件事所有可能的做法，就要用加法原理来解决。通过本讲的学习，掌握加法原理的基本内容，养成分类讨论问题的习惯，锻炼思维的周全细致。



故事堡

一次，齐王与大将田忌赛马，每人有四匹马，分为四等。田忌知道齐王这次比赛马的出场顺序为一等，二等，三等，四等，而且还知道这八匹马跑得最快的是齐王的一等马，接着依次为自己的一等，齐王的二等，自己的二等，齐王的三等，自己的三等，齐王的四等，自己的四等。

同学们，你知道田忌有几种方法安排自己的马的出场顺序以保证自己至少能赢两场比赛？



第一场不管怎么样田忌都必输，田忌只可能在接下来的三场里赢得比赛，若三场全胜，则只有一种出场方法。若胜两场，则又分为三种情况：

二，三两场胜，此时只能是田忌的一等马赢齐王的二等马，田忌的二等马赢齐王的三等马，只有这一种情况；

二，四两场胜，此时有三种情况；

三，四两场胜，此时有七种情况。

所以一共有 $1+1+3+7=12$ （种）方法。



聪明屋

例 1

理思去给表弟买生日礼物，在商店里卖的东西中，有不同的玩具 8 种，不同的课外书 20 本，不同

的纪念品 10 种，那么，理思买一种礼物可以有_____种不同的选法。

分析与解答



理思买一种礼物有三类方法：第一类，买玩具，有 8 种方法；第二类，买课外书，有 20 种方法；第三类，买纪念品，有 10 种方法。根据加法原理，理思买一种礼物有 $8+20+10=38$ （种）方法。

思维导图



加法原理

一般地，如果完成一件事有 k 类方法，第一类方法中有 m_1 种不同做法，第二类方法中有 m_2 种不同做法，……，第 k 类方法中有 m_k 种不同做法，则完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\cdots+m_k$ 种不同方法，这就是加法原理。

加法原理运用的范围：完成一件事的方法分为几类，每一类中的任何一种方法都能完成任务，这样的问题可以使用加法原理解决。我们可以简记为：“加法分类，类类独立”。

顺藤摸瓜



1. 阳光小学四年级有 3 个班，各班分别有男生 18 人、20 人、16 人。从中任意选一人当升旗手，有_____种选法。
2. 大林和小林共有小人书不超过 9 本，他们各自有小人书的数目有_____种可能的情况。

例 2

从 1~10 中每次取两个不同的数相加，和大于 10 的共有_____种取法。

分析与解答



根据第一个数的大小，将和大于 10 的取法分为 9 类：

	第一个数	第二个数	有几种
第 1 类	1	10	1
第 2 类	2	10、9	2
第 3 类	3	10、9、8	3
第 4 类	4	10、9、8、7	4
第 5 类	5	10、9、8、7、6	5
第 6 类	6	10、9、8、7	4
第 7 类	7	10、9、8	3
第 8 类	8	10、9	2
第 9 类	9	10	1

选择合适的分类方式是运用加法原理的关键。好的分类方式往往能达到事半功倍的效果。

注意：本题中“7+8”与“8+7”只能算一种取法。

因此，根据加法原理，共有： $1+2+3+4+5+4+3+2+1=25$ （种）取法使和大于 10。

思维导图

枚举法

枚举法又叫穷举法，就是把所有符合条件的对象一一列举出来进行计数。

枚举的时候要注意顺序，这样才能做到不重复不遗漏。

顺藤摸瓜

3. 从 1~8 中每次取两个不同的数相加，和大于 10 的共有_____种取法。
4. 甲、乙、丙三个工厂共订了 300 份报纸，每个工厂至少订了 99 份，至多 101 份，一共有_____种不同的订法。

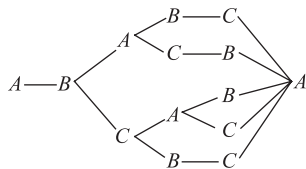
例 3

A、B、C 三个小朋友互相传球，先从 A 开始发球（作为第一次传球），这样经过了 5 次传球后，球恰巧又回到 A 手中，那么不同的传球方式共有_____种。

分析与解答

如右图，A 第一次传给 B，到第五次传回 A 有 5 种不同方式。

同理，A 第一次传给 C，也有 5 种不同方式。所以，根据加法原理，不同的传球方式共有 $5+5=10$ （种）。



思维导图

树形图法

借助于图形，可以使枚举过程不仅形象直观，而且有条理又不重复不遗漏，使人一目了然。

“树形图法”实际上是枚举法的一种。

顺藤摸瓜

5. 一只青蛙在 A、B、C 三点之间跳动，若青蛙从 A 点跳起，跳 4 次仍回到 A 点，则这只青蛙一共有_____种不同的跳法。
6. 甲、乙二人打乒乓球，谁先连胜两局谁赢，若没有人连胜头两局，则谁先胜三局谁赢，打到决出输赢为止。一共有_____种可能的情况。

例 4

用 100 元钱购买 2 元、4 元或 8 元饭票若干张，没有剩钱，共有_____种不同的买法。

分析与解答

如果买 0 张 8 元饭票，还剩 100 元，可以购买 4 元饭票的张数为 0~25 张，其余的钱全部购买 2 元饭票，共有 26 种买法；

如果买 1 张 8 元饭票，还剩 92 元，可购 4 元饭票 0~23 张，其余的钱全部购买 2 元饭票，共有 24 种买法；

如果买 2 张 8 元饭票，还剩 84 元，可购 4 元饭票 0~21 张，其余的钱全部购买 2 元饭票，共有 22 种买法；

……

如果买 12 张 8 元饭票，还剩 4 元，可购 4 元饭票 0~1 张，其余的钱全部购买 2 元饭票，共有 2 种买法。

总结规律，发现各类情况的方法数组成了一个公差为 2，项数是 13 的等差数列。利用分类计数原理及等差数列求和公式求出所有方法：

$$26+24+22+\cdots+2=(26+2)\times 13\div 2=182(\text{种})。$$

答：共有 182 种不同的买法。

顺藤摸瓜

7. 一家文具店橡皮每块 5 角、圆珠笔每支 1 元、钢笔每支 2 元 5 角。小明要在该店花 5 元 5 角购买两种文具，他有_____种不同的选择。

8. 袋中有 3 个红球、4 个黄球和 5 个白球，小明从中任意拿出 6 个球，他拿出球的情况共有_____种可能。

例 5

1995 的数字和是 $1+9+9+5=24$ ，小于 2000 的四位数中数字和等于 24 的数共有_____个。

分析与解答

小于 2000 的四位数千位数字必须是 1，要它各位数字和为 24，只需其余三位数字的和是 23。因为十位、个位数字和最多为 $9+9=18$ ，因此，百位数字至少是 5。于是

百位数字为 5 时，只有 1599 一个；

百位数字为 6 时，只有 1689，1698 两个；

百位数字为 7 时，只有 1779，1788，1797 三个；

百位数字为 8 时，只有 1869，1878，1887，1896 四个；

百位数字为 9 时，只有 1959，1968，1977，1986，1995 五个；

根据加法原理，总计 $1+2+3+4+5=15$ （个）。



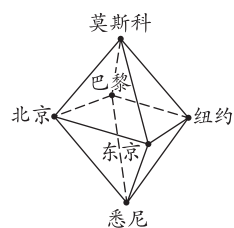
9. 2007 的数字和是 $2+0+0+7=9$ ，大于 2000 小于 3000 的四位数中数字和等于 9 的数共有 _____ 个。

10. 在四位数中，各位数字之和是 4 的四位数有 _____ 个。



智慧泉

从北京出发有到达东京、莫斯科、巴黎和悉尼的航线，其他城市间的航线如右图所示（虚线表示在地球背面的航线），则从北京出发沿航线到达其他所有城市各一次的所有不同路线有多少条？



第二讲 乘法原理



知识点

在日常生活中常常会遇到这样一些问题，就是在做一件事时，往往要分为多个步骤，而在完成每一步时，又有几种不同的方法，要知道完成这件事一共有多少种方法，就要用到乘法原理。乘法原理的数学思想主旨在于分步考虑问题，本讲的目的也是为了养成分步考虑问题的习惯，分清楚什么时候用乘法原理，有几个必要的步骤，以及各步之间的关系。



故事堡

星期五学校要开运动会，正在理思兴奋之时，陆老师忽然把她和她的“死党”叫到了办公室，只听陆老师说：“学校开运动会买了运动服发给运动员。理思，你帮忙看看，一共有多少种分法，上衣和裤子可以同色，也可以不同色。答对了，你就可以挑一套哦！”

理思嘟着嘴，看看那一堆衣裤，真漂亮！要是自己能挑一套的话，该有多好呀！有红、黄、蓝三种颜色，有多少种选法呢？



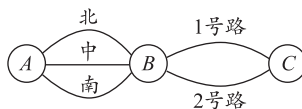
如果上衣和裤子同色，一共有3种选法；如果不同色，可以选红色和黄色，红色和蓝色，蓝色和黄色，那么将上衣裤子的颜色颠倒，就有： $2 \times 3 = 6$ （种）；总共有 $6 + 3 = 9$ （种）。



聪明屋

例 1

邮递员投递邮件，由A村去B村的道路有3条，由B村去C村的道路有2条，那么邮递员从A村经B村去C村，共有_____种不同的走法。

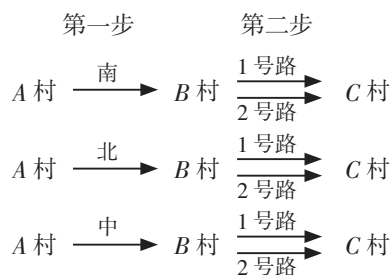


分析与解答



把可能出现的情况全部考虑进去。

由分析知道邮递员由 A 村去 B 村是第一步，再由 B 村去 C 村为第二步，完成第一步有 3 种方法，而每种方法的第二步又有 2 种方法。根据乘法原理，从 A 村经 B 村去 C 村，共有 $3 \times 2 = 6$ （种）方法。



思维导图



乘法原理

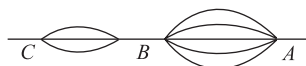
完成一件工作有几个相关联的步骤，要依次完成这几个步骤，这件工作才能完成，而每一个步骤又各有几种不同的方法去完成。那么完成这件工作的方法总数，就是完成这件工作的各个步骤的方法种数之积。

如果用 N 表示完成这件工作的方法总数，用 m_1 表示第一步方法的种数，用 m_2 表示第二步方法的种数，……，用 m_n 表示第 n 步方法的种数，那么 $N = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$ 。

顺藤摸瓜



1. 如下图所示，从 A 地去 B 地有 5 种走法，从 B 地去 C 地有 3 种走法，那么李明从 A 地经 B 地去 C 地有_____种不同的走法。



2. 按下表给出的词造句，每句必须包括一个人、一个交通工具，以及一个目的地，请问可以造出_____个不同的句子。

爸爸	乘	飞机	去	北京
妈妈		火车		拉萨
我		汽车		台北

例 2

现在有不同的语文书 10 本，不同的数学书 15 本，不同的外语书 25 本。

- (1) 任取出一本书，有_____种取法；
- (2) 任取出三本不同类的书，有_____种取法；
- (3) 任取出两本不同类的书，有_____种取法。

分析与解答



(1) 任取出一本书,可能是语文、数学、外语,共有 $10+15+25=50$ (种)取法。(2) 凡取出三本不同类的书,取出的一定是语数外各一本,共有 $10\times 15\times 25=3750$ (种)取法。(3) 任取出两本不同类的书,取出的可能是语文和数学,这种组合有 $10\times 15=150$ (种)取法;取出的是数学和外语,有 $15\times 25=375$ (种)取法;取出的是语文和外语,有 $10\times 25=250$ (种)取法。那么,要取出两本不同类的书,共有 $150+375+250=775$ (种)不同的取法。

思维导图



取物品

“任取一个”用加法原理。

“取多个”时,每类都取到用乘法原理,有些类没取到先分类再在每小类里分步。

顺藤摸瓜



3. 过年了,妈妈买了7个不同的礼物,要送给亲朋好友的5个孩子,每人一个。其中姐姐的儿子小强想从智力拼图和遥控汽车中选一个,朋友的女儿小玉想从学习机和遥控汽车中选一个。那么妈妈送出这5件礼物共有_____种方法。

4. 理思有许多套服装,帽子的数量为5顶,上衣有10件,裤子有8条,还有皮鞋6双,每次出行要从几种服装中各取一个搭配。共可组成_____种不同的搭配(帽子可以选择戴与不戴)。

例3

“数学”这个词的英文单词是“MATH”。用红、黄、蓝、绿、紫五种颜色去分别给字母染色,每个字母染的颜色都不一样。这些颜色一共可以染出_____种不同的搭配方式。

分析与解答



为了完成对单词“MATH”的染色,我们可以按字母次序,把这个染色过程分四步依次完成:

第1步——对字母“M”染色,此时有5种颜色可以选择;

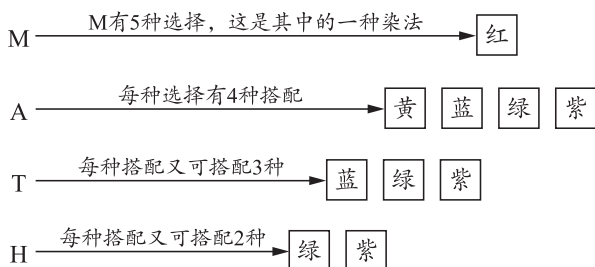
第2步——对字母“A”染色,由于字母“M”已经用过一种颜色,所以对字母“A”染色只有4种颜色可以选择;

第3步——对字母“T”染色,由于字母“M”和“A”已经用去了2种颜色,所以对字母“T”染色只剩3种颜色可以选择;

第4步——对字母“H”染色,由于字母“M”、“A”和“T”已经用去了3种颜色,所以对字母“H”染色只有2种颜色可以选择。

由乘法原理,共可以得到 $5\times 4\times 3\times 2=120$ (种)不同的染色方式。

下面的这棵枚举树清晰地揭示了利用乘法原理分步计数的过程。



顺藤摸瓜

5. “IMO”是国际数学奥林匹克的缩写，把这3个字母用3种不同颜色来写，现有5种不同颜色的笔，共有_____种不同的写法。

6. “学习改变命运”这六个字要用6种不同颜色来写，现只有6种不同颜色的笔，共有_____种不同的写法。

例4

用0，1，2，3能组成_____个没有重复数字的数。

分析与解答

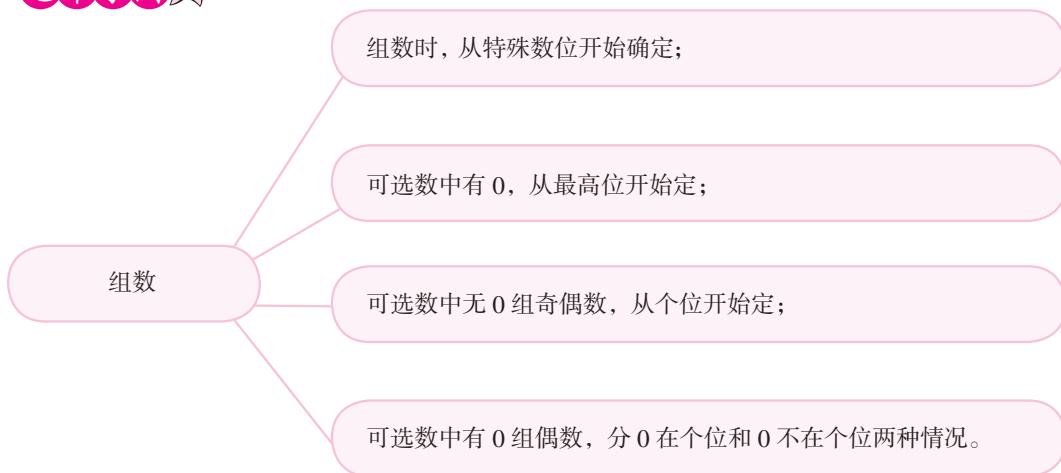
组成一位数有4个；

组成两位数，先确定十位数字，可选1、2、3，共3种选择，再确定个位数字，从剩下的3个数中选，还有3种选择，那么可组成的两位数有 $3 \times 3 = 9$ （个）；

用类似的方法可确定三位数共有 $3 \times 3 \times 2 = 18$ （个），四位数共有 $3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$ （个）。

那么，由0，1，2，3能组成 $4 + 9 + 18 + 18 = 49$ （个）没有重复数字的数。

思维导图

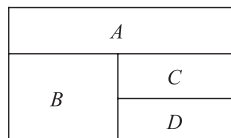


顺藤摸瓜

7. 用 0, 1, 2, 3 能组成_____个没有重复数字的三位偶数。
8. 用数字 0, 1, 2, 3, 4 可以组成_____个没有重复数字的三位数。

例 5

如右图，地图上有 A, B, C, D 四个国家，现用五种颜色给地图染色，要使相邻国家的颜色不相同，有_____种不同的染色方法。



分析与解答

为了按要求给地图上的四个国家染色，我们可以分四步来完成染色的工作：

第一步：给 A 染色，有 5 种颜色可选。

第二步：给 B 染色，由于 B 不能与 A 同色，所以 B 有 4 种颜色可选。

第三步：给 C 染色，由于 C 不能与 A, B 同色，所以 C 有 3 种颜色可选。

第四步：给 D 染色，由于 D 不能与 B, C 同色，但可以与 A 同色，所以 D 有 3 种颜色可选。

根据分步计数的乘法原理，用 5 种颜色给地图染色共有 $5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$ 种不同的染色方法。

思维导图

染色

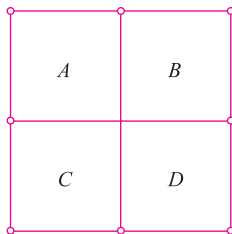
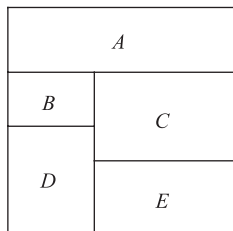
给地图染色，从相邻最多的块开始染色，按照顺时针或逆时针的方向依次往下染。

将要染某一块时，若存在染过的区域被将染的块隔开，则要分为如下两种情况讨论：

(1) 被隔开的区域同色；(2) 被隔开的区域不同色。

顺藤摸瓜

9. 地图上有 A, B, C, D 四个国家（右图），现用四种颜色给地图染色，使相邻国家不同色，有_____种染色方法。



10. 如左图，一张地图上有五个国家 A, B, C, D, E ，现在要求用四种不同的颜色区分不同国家，要求相邻的国家不能使用同一种颜色，不同的国家可以使用同一种颜色，那么这幅地图有_____种着色方法。



智慧泉

右图中共有 16 个方格，要把 A, B, C, D 四个不同的棋子放在方格里，并使每行每列只能出现一个棋子。问：共有多少种不同的放法？

