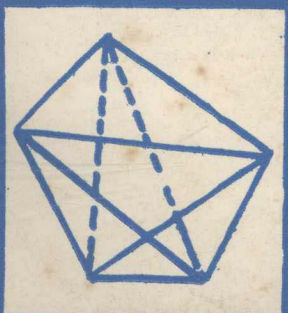


高等数学辅导

—— 概率统计部分

中南财经大学自学考试办公室



高等数学基础 (3)

— 概 率 统 计

学 习 参 考 书

目 录

说 明

概率统计部分

第一章 随机事件与概率

本书是高等院校财经类专业自学函授教材“高等数学基础(3) 概率统计”部分配套的数学辅助用书。为便于学员学好这门课程,书中对教材各章节的重点内容作了归纳,一并对各章习题作了选解,也补充了一定数量的思考题和习题(附选解),供阶段学习后小结、思考时选用,书后还有一些自测题(附参考答案),在课程结束时,学员可用以对课程内容掌握程度作初步自检。

余尚智、徐淑娟、张立锐同志为本书的编写提出了宝贵意见,编写本书时参考了中央电大用书《数理统计》、黎自任、崔国森:“《数理统计》学习参考”及其他有关书籍,陈清华同志给予了很好的协助,中南财经大学自学考试办公室函干处有关单位和同志给予很大支持与帮助,谨致衷心的感谢。

补充题与思考题三..... (39)

补充题与思考题三选解..... 编者 (41)

第四章 几种重要的概率分布..... 1987年2月27日 (48)

一、内容提要..... (48)

二、习题四选解..... (52)

三、补充题与思考题四..... (56)

四、补充题与思考题四选解..... (57)

第五章 多元随机变量和极限定理..... (61)

目 录

概率统计部分	
第一章 随机事件与概率	(1)
一、内容提要.....	(1)
二、习题一选解.....	(4)
三、补充题与思考题一.....	(12)
补充题与思考题一选解.....	(14)
第二章 随机变量的概率分布	(19)
一、内容提要.....	(19)
二、习题二选解.....	(21)
三、补充题与思考题二.....	(26)
补充题与思考题二选解.....	(27)
第三章 随机变量的特征数	(30)
一、内容提要.....	(30)
二、习题三选解.....	(33)
三、补充题与思考题三.....	(39)
补充题与思考题三选解.....	(41)
第四章 几种重要的概率分布	(48)
一、内容提要.....	(48)
二、习题四选解.....	(52)
三、补充题与思考题四.....	(56)
补充题与思考题四选解.....	(57)
第五章 多元随机变量和极限定理	(61)

一、内容提要.....	(61)
二、习题五选解.....	(64)
三、补充题与思考题五.....	(70)
补充题与思考题五选解.....	(70)
第六章 估计	(75)
一、内容提要.....	(75)
二、习题六选解.....	(78)
三、补充题与思考题六.....	(83)
(81) 补充题与思考题六选解.....	(83)
第七章 假设检验	(87)
一、内容提要.....	(87)
二、习题七选解.....	(93)
三、补充题与思考题七.....	(101)
(85) 补充题与思考题七选解.....	(102)
第八章 非参数方法	(107)
一、内容提要.....	(107)
二、习题八选解.....	(112)
三、补充题八.....	(121)
(86) 补充题八选解.....	(123)
第九章 方差分析	(126)
一、内容提要.....	(126)
二、习题九选解.....	(131)
第十章 回归分析	(142)
一、内容提要.....	(142)
二、习题十选解.....	(145)
三、补充题与思考题十.....	(155)

补充题与思考题十选解	(157)
第十一章 质量控制	(166)
一、内容提要	(166)
二、习题十一选解	(169)
第十二章 正交试验设计	(175)
一、内容提要	(175)
二、习题十二选解	(176)
自测题	(185)
自测题参考答案	(191)

大量重复观察或试验中呈现统计规律性的现象。

2. 随机事件 对随机现象进行的观察或试验中出现的每一种可能的结果，常记以A、B、C等。

3. 必然事件 每次试验中一定发生的事件，记作U。

4. 不可能事件 每次试验中一定不发生的事件。记作V。

5. 基本事件 随机事件中不可能再分解的单一性事件。

6. 事件间的关系：

(1) 事件的包含与相等 $A \subset B$ 表示事件A发生必然导致事件B发生。如果 $A \subset B$ ，且 $B \subset A$ ，则称A与B相等。

(2) 事件的和 $A+B$ 表示事件A与B至少有一个发生。

(3) 事件的积 AB 表示事件A与B同时发生。

(4) 事件的差 $A-B$ 表示事件A发生而事件B不发

第一章 随机事件与概率

一、内容提要

(一) 须理解和掌握的基本概念

1. 随机现象 在个别观察或试验中具有不确定性，而在大量重复观察或试验中又呈现出统计规律性的现象。

2. 随机事件 对随机现象进行的观察或试验中出现的每一种可能的结果，常记以A、B、C等。

3. 必然事件 每次试验中一定发生的事件，记作U。

4. 不可能事件 每次试验中一定不发生的事件。记作V。

5. 基本事件 随机事件中不可能再分解的单一性事件。

6. 事件间的关系:

(1) 事件的**包含与相等** $A \subset B$ 表示事件A发生必然导致事件B发生。如果 $A \subset B$ ，且 $B \subset A$ ，则称A与B相等。

(2) 事件的**和** $A + B$ 表示事件A与B至少有一个发生。

(3) 事件的**积** AB 表示事件A与B同时发生。

(4) 事件的**差** $A - B$ 表示事件A发生而事件B不发

生。

(5) **互不相容 (互斥) 事件** 若事件A与B不可能同时发生, 即 $AB = \emptyset$, 称A与B互不相容。

(6) **对立事件** 若事件A与B同时满足

$$A + B = U, AB = \emptyset$$

称A与B互为对立事件, 记作 $B = \bar{A}$ 。

(7) **完备事件组** 对于一组事件, A_1, A_2, \dots, A_n , 若它们两两之间互斥, 且 $A_1 + A_2 + \dots + A_n = U$, 则称 A_1, A_2, \dots, A_n 为一完备事件组。

7. **频率** 事件A在n次重复试验中发生了m次, 计算的比值 $\frac{m}{n}$ 。

8. **概率的统计定义** 若事件A在n次重复试验中发生了m次, 当n充分大时, 频率 $\frac{m}{n}$ 在某一常数附近摆动, 称该常数值为事件A的概率, 记作 $P(A)$ 。 $P(A)$ 是刻画事件A发生可能性大小的数量指标。

9. **条件概率** 在事件B发生的条件下事件A发生的概率, 称为事件A的条件概率, 记作 $P(A|B)$ 。

10. **事件的独立性** 若事件A与B同时发生的概率等于它们两个概率之积, 即

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

则称事件A与B相互独立。

(二) 要熟练掌握和运用的基本公式

1. 古典概型的概率计算公式

若试验结果一共由 n 个基本事件 A_1, A_2, \dots, A_n 组成, 这些事件的发生具有同等的可能性, 又事件 A 由其中 m 个基本事件组成, 则事件 A 的概率为

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

2. 概率的加法公式

(1) 两个事件 A, B 互斥时, 有

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

(2) 任意两个事件 A, B 的和的概率

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

(3) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

3. 概率的乘法公式

(1) $P(AB) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$

(2) 特别当事件 A 与 B 相互独立时有

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

4. 全概率公式 设 A_1, A_2, \dots, A_n 是一完备事件组, B 是任一事件, 它能且只能与诸 A_i 之一同时发生, 则事件 B 的概率

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$$

5. 贝叶斯公式 设 A_1, A_2, \dots, A_n 是一完备事件组, 事件 B 能且只能与诸 A_i 之一同时发生, 且 $P(B) > 0$, 则有

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(A_1)P(B|A_1) + \dots + P(A_n)P(B|A_n)}$$

(5) 互不相容 (互斥) (i=1, 2, \dots, n)

二、习题一选解

1. 钢厂某车间本月生产的 I 型铸件，其表面疵点数统计资料如下表所示：

疵点数	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12及以上	总和
件数	10	20	18	30	30	44	18	14	8	8	200

试计算：(1) 各疵点出现的频率；(2) 疵点不多于 8 个的频率。

解 (1) 各疵点出现的频率计算列表如下：

疵点数	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12及以上	总和
频率	.05	.10	.09	.15	.15	.22	.09	.07	.04	.04	1.00

(2) 疵点数不多于 8 个的频率

$$= \frac{10 + 20 + 18 + 30 + 30 + 44}{200} = 0.76$$

2. 某市一医院六年出生婴儿性别统计资料如下表：

出生年份	1972	1974	1975	1977	1978	1979
婴儿数	5544	4063	3913	3674	4250	4055
其中： 男孩数	2883	2087	2039	1883	2177	2138

试据此估计男孩出生的概率。

解 以6年生男孩的频率的平均值估计生男孩的概率

$$\frac{1}{6} (2883 + 2087 + 2039 + 1883 + 2177 + 2138) \\ \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2883 & 2087 & 2039 & 1883 & 2177 & 2138 \\ 5544 & 4063 & 3913 & 3674 & 4250 & 4055 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{6} (0.52002 + 0.51366 + 0.52108 + 0.51252$$

$$+ 0.51224 + 0.52725) = 0.5178$$

3. 袋内有5个白球, 3个黑球, 从中任取两个, 求取出的两个都是白球的概率。

$$\text{解 } P = \frac{C_5^2 \cdot C_3^0}{C_8^2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} \cdot \frac{3!}{8!} = \frac{5}{14} = 0.357$$

4. 100个产品中有5个次品, 任取5件, 求其中有2个次品的概率。

$$\text{解 } P = \frac{C_5^2 \cdot C_95^3}{C_{100}^5} = \frac{5!}{2!(5-2)!} \cdot \frac{95!}{3!(95-3)!} \cdot \frac{1}{100!} = 0.0184$$

5. 一批产品共200个, 其中有6个次品, 求: (1) 从这批产品中任取3个恰有1个是次品的概率; (2) 任取3个中不少于3个次品的概率。

解 (1) A表示任取3个恰有1个是次品的事件, 则

$$P(A) = \frac{C_6^1 \cdot C_{194}^2}{C_{200}^3} = \frac{6 \times \frac{194!}{2!(194-2)!}}{\frac{200!}{3!(200-3)!}} = 0.085$$

(2) B表示任取3个中不少于2个次品的事件, 则

$$P(B) = \frac{C_6^2 \cdot C_{194}^1 + C_6^1 \cdot C_{200}^2}{C_{200}^3} = \frac{\frac{6!}{2!(6-2)!} \times 194 + \frac{6!}{3!(6-3)!}}{3!(200-3)!} = 0.0022$$

6. 电话号码由0, 1, 2, ..., 9中任取五个数字组成(可以重复), 问由不同的五个数字组成的电话号码的概率是多少?

$$\text{解 } p = \frac{C_{10}^5 \cdot P_5}{10^5} = \frac{10!}{5!5!} \cdot 5! = 0.3024$$

式中 P_5 为5个元素组成全排列数的记号。

7. A、B、C三个事件互不相容与 $ABC = V$ 是不是一回事? 为什么?

解 A、B、C三事件互不相容, 即要求 $AB = V$, $BC = V$, $AC = V$, 显然, 由此可得出 $ABC = V$ 。而 $ABC = V$, 只是表明A、B、C不可能同时发生, 不要求A、B、C三事件两两互不相容。故两者不是一回事。

8. 试举例说明对立事件与互不相容事件的相同之处与不同之处。

解 设A、B是互不相容事件, A的对立事件为 \bar{A} , 两者相同之处是均满足 $AB = V$, $A\bar{A} = V$; 两者不同之处是 \bar{A} 一定满足: $A + \bar{A} = U$, 而 $A + B$ 不一定是必然事件。对立

事件一定互不相容,反之则不然。例如5件产品中有2件次品,3件正品, A表示从中任取2件没有次品的事件, B表示从中任取2件恰有1件次品的事件, 虽然A与B互不相容, 但A与B不是对立事件, 因为 $A+B \neq U$ 。

9. 在图书馆中任选一本书, 记A = “选的是统计书”, B = “选的是中文版书”, C = “选的是平装书”, 用文字叙述事件 $A\bar{B}\bar{C}$ 。如果 $\bar{C} \subset B$, 说明什么情况。

解 $A\bar{B}\bar{C}$ = “选的是非平装的中文版统计书”

如果 $\bar{C} \subset B$, 则说明非平装书一定是中文版的。

10. 用图示法简化下列各式: (1) $(A+B)(B+C)$, 其中C与A、B均不互斥; (2) $(A+B)(A+\bar{B})$

解 (1) 见图1; (2) 见图2。

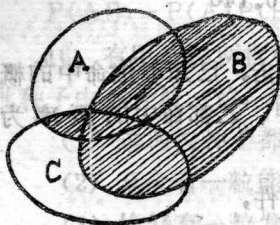


图 1

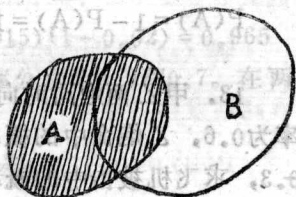


图 2

11. 一批产品共50件, 其中有46件合格品, 4件次品, 从中任取3件, 其中有次品的概率是多少? 次品不超过2件的概率又是多少?

解 设“任取3件, 其中有次品”为A事件, “任取3件, 其中次品不超过2件”为B事件。

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_4^0 \cdot C_{46}^3}{C_{50}^3} = 1 - 0.7745$$

$$= 0.2255$$

$$P(B) = \frac{C_4^0 C_{46}^3 + C_4^1 \cdot C_{45}^2 + C_4^2 \cdot C_{44}^1}{C_{50}^3} = 0.9998$$

12. 某种产品共40件，其中有3件次品，现从中任取2件，求其中至少有1件次品的概率。

解 设“任取2件至少有1件次品”为A事件。

解法1:

$$P(A) = \frac{C_3^1 \cdot C_{37}^1 + C_3^2 \cdot C_{37}^0}{C_{40}^2} = \frac{19}{130} = 0.146$$

解法2:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_3^0 \cdot C_{37}^2}{C_{40}^2} = 0.146$$

13. 甲乙两炮同时向一架飞机射击，已知甲炮命中的概率为0.6，乙炮命中的概率为0.5，甲、乙都命中的概率为0.3，求飞机被击中的概率。

解 设“甲炮命中飞机”为A事件，

“乙炮命中飞机”为B事件。

已知 $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$, $P(AB) = 0.3$

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$= 0.6 + 0.5 - 0.3 = 0.8$$

14. 某厂组织A、B两个科研小组。科室的40名职工中，有20人参加A组，16人参加B组，而其中同时参加两个小组的有8人。现从科室人员中任选一人，问这人参加科研小组活动的概率是多少？

解 “参加科研小组活动”是“参加A组”（事件A）与“参加B组”（事件B）的和事件，即 $A+B$ 。由于A、B并不互斥，故

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$= \frac{20}{40} + \frac{16}{40} - \frac{8}{40} = \frac{28}{40}$$

15. 某机械零件的加工由两道工序组成。第一道工序的废品率为0.015，第二道工序的废品率为0.02，假定两道工序是彼此无关的，求产品的合格率。

解 设“第一道工序加工出的零件为合格品”为A事件，“第二道工序加工出的零件为合格品”为B事件。所求的产品合格率为

$$P(AB) = P(A)P(B) = (1-0.015)(1-0.02) = 0.965$$

16. 有甲、乙两批种子，发芽率分别为0.9和0.7。在两批种子中各任取一粒，求：

(1) 这两粒种子都能发芽的概率；

(2) 至少有一粒能发芽的概率；

(3) 恰好有一粒发芽的概率。

解 设“甲批种子中任取一粒能发芽”为A事件，“乙批种子中任取一粒能发芽”为B事件。

$$(1) P(AB) = P(A)P(B) = 0.9(0.7) = 0.63$$

$$(2) P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$= 0.9 + 0.7 - 0.63 = 0.97$$

$$(3) P(\overline{A}B + A\overline{B}) = P(\overline{A}B) + P(A\overline{B})$$

$$= P(\overline{A})P(B) + P(A)P(\overline{B})$$

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = 0.9(1-0.7) + (1-0.9)(0.7) = 0.34$$

17. 市场供应的灯泡中，甲厂产品占70%，乙厂产品占30%，甲厂产品的合格率为95%，乙厂产品的合格率为80%，如果用A、 \bar{A} 分别表示买到的一个灯泡属甲、乙两厂的产品、B表示合格品等事件，求 $P(A)$ 、 $P(\bar{A})$ 、 $P(B|A)$ 、 $P(B|\bar{A})$ 。

$$\text{解 } P(A) = 0.7, P(\bar{A}) = 0.3$$

$$P(B|A) = 0.95, P(B|\bar{A}) = 0.8$$

18. 求第17题中：(1) 买到的一个合格灯泡的概率；(2) 买到甲厂生产的合格品的概率；(3) 买到一个合格灯泡又恰好是甲厂生产的概率。

解 (1) A 与 \bar{A} 构成一个完备事件组，B能且只能与A或 \bar{A} 同时发生，故

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) \\ &= 0.7(0.95) + 0.3(0.8) = 0.905 \end{aligned}$$

(2) “买到甲厂生产的合格品”为AB事件，故

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = 0.7(0.95) = 0.665$$

$$(3) P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0.7(0.95)}{0.905} = 0.735$$

19. 据厂会计室的经验，其下属甲、乙两名会计员制表的差错率分别是1%和9%，今从二人报来的报表（甲报100份，乙报50份）150份中，发现有一份错帐，问这份错帐属于谁的可能性大？

解 设“任取一份帐表来自甲”为A事件，“任取一份帐表来自乙”为B事件，C事件为“任取一份帐表为错帐”。

已知 $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(C|A) = 0.01$, $P(C|B) = 0.09$, 则

$$P(A|C) = \frac{P(A)P(C|A)}{P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B)}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}(0.01)}{\frac{2}{3}(0.01) + \frac{1}{3}(0.09)} = 0.182$$

$$P(B|C) = \frac{P(B)P(C|B)}{P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}(0.09)}{\frac{2}{3}(0.01) + \frac{1}{3}(0.09)} = 0.818$$

从上面两个概率比较可知，属乙的概率大。

20. 播种时用的一级小麦种子中混有30%的二级种子和2%的三级种子。一、二、三级种子生长出的麦穗，含有50颗以上麦粒的概率分别为0.5，0.25和0.1，求这些种子所结的麦穗含有50颗以上麦粒的概率。

解 设“任选一颗是*i*级种子”为A_{*i*}事件 (*i*=1,2,3)。显然A₁、A₂、A₃构成一完备事件组。设“任选一颗种子，其麦穗在50粒以上”为B事件。由已知条件

$$P(A_1) = 0.68, P(A_2) = 0.3, P(A_3) = 0.02$$

$$P(B|A_1) = 0.5, P(B|A_2) = 0.25, P(B|A_3) = 0.1$$