

地形测量学

(工测专业用)



中国人民解放军测绘学院

一九八〇年

前 言

地形测量学系根据我院“军事工程测量”专业的需要编写而成。全书内容重点放在工程控制一二级小三角测量、一二级导线测量以及大比例尺测图的基本原理、常用仪器、作业方法及精度分析等方面。根据教育计划的要求，本科学员原则上讲授本书全部内容，中等科学员原则上讲授前12章内容。

本书共14章，由于来法、宫同森、陈联通三同志共同编写，其中于来法同志编写第三、六、七、八、九章；宫同森同志编写一、二、十、十一、十二章；陈联通同志编写第四、五、十三、十四章。并由杨永元同志审校。书中插图由制图系作业队及刘绍厚、序元焰同志绘制。

本书在编写时力求符合“军事工程测量”专业的需要，尽力做到理论与实践相结合，注意了先进科技成果的应用，在吸收以往教学经验的基础上，做到由浅入深，通俗易懂。但由于时间仓促，加之编者水平有限，差错之处在所难免，希望读者批评指正。

航空摄影测量教研室

一九七九年八月

目 录

第一章 地形测量学基本知识

§ 1—1	测量工作的任务及其作用	(1)
§ 1—2	地球形状和大小的概念	(2)
§ 1—3	测量坐标系的概念	(5)
§ 1—4	用水平面代替水准面的限度	(8)
§ 1—5	平面图、地图、地形图和比例尺	(11)
§ 1—6	测量工作概述及程序	(15)

第二章 距离测量

§ 2—1	钢尺量距	(18)
§ 2—2	钢尺检定和成果整理	(24)
§ 2—3	短程电磁波测距仪	(27)

第三章 水准仪及水准测量

§ 3—1	概述	(36)
§ 3—2	水准器及其灵敏度	(38)
§ 3—3	望远镜的构造原理及其性能	(42)
§ 3—4	水准标尺及其附件	(48)
§ 3—5	水准仪的构造及其使用	(50)
§ 3—6	水准路线的设计、选点和埋石	(52)
§ 3—7	三、四等水准测量的外业工作	(55)
§ 3—8	水准仪的检验与校正	(59)
§ 3—9	水准测量的误差来源及其影响	(64)
§ 3—10	图根(等外)水准测量	(67)
§ 3—11	激光水准仪	(72)

第四章 经纬仪及其测角

§ 4—1	角度测量的基本概念	(76)
§ 4—2	经纬仪的构造及使用	(77)
§ 4—3	水平角观测	(87)
§ 4—4	垂直角观测	(91)
§ 4—5	经纬仪的检验校正	(93)
§ 4—6	经纬仪的维护及一般故障的排除	(98)
§ 4—7	仪器误差对水平角的影响	(100)

第五章 经纬仪导线测量

§ 5—1	导线的布设、选点及埋石	(105)
§ 5—2	导线的量边与测角	(108)
§ 5—3	单一导线的平差计算	(110)
§ 5—4	单结点导线的平差计算	(116)
§ 5—5	普通计算机及其使用	(126)

第六章 经纬仪交会

§ 6—1	概述	(131)
§ 6—2	前方交会点的计算	(131)
§ 6—3	侧方交会点的计算	(137)
§ 6—4	后方交会点的计算	(141)
§ 6—5	袖珍电子计算器	(150)

第七章 视距测量与视差法测距

§ 7—1	概述	(163)
§ 7—2	视距测量的基本原理及计算公式	(164)
§ 7—3	视距常数的测定	(167)
§ 7—4	视距测量的计算工具	(169)
§ 7—5	自动视距仪的原理及其应用	(179)
§ 7—6	视差法测距及视差环节	(183)

第八章 三角高程测量

§ 8—1	概述	(187)
§ 8—2	三角高程测量原理和误差影响	(187)
§ 8—3	多角高程导线及视距高程导线	(192)
§ 8—4	经纬仪水准及经纬仪定角测量	(198)
§ 8—5	独立点高程的测定	(206)

第九章 小三角测量

§ 9—1	解析图根测量概述	(208)
§ 9—2	小三角测量的外业工作	(209)
§ 9—3	中点多边形的近似平差	(213)
§ 9—4	单三角锁的近似平差	(223)
§ 9—5	大地四边形的近似平差	(228)
§ 9—6	线形锁的近似平差	(231)

第十章 高斯投影概念及地形图分幅编号

§ 10—1	概 述	(240)
§ 10—2	高斯投影及其平面直角坐标	(241)
§ 10—3	地形图的分幅与编号	(247)
§ 10—4	用高斯、克吕格坐标表查取图幅元素	(256)
§ 10—5	大比例尺测图工作程序	(262)

第十一章 平板仪及其使用

§ 11—1	概 述	(266)
§ 11—2	大平板仪构造及附件	(267)
§ 11—3	平板仪的整置	(275)
§ 11—4	大平板仪的检验校正	(277)
§ 11—5	小平板仪及其检校	(280)
§ 11—6	平板仪交会	(282)
§ 11—7	平板仪导线	(291)

第十二章 地形图测绘

§ 12—1	概 述	(294)
§ 12—2	聚酯薄膜在地形测图中应用	(297)
§ 12—3	测站点的测定	(305)
§ 12—4	测定碎部点	(307)
§ 12—5	平板仪、经纬仪、激光地形仪在碎部测图中应用	(310)
§ 12—6	地物的测绘	(317)
§ 12—7	地貌的测绘	(324)
§ 12—8	等高线的特性和变形地貌的表示	(329)
§ 12—9	图边测图及拼接	(336)
§ 12—10	原图整饰及检查验收	(337)

第十三章 地形控制精度

§ 13—1	研究地形控制精度的目的和意义	(340)
§ 13—2	地形控制网的布设要求	(431)
§ 13—3	导线测量的精度	(344)
§ 13—4	交会法的精度	(351)
§ 13—5	三角锁网的精度	(369)
§ 13—6	线形锁的精度	(377)
§ 13—7	水准测量精度	(388)
§ 13—8	三角高程测量精度	(397)

• • •

第十四章 地形测图精度

§ 14—1	研究地形图精度的目的及方法	(407)
§ 14—2	图板上描绘方向线的误差	(408)
§ 14—3	图解前方交会的精度	(409)
§ 14—4	图解后方交会精度	(411)
§ 14—5	测站点精度	(412)
§ 14—6	地物点平面位置精度	(414)
§ 14—7	等高线高程中误差	(418)

附 录

附录一:	水平角、垂直角观测精度	(427)
附录二:	视距测量的精度	(437)
附录三:	视差法测距的精度分析	(441)
附录四:	双定向线形锁的近似乎差	(445)
附录五:	中点多边形近似乎差的另一种基本公式(用待定系数法)	(454)
附录六:	线形锁的近似乎差(用待定系数法)	(456)
附录七:	导线外业测量的精度	(464)

第一章 地形测量学基本知识

§ 1—1 测量工作的任务及其作用

测量学是研究地球形状和大小的一门应用科学。它要解决的问题概括起来有三个方面：一是精确测定点的位置和高程以及整个地球的形状和大小；二是将地球表面局部范围内的形状和物体测绘成地形图；三是进行国民经济和国防建设中所需要的测量工作。随着科学技术的不断发展，测量学又包括下面几个主要的学科：

大地测量学 其主要任务是精确地测定地面点的位置建立国家大地控制网，并用以研究地球的形状和大小。这两项任务是互相联系而又互相区别的。要建立国家大地控制网，确定地面点的位置，就得研究地球形状和大小，作为大地测量计算的基础；反之，国家大地控制网的建立，又为进一步研究地球形状和大小提供了主要资料，同时也为其它测量工作提供了控制基础。因而它包括：三角测量、精密导线测量，水准测量、天文测量、重力测量、卫星大地测量。

地形测量学 其主要任务是将地球表面上有限范围内的形状、物体利用各种测绘仪器，测绘成地形图，供军兵种编制战略战术用图以及国民经济等方面特种图。

摄影测量学 其任务是利用航天，航空摄影或地面摄影等方法取得地面象片，并在此基础上测制各种比例尺和各种类型的地形图，正射象片图等，一般简称航测成图。

工程测量学 它的任务是解决工矿、城市、交通、农田水利、国防工程等设计、建设中的测量问题。

上述几个学科，既是自成系统分工明确，又是紧密联系互相配合的。

在建设和保卫我们伟大的社会主义祖国的事业中，测量工作是一个不可缺少的组成部分。显然，在现代化的国防建设中，测量工作不仅为我军各级指挥员提供研究地形，拟定作战计划，部署战斗及指挥作战所不可缺少的资料和地形图。同时在各种国防工程的设计、施工中也都需要测绘工作的保证。尤其是在现代战争条件下，从制定和指挥各军种，兵种联合作战到各种导弹远程武器的发射，都需要各种类型的地形图和各种测量工作。所以人们形象地把地形图称为“指挥员的眼睛”。

在国民经济建设和科学研究中，测量学都得到了广泛的应用。无论是城市建设，桥梁，道路，农田水利，还是各项科学考查，卫星发射以及回收等，也都离不开地形图和测量工作。所以人们称测量工作是社会主义建设的“尖兵”。

建国三十年来，我国测量工作者，把我国测绘事业向前大大推进了一步，取得了不少成绩，培养了人才，积累了经验，为进一步高速度地发展我国测绘事业，奠定了基础。

在我国九百六十万平方公里的国土上，第一代大地测量工作即将圆满完成；五万多

个一、二等三角网点的整体平差已经全面展开。几十万个其它各等级三角点，为各种比例尺测图提供了坚强的控制基础。全国1:5万基本比例尺军用地形图已经全部航测成图，第二代图已经部分更新和正在更新。制图工作在六十年代就已完成了1:5万和1:10万基本比例尺地形图的制图工作，七十年代以来，开始编制1:20万和1:50万比例尺地形图，至今已完成全国一半以上的图幅，同时还编制了1:150万东北亚地图，1:250万全国挂图，1:400万和1:600万中国全国和世界地图以及各种专题地图及影像地图。尽管取得了一定的成绩，但还远不能适应国民经济和国防建设对测量工作的需要。如果用赶超世界先进水平的标准来衡量，差距还是很大的。

随着国防建设和国民经济的飞跃发展，相应给测绘工作提出了更高的要求，如有些重要工程项目，要求提供很精密的方向；有些要求提供很精密的距离；有些则要求提供很精密的点的位置；而这些精度要求远远超过现行作业中的常规标准。研究和探索适合新的精度指标的一整套作业方法正待创新。又如在现代战争条件下，如何迅速而准确地为作战部队提供点位。国外各种惯性测量定位系统，值得我们借鉴参考。据报道、利用汽车和直升飞机载有的惯性定位系统，目前可以获得经纬度和高程的精度达 ± 10 米。由于近代光学，电子学，人卫摄影和航天技术的迅猛发展，为测绘技术的机械化、半自动化、自动化开辟了广阔的前景。多普勒卫星观测为建立全球性大规模的控制网和全球统一坐标系提供了可能性。利用遥感资料编制和更新地图，以及电子计算机，全自动电磁波测距仪的广泛应用，都给测绘工作展现了广阔的前景。

为了尽快改变我国测绘工作的落后面貌，赶上和超过世界先进水平，我们测量工作者要奋起直追，要为革命努力钻研测绘科学技术，为在本世纪末实现四个现代化的宏伟目标作出自己应有的贡献。

§ 1—2 地球形状和大小的概念

地形测量的任务是将地球表面的地物和地貌测绘成地形图。因此了解地球形状和大小的概念，为确定地面点的位置，选择一个基准面是很有必要的。

地球自然表面的形状是极其复杂的。它有高山、丘陵、沙漠、平原、江、湖、海洋等。因此，很难从一个局部的自然表面看出地球的整体形状。当你在航海中所看到的海洋，地球象是一个一望无际的大水面，站在山顶看万山层峦起伏，地球又似一个已经凝固，连绵不断湍流滚滚的起伏波面。那么究竟地球总的形状是怎样的呢？通过人们长期的测量实践，大量的调查和科学的统计，发现地球表面上，海洋的面积约占71%，陆地面积约占29%。因此可以把地球总的形状看作是一个被海水包围的形体，也就是设想一个静止的海水面（即没有波浪没有潮汐的海水面）向陆地延伸、最后包围起来的闭合形体作为地球的形体。这个静止的平均海水面，称为大地水准面。大地水准面所包围的形体，称为大地体。虽然这个大地体上有山、有河高低不平，例如世界最高的山峰“珠穆朗玛峰”海拔高8848.13米，但是这和整个地球半径6371公里比较起来，只是一个很小

的数值,就好像一个橘子表皮有许多凸凹不平的小斑点一样,其整个形体还是近似一个球形。从人造卫星对地球所拍摄的照片如图 1—1 来看,整个地球的形状和上述大地体是比较接近的。事物的认识过程,是由低级上升到高级的不断过程,人们对地球形状的认识,也是通过不断地测量实践和认识,经历了这样一个漫长的历史过程。起初人们把地球当作平面看待,后来又当作园球看待,随着大地测量的发展,通过测量和精密的计算,证明它不是一个真正的园球,而是一个沿赤道稍微膨大而两极略为扁平的椭球体。现在通过卫星大地测量,进一步发现大地体的北极较参考椭球稍许凸出(约18.9米),南极较参考椭球稍许凹进(约25.8米)的梨形椭球体如图 1—2所示。

那么大地水准面是不



图 1—1 从卫星拍摄地球照片

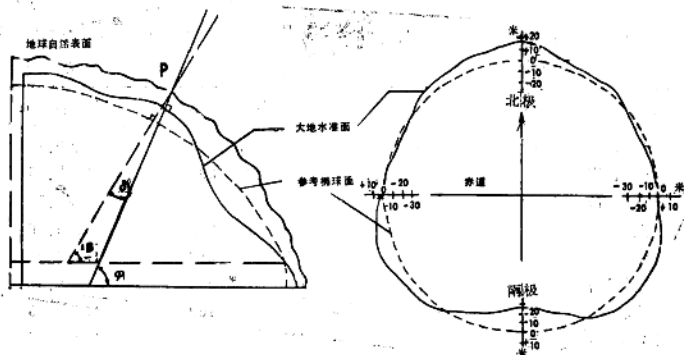


图 1—2 自然表面、大地水准面和参考椭球面

是一个规则的椭球体面呢？大地水准面有一个特性，就是这个面处处与地面点的铅垂线方向垂直，即与重力方向线垂直。从物理学中知道，重力是地球引力和地球自转产生的离心力的合力，而地球引力是与地球内部物质的密度有关的。这样，由于地球内部物质的密度分布不均匀，必然会使地面各点的引力不一致，从而铅垂线的方向也就不规则了，以致使大地水准面成为一个十分复杂而不规则的曲面。这样一个不规则的大地水准面，目前是不可能用数学公式来表示的。为了测量计算和制图方便，因此实际应用中，就以一个和大地非常接近的数学形体即旋转椭球体来代替，这个形体叫作参考椭球体或简称椭球体，它就是大地测量和地形测量实际应用的地球形状的一个数学形体。如图1—2地球自然表面（粗实线）、大地水准面（细实线）与参考椭球面（虚线）的差别示意图。如果这个参考椭球体选得适当，它与大地水准面差异将是很小，历史资料的差值记录不超过 ± 150 米。但据近代人卫测量资料如图1—2两极正负不超过30米。

参考椭球体的形状和大小，是由它的长半径 a 和短半径 b 所决定的；也可以由一个半径和扁率 $\alpha = \frac{a-b}{a}$ 来决定，如图1—3。半径 a 、 b 及扁率 α 叫作参考椭球体的元素。

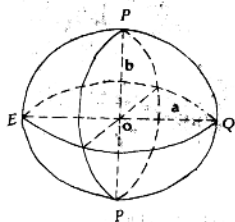


图1—3 地球元素

十七世纪以来，科学家根据实际测量资料算出了表示这个椭球形状、大小的元素(a 和 α)。现将其中比较重要和常见的列于表1—1。表内前六个椭球体元素是依据天文、大地和重力的测量资料推算的，并已用于不同国家的大地测量和地图编绘中；后三个是根据观测人卫资料推算的。

测定地球元素是大地测量的任务，在过去它是一项长期而复杂的工作，随着空间技术的发展，卫星测量已应用于大地测量，目前用卫星测量地球元素可以较迅速地获得精确的结果。我国的测量科学工作者，也正在努力研究确定适合于我国情况的地球元素。由于历史所形成的原因，我国目前仍采用克拉索

表1—1

名 称	年 代	长 半 径 a	扁 率 α
埃 弗 莱 斯 特	1830	6 377 276	1:300.8
白 塞 尔	1841	6 377 397	1:299.15
克 拉 克	1866	6 378 206	1:295.0
克 拉 克	1880	6 378 249	1:293.46
海 福 特	1910	6 378 388	1:297.0
克拉索夫斯基	1940	6 378 245	1:298.3
凡 氏	1965	6 378 169	1:298.25
1967年大地坐标系	1967	6 378 160	1:298.25
史密松天文台C ₇ 系统	1967	6 378 142	1:298.255

夫斯基的地球元素。估计到1980年以后将采用我国自己推算的地球元素和地心坐标系。

根据1975年第16届国际大地测量和地球物理协会第一号决议，建议采用下列地球元素：

$$a = 6378140 \text{ m}$$

$$\alpha = 1:298,257$$

由于地球旋转椭球体的扁率很小，因此在地形测量研究的某些范围内，可以近似地把它作为圆球，其半径为

$$R = \frac{1}{3}(a + a + b) = 6371118 \text{ 米}$$

依公里计其近似值为6371公里。

§1—3 测量坐标系的概念

为了测制和使用地图，测量上对地面点的空间位置，采用了统一的坐标系。确定地面点的位置通常有地理坐标系与平面直角坐标系，以及该点到大地水准面的垂直距离即高程系。如在普通地图或其它军用地形图上，图廓外边都注记有经纬度，在方格网线的两头还注有公里数字，同时还可查到某些地面点的高程。那么这些坐标系是怎样建立和确定的呢？现分别介绍如下：

〔一〕地面点的地理坐标

上一节我们介绍了地球的形状，它可以看作是一个旋转椭球体，如图1—4所示。图中 PP_1 是椭球旋转时所绕的短轴，把这轴和地球旋转轴重合，又称为地轴。地轴在旋转椭球体面相交的两点 P 、 P_1 称为极点，在北端称为北极在南端的称为南极。包含地轴 PP_1 的任一平面称为子午面。子午面与旋转椭球面的交线称为子午线（或称经线），故各经线均通过于两极。国际上公认通过英国格林尼治天文台的子午面，称为首子午面或起始子午面，它与旋转椭球面的交线称为首子午线*。

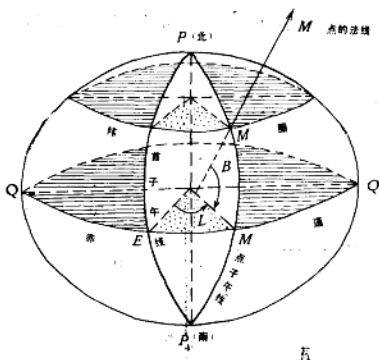


图1—4 地球坐标

*1884年国际经度会议决定，以通过格林尼治天文台的经线为起始子午线。以该子午线和赤道交点(E)作为天文经度原点。但格林尼治天文台1946—1958年东迁 $0^{\circ}20'25''$ ，以后国际上产生用平均天文台来保持E点以后由于研究极移又重新定义了起始子午线。

图)。因此各纬线之间是互相平行, 亦称平行圈。过地轴中点且垂直于地轴的平面称为赤道面。赤道面与旋转椭球体面的交线称为赤道。

这样首子午面和赤道面就构成了地面点的地理坐标系(经度、纬度)的起算面。如图1—4所示, 过地面任一点M的子午面与首子午面的夹角 L , 即为该点的经度。经度由首子午面向东量称为东经, 向西量称为西经, 其值各由 0° 至 180° 。过M点的法线(垂直于该点切平面的直线)与赤道面的夹角 B , 即为M点的纬度。纬度由赤道面向北量称为北纬, 向南量称为南纬, 其值各由 0° 至 90° 。

地理坐标若用天文测量方法测定, 称为天文经度和天文纬度, 统称天文坐标, 通常用 λ 和 φ 表示。如果天文坐标加上重力改正归算到参考椭球面上, 称为大地经度和大地纬度, 统称大地坐标, 通常大地经度、纬度用 L 、 B 表示。同一地面点的大地经纬度与天文经纬度一般差异很小。在军用地形图上使用的经、纬度是大地经、纬度。

地理坐标建立后, 地面上任何一点在地球上的位置也就确定了。因此地理坐标被广泛应用于绘制地图, 以及需要指示在地球上某些活动。例如在世界地图上, 可以查到我国首都北京的地理坐标为东经 $116^{\circ}23'$, 北纬 $39^{\circ}54'$ 。反之若知某地的地理坐标为: 东经 $111^{\circ}37'08''$, 北纬 $16^{\circ}31'05''$, 在地图上即可找到我国南海的永乐群岛。又如夏秋季节时, 我国中央气象台予报台风时, 也以地理坐标指示台风生成和活动的区域。

(二) 点的平面直角坐标

地理坐标在大地测量和制图中经常用到, 但在地形测量中用的较少, 而经常用的是

以平面直角坐标来表示点的位置。

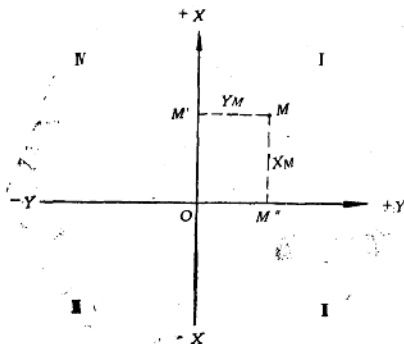


图1—5 坐标轴和坐标值

平面直角坐标是由平面内两条互相垂直的直线组成坐标轴, 如图1—5所示。直线 XX 称为纵坐标轴(南北方向), 直线 YY 称为横坐标轴(东西方向), 纵横坐标轴的交点 O 称为坐标原点。坐标轴将平面分为四个部分, 称为四个象限, 象限的顺序从东北角开始按顺时针方向排列为I、II、III、IV象限。在各象限内, 点的纵横坐标值, 规定由原点向上、向右为正(箭头方向)、向下、向左为负(箭尾方向)。

点的平面位置是以点到纵横坐标轴的垂直距离 MM' 和 MM'' 来表示的。 MM' 称M点的纵坐标用 X_M 表示, MM'' 称M点的横坐标, 用 Y_M 表示。

测量上使用的平面直角坐标与数学上常用的直角坐标有所不同, 测量上将南北方向

的坐标轴定为 x 轴，东西方向的坐标轴定为 y 轴，测量上的象限顺序也与数学上的象限顺序相反。测量工作中规定所有直线的方向都是以纵坐标轴北端顺时针方向量度的，这样变换，既不改变数学公式，同时又便于测量中的方向和坐标计算。

(三) 地面点的高程

测定了地面点的地理坐标经度和纬度，虽然可以确定地面点在旋转椭球体面上的位置，但还不足以全面地表示地球表面上点的位置，因为地球表面是高低起伏不平的，要表示地面点的空间实际位置，还需要确定它的高程。从第一个问题的叙述中我们知道，确定地面点的地理坐标的关键在于选择经纬度的起算面——首子午面和赤道面，同样确定地面点高程的关键仍在于选择一个起算面。那么如何选择和确定这个起算面呢？

前面已经介绍了大地水准面，并假定它是一个静止不动的海水面，那么选择这样一个面作为高程起算面，那是比较理想的。然而，海水面不可能是静止的，由于受潮汐、风浪等自然现象的影响，所以海水面是一个时刻变动着的曲面。为此须在沿海港湾设立验潮站，长期的连续观测该地区海水面的高度，最后取其平均值，即称为该地区的中等海水面（即大地水准面）。我国目前采用青岛验潮站1950年—1956年观测成果推算的黄海平均海水面，作为全国的高程起算基准面，故称“1956年黄海高程系”。

为了明显而稳固的表示高程起算面的位置，还须建立一个与平均海水面相联系的水准点，以作为推算国家高程控制网的高程起算点，这个水准点叫作水准原点。我国水准原点设在青岛附近，用精密水准测量与黄海平均海水面验潮站的水位标志线联测，从而求出该原点高出黄海平均海水面72.289米。原点是以坚固的标石加以标志。

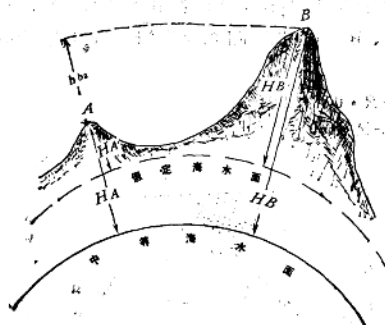


图 1—6 高程和高差

高程起算面确定后，地面点的高程就可以确定了。从地面点到中等海水面的垂直距离称为地面点的绝对高程，也称海拔。如图 1—6 所示，地面上 A、B 两点的高程分别为 H_A 和 H_B 。地面上两点高程之差，称为高差或比高。高差是相对的，其值有正负，如图 1—6 中，如果测量方向从 A 到 B 则高差 $h_{AB} = H_B - H_A$ 为正，B 比 A 高；若测量方向从 B 到 A，则 h_{BA} 为负，A 比 B 低。

这里要说明两点：一是由于世界上各个海洋的中等海水面都是不一致的，就是同一海洋的不同地方也略有差异。因此在中、小比例尺正规测图时，当利用的大地点、水准点或其它资料的高程成果不是 1956 年黄海高程系时，应当事先化算为 1956 年黄海高程系再采用。二是在工程大比例尺地形测量过程中，有些项目的大比例尺测图，它并不要求

采用统一的黄海高程系，而只要求假定高程就行了。这就是说，在测量时，可以假设任意的海水面作为高程起算面，如图 1—6 中的假定海水面，由于 A、B 点系自假定海水面起算的，其垂直距离 H'_A 、 H'_B 即为 A、B 的相对高程。但两点高差的绝对值相同，即 $h_{AB} = H'_B - H'_A = H_B - H_A$ 。

§ 1—4 用水平面代替水准面的限度

恩格斯曾指出：“在一定条件下，直线与曲线应当是一回事”。按照人们的常识来讲，直线与曲线是两回事，直不是曲，曲不是直。但高等数学（如微分学）证明在一定条件下，可以使直线等于曲线，反之也一样。从这个辩正的观点来看地球，也就更清楚了。在第二节里已讲到，在地形测量中可将大地水准面视为一个球面。当我们把球面上任一曲线，分成若干段有限线段时，这些线段就为直线，而其总和仍为曲线，对面来讲，也是如此。那么对地形测量来说，究竟在什么条件下才能用水平面代替水准面呢？回答这个问题的条件就在于，当用水平面代替水准面对测量所产生的误差，必须在测量精度所允许的范围内。

下面对具体引起距离、角度和高程误差的大小作进一步分析。

（一）距离误差

如图 1—7 所示，设球心为 O，半径为 R 的球面为水准面，A、B 为水准面上的两点， $\widehat{AB}$ 所对的圆心角为 θ 。若过 A 作水准面的切平面，该切平面即称为水平面。水平面与 OB 延长线的交点为 B'，那么，A、B 两点在水准面上的长度 $\widehat{AB}$ 与在水平面上的长度 AB'，分别为：

$$\widehat{AB} = R \cdot \theta$$

$$AB' = R \cdot \tan \theta$$

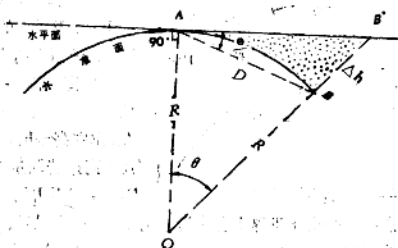


图 1—7 水平面与水准面差别

其距离误差 ΔD 为:

$$\Delta D = AB' - \widehat{AB} = R \cdot \operatorname{tg} \theta - R\theta = R (\operatorname{tg} \theta - \theta)$$

将 $\operatorname{tg} \theta$ 展开成级数, 即 $\operatorname{tg} \theta = \theta + \frac{1}{3} \theta^3 + \frac{2}{12} \theta^5 + \dots$

略去 θ 五次方以上的各项, 并代入上式得

$$\Delta D = \frac{1}{3} R \theta^3$$

其中若 $\widehat{AB} = D$, 则可将 $\theta = \frac{D}{R}$ 代入上式得

$$\Delta D = \frac{D^3}{3R^2} \quad (1-1)$$

(1-1)式即为距离误差 ΔD 的计算公式。因 R 为6371km的常数, ΔD 仅随 D 而变化, 其变化如表1-2所示。

地球弯曲对距离的影响

表1-2

距离 D (km)	10	50	100
距离误差 ΔD (cm)	1	102	821
相对误差 $\frac{\Delta D}{D}$	1/1000000	1/50000	1/12100

由表1-2可以看出, 当地面上距离为10km时, 用水平面代替水准面所引起的距离误差很小, 其距离误差为1cm, 也即相对误差(距离误差/全长)为1/1000000。而实际测量距离时, 大地测量中精密的物理测距的精度为1/1000000(相对误差), 地形测量中普通的钢尺量距的精度为1/1000—1/10000(相对误差)。所以, 只有在大范围精密量距时, 才考虑这种误差的影响, 而在一般地形测量中测量距离时, 可不必考虑这种地球弯曲对距离的影响。

〔二〕 角度误差

如图1-8所示, 设球面三角形 ABC 沿铅垂线方向投影在测区的水平面上的图形为 $A'B'C'$ 。我们知道平面三角形 $A'B'C'$ 三内角之和为 180° , 但球面三角形 ABC 三内角之和一定大于 180° , 其理由可以从图中看出。以角 A 为例, 球面角 A 的大小, 是过 A 分别作 $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{AB}$ 两大圆弧的切线 An 与 Am 的夹角, n 为 $A'C'$ 与 An 的交点, m 为 $A'B'$ 与 Am 的交点。由直角 $\triangle A'An$ 及直角 $\triangle A'Am$ 知, $A'n > An$, $A'm > Am$, 而 mn 为 $\triangle A'mn$ 及 $\triangle Amn$ 的公用底边, 因此 $\angle A > \angle A'$, 即球面角大于平面角, 同理 $\angle B > \angle B'$, $\angle C > \angle C'$ 。若球面三角形三内角之和为 $180^\circ + \varepsilon$, ε 称为球面角超, 根据球面三角学知, 球面角超的计算公式为

$$\varepsilon = \frac{P}{R^2} \rho'' \quad (1-2)$$

式中 P 为 $\triangle ABC$ 的面积, R 为地球半径。

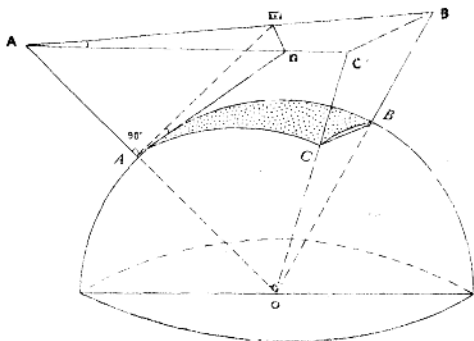


图 1—8 角度误差

由于野外测量工作的基准面是大地水准面，所以实际测量得到的是球面角A、B、C，要得到平面三角形的内角A'、B'、C'，必须考虑球面角超的改正。因此e即为由水平面代替水准面所引起的角度误差，而每个角的角度误差 $\Delta C = \frac{e}{3}$ 其具体影响见表1—3。

地球弯曲对角度的影响

表1—3

面积 (km ²)	10	100	2500	10000
角度误差 ΔC (秒)	0.02	0.17	4.25	16.91

由表1—3可以看出，当面积为10km²时，用水平面代替水准面所引起的角度误差是很小的，其角度误差为0.02。而实际测量角度时，精密的大地测量仪器的测角精度为0.7，一般地形测量仪器的测角精度为6"。所以，只有在精密的三角测量中才考虑地球弯曲对角度的影响，一般在地形测量中，可不必考虑这种影响。应该指出前面的分析是在圆球的基础上来讨论，如果以地球为椭球体来研究其影响，将在大地测量学中来讨论。

(三) 高程误差

我们知道，高程的起算面是大地水准面。但由于以水平面代替水准面去进行高程测量时，所测得的高程，必然含有因地球弯曲而产生的高程误差的影响。如图1—7所示，高程误差 $\Delta h = BB'$ 由于地球的半径R很大，而距离D较小，即 θ 角较小，所以BB'值可用弦切角 $\frac{\theta}{2}$ 所对的弧长来表示，即

$$\Delta h = \frac{\theta^2}{2} D$$

若将 $\theta = \frac{D}{R}$ 代入上式

$$\text{则} \quad \Delta h = \frac{D^2}{2R} \quad (1-3)$$

上式即为高程误差 Δh 的计算公式。因 $R = 6371 \text{ km}$ 故 Δh 与 D^2 成正比，其具体影响如表 1—4 所示。

地球弯曲对高程的影响

表 1—4

距 离 D (km)	1	2	3	4	10
高程误差 Δh (cm)	8	31	71	126	785

由上表可以看出，当距离为 1 km 时，高程误差为 8 cm；如距离增大，则高程误差会很快增大。而实际高程测量时，精密的水准测量能测量出毫米精度的高程，一般的三角高程测量也能测出分米精度的高程。所以在高程测量中，对观测结果必须考虑加地球弯曲对高程影响的改正。为了计算方便，可用不同的 D 值按公式 (1—3) 制成相应的 Δh 的表格，以便使用。

§ 1—5 平面图、地面、地形图和比例尺

〔一〕 平面图

由前节知道，在地形测量中，可以把小范围内的水准面当水平面看待。这样，垂直于水准面的铅垂线，也可认为是垂直于水平面，而且是互相平行的。如图 1—9 所示，地面图形为 ABCDE，若分别过地面各点 A、B、C、D、E 作铅垂线，它们必与水平面 M 正交，其交点相应为 A'、B'、C'、D'、E'。则 A'、B'、C'、D'、E' 即为相应地面点的水平投影（或垂直投影）。如果图形 A'B'C'D'E' 按一定的比例尺缩小，则得到的相似图形为 abcde。这种不考虑地球弯曲的影响，利用垂直投影的原理，按一定的比例尺把地面上的物体、形态缩绘在平面上的图形称为平面图。其特点是：平面图与地面相应水平投影的图形是相似的，即它们的相应角度相等，相应边长成比例。

〔二〕 地 图

平面图是指小范围的地面图形，在不考虑地球弯曲的情况下，采用水平投影的方法绘制而成的。如绘制大范围的地面图形时，则必须考虑地球弯曲的影响。这时旋转椭球体面上的图形，如仍然采用水平投影的方法绘制成平面图，其图上误差（距离误差和角度误差）则必然很大，这是不符合测量要求的。为了减小图上误差，则必须采用地图投影。所谓地图投影，也就是根据测量的要求，按一定的数学条件将旋转椭球体面上的图形描绘到平面上的方法。这种将大范围的旋转椭球体面上的图形，按地图投影的方法绘制成的平面图形，即称为地图。我们常见的地图有中华人民共和国全国图、世界地图