



Small Strain  
Stiffness of Soils

尹振宇 顾晓强 金银富 著

# 土的小应变刚度特性

同济大学学术专著(自然科学类)出版基金项目

# 土的小应变刚度特性

尹振宇 顾晓强 金银富 著



## 内 容 提 要

本书系统介绍和比较了目前土体小应变刚度特性的室内、室外试验方法,以及影响土体小应变刚度特性的因素。通过离散元数值方法模拟了测定土体小应变刚度的试验,阐明了决定土体小应变刚度的根本因素、小应变刚度各向异性和刚度随应变退化等的微观力学机理。归纳了土体小应变刚度特性的本构模拟方法,详细介绍了土体小应变弹塑性本构模型的建立、数值实现和在有限元技术中的二次开发。并以基坑工程和隧道工程为例,具体介绍了土的小应变刚度特性和本构模型在实际工程中的应用。本书精选了简明易懂的试验成果和规律总结,以期读者能够在较短时间内具备运用试验方法分析问题和解决问题的能力。另外,本书提供了土的小应变刚度模型源程序以及ABAQUS二次开发源程序,供分析或练习之用。

本书可作为高等院校和科研院所的土木、水利、交通、铁道、工程地质等专业的研究生教材和高年级本科生的选修课教材,也可作为上述相关专业科研、工程技术人员的参考用书。

## 图书在版编目(CIP)数据

土的小应变刚度特性 / 尹振宇, 顾晓强, 金银富著. — 上海 : 同济大学出版社, 2017. 4

ISBN 978-7-5608-6852-3

I. ①土… II. ①尹… ②顾… ③金… III. ①土力学—研究 IV. ①TU43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 070997 号

同济大学学术专著(自然科学类)出版基金项目

## 土的小应变刚度特性

尹振宇 顾晓强 金银富 著

责任编辑 陆克丽霞 责任校对 徐春莲 封面设计 陈益平

出版发行 同济大学出版社 [www.tongjipress.com.cn](http://www.tongjipress.com.cn)  
(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 常熟市大宏印刷有限公司

开 本 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 8

字 数 200 000

版 次 2017 年 4 月第 1 版 2017 年 4 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-6852-3

定 价 48.00 元

## 作者简介

**尹振宇**,男,1975年出生,浙江瑞安人,1997年获浙江大学建筑工程专业学士学位,2006年获法国岩土工程专业博士学位。曾先后任职于浙江嘉华建筑设计有限公司、法国南特中央理工大学(Ecole Centrale de Nantes)、英国斯特斯克莱德大学(University of Strathclyde)、芬兰赫尔辛基工业大学(Helsinki University of Technology)、美国马萨诸塞大学(University of Massachusetts, Amherst)、上海交通大学、同济大学,入选上海市特聘教授“东方学者”。兼任美国土木工程师协会(ASCE)“粒状材料专业委员会”委员及中国多个土力学专业委员会委员,主要从事土力学与岩土工程方面的教学和研究。近年来,在国内、国际核心刊物上发表相关论文100余篇。

**顾晓强**,男,1981年出生,浙江桐乡人,2004年获浙江大学土木工程学士学位,2007年获上海交通大学土木工程(防灾减灾工程和防护工程专业)硕士学位,2012年获香港大学土木工程(岩土工程专业)博士学位。现为同济大学土木工程学院地下建筑与工程系助理研究员,主要从事土动力学与岩土工程方面的教学和研究,担任全国土工测试专业委员会委员、力学及岩土工程分会青年工作委员会委员。近年来,在国内、国际核心刊物上发表论文30多篇,其中SCI收录13篇。

**金银富**,男,1988年出生,山东临沂人,2011年获西北农林科技大学土木工程学士学位,2016年获法国南特中央理工大学(Ecole Centrale de Nantes)博士学位。主要从事土力学与岩土工程方面的研究。博士期间,在国际核心刊物上发表SCI论文6篇。

# 序

随着城市发展程度越来越高,各类重大工程对结构变形提出了越来越高的要求,并要求结构物周围一定范围内的土体处于小应变状态。但是长期以来,由于缺乏相关的试验技术和理论分析方法,岩土工程师在对建筑物周围土体变形进行预测分析时采用的刚度值往往小于实际的刚度值,一方面这就导致预测的变形过大而造成地下结构支护体系过于保守及建筑物造价大幅攀升,另一方面也会导致一些结构面上预测的土压力过小而造成设计的安全系数降低甚至出现工程事故。因此,土体小应变刚度特性的准确评估和相应本构模型的建立对于准确预测结构周围土体变形、控制工程造价以及工程灾害防治都有着重要的理论意义和实践意义。

我与尹振宇博士认识始于2006年,当时我应法国中央理工大学邀请参加他的博士答辩,并做答辩主席。尹振宇博士严谨的治学态度、对于饱和土本构力学特性较为全面的认识、扎实的数值计算及分析功底等,给我留下了很深的印象。2010年夏天,尹振宇博士作为上海交通大学“特别研究员”被引进,开始与我共事并开展实质性的合作。期间,由于其突出的国际化科研业绩,入选上海市浦江人才计划,并获得了上海市高校特聘教授“东方学者”称号。与上海交通大学的合同期满之后,尹振宇博士又选择赴法国继续深造,之后加入我的母校同济大学地下建筑与工程系。在此期间,学术活动积极,在土力学与岩土工程领域国际顶级期刊上发表了很多高水平的学术论文。

本书的选题始于2011年,正值上海地区大开发建设时期,我们注意到滨海地区基坑群效应带来的影响巨大,而要明确和解决这个问题,需要对土的小应变刚度特性有一个全面、深入的认识。接下来的几年,尹振宇博士召集同样与上海交通大学有渊源的同济大学地下建筑与工程系顾晓强博士,以及尹振宇从我们课题组培养出来的金银富博士,共同完成了此书的撰写。

此书从内容上讲,汇集了作者在土的室内试验及规律总结、微观机理、本构方法及实际工程应用等方面原创性成果,并且从非常直接、直观的试验现象出发到理论公式的归纳作循序渐进的阐述,让读者快速、准确地建立起土体小应变刚度特性的概念。尤其是小应变弹塑性本构模型的建立、数值实现和在有限元技术中的二次开发,无私奉献了相关源程序以及ABAQUS二次开发相关源代码,可供读者直接分析或训练之用。

基于本书作者们在土力学的研究及教学方面的经验和技巧,及其对土的小应变刚度特性的深刻认识,我非常期待此书能早日与读者见面。

上海交通大学土木工程系



尹振宇  
教授

2016年12月于上海

# 前　　言

本书的撰写要追溯到 2011 年,当时尹振宇博士正在上海交通大学工作,其时王建华教授正在积极推进滨海地区基坑群效应的研究,建议能否在土的小应变刚度特性方面做一些有益的工作。同时,浙江大学王立忠教授正在关注杭州紫金港地区隧道基坑开挖工程对周边的环境影响,也希望能提供一些计算依据。于是,从 2011 年夏天开始,尹振宇博士一方面指导研究生夏云龙展开一些综述和简单的计算工作;另一方面开始开发土的小应变刚度模型,并由博士生金银富协助有限元二次开发和计算。在撰写期间,恰巧遇上香港大学杨峻教授指导顾晓强博士正在进行颗粒材料小应变刚度特性的微观力学机理研究,也正是由于这方面的研究目前属于非常原创和稀缺的,于是我们一拍即合,最终促成了今天的书稿。

近年来,土体的小应变刚度特性已成为国内外岩土工程研究的热点和难点之一。本书的目的是系统介绍土体小应变刚度的宏观特性、微观机理、测试方法、本构模型和工程应用实例。本书首先系统介绍和比较了目前土体小应变刚度特性的室内外试验方法,详细介绍了影响土体小应变刚度特性的因素。然后通过离散元数值方法模拟了测定土体小应变的试验,阐明了决定土体小应变刚度的根本因素、小应变刚度各向异性和刚度随应变退化的微观机理。接着归纳了小应变刚度特性的本构模拟方法,详细介绍了小应变弹塑性本构模型的建立、数值实现和在有限元技术中的二次开发。最后,以基坑工程和隧道工程为例,具体介绍了小应变刚度特性和本构模型在实际工程中的应用。其中,顾晓强博士主要负责数值试验及微观机理部分的分析及撰写,金银富博士主要负责工程应用部分的撰写,其余部分及统稿由尹振宇博士负责完成。

随着试验技术和计算机的快速发展,土体小应变理论及应用在最近几年取得了重要的进展,本书将成为国内外第一本系统讲述土体小应变试验、理论及应用方面的专著。本书汇集了作者在土体试验、本构关系、数值分析等方面很多原创性成果,并且从非常直接、直观的试验现象出发,让读者快速、准确地建立起土体小应变特性的概念。并且,本书采用理论分析与案例讨论相结合的方法,以方便读者的理解和应用。此外,本书提供了土的小应变刚度效应和黏土各向异性弹塑性本构模型的源程序以及 ABAQUS 二次开发源程序,可供读者分析或训练之用,以期对读者有所帮助。

我国正开展大规模的基础设施建设,涉及很多工程问题。长期以来,由于缺乏土体小应变相关的理论和方法,现有工程的施工与设计都没有很好地考虑小应变刚度特性的影响,这为实际工程留下了隐患。本书介绍的土体小应变刚度特性的试验、理论及应用可以为实际工程的实施提供理论依据,本书介绍的工程实例也可以为类似工程提供参考,因此

本书也具有重要的应用价值。

在撰写过程中得到不少专家与同仁的真诚指导和帮助。在此,衷心感谢法国南特中央理工大学的 Hicher 教授、同济大学的黄宏伟教授、张冬梅教授、黄茂松教授和钱建国教授、上海交通大学的王建华教授和沈水龙教授等在成书过程中给予的悉心指导和帮助,感谢上海交通大学研究生夏云龙,同济大学研究生张成功、朱冰清、杜子博,奥地利维也纳自然资源与生命科学大学博士生王顺,南特中央理工大学博士生杨杰在本书编排、整理和校阅过程中所付出的辛勤劳动。也感谢同济大学出版社季慧博士、陆克丽霞女士对本书的出版做了大量细致的工作。

本书的部分成果和出版得到了同济大学学术专著(自然科学类)出版基金、国家自然科学基金项目(41372285, 51579179, 51308408)、欧盟玛丽居里行动计划(PIAPP-GA-2011-286397)等资助,在此表示衷心的感谢。

鉴于作者理论和技术水平有限,书中难免有纰漏之处,望读者和同行批评指正。



2016 年 12 月于上海

# 符 号 定 义

$A_0$	激振器振动幅值
$A_a$	受激振土体竖向位移幅值
$C_c$	压缩指数 $C_c = \Delta e / \Delta \log p'$ (一维条件下 $C_c = \Delta e / \Delta \log \sigma'_v$ )
$c$	黏聚力
$C_s$	回弹指数 $C_s = \Delta e / \Delta \log p'$ (一维条件下 $C_s = \Delta e / \Delta \log \sigma'_v$ )
$C_u$	颗粒材料的不均匀系数
$CN$	颗粒接触配位数
$CN'$	考虑颗粒接触力修正的颗粒接触配位数
$CSL$	临界状态线
$d\epsilon_d^p, d\epsilon_v^p (\Delta\epsilon_v^p)$	塑性偏应变增量, 塑性体积应变增量
$DDSDDE$	一致切线模量, 雅克比矩阵 $\partial \Delta \sigma / \partial \Delta \epsilon$
$D_{50}$	平均粒径
$D^e$	弹性刚度矩阵
$D^{ep}$	弹塑性刚度矩阵
$D_{ijkl}$	弹性刚度张量
$\Delta e^e, \Delta e^p$	弹性孔隙比增量, 塑性孔隙比增量
$e, e_0$	孔隙比, 初始孔隙比
$e_c, e_{cr}, e_{cr0}$	临界状态孔隙比, 对应参考应力的临界孔隙比
$e_{ij}$	偏应变张量
$e_r, e_{r0}$	参考孔隙比, 参考孔隙比的初始值
$e_{ref}$	临界状态线上对应 $p_{ref}$ 时的参考孔隙比
$E$	杨氏模量 (MPa)
$E_l$	轴向方向上土体小应变杨氏模量 (MPa)
$E_s$	侧向方向上土体小应变杨氏模量 (MPa)
$E_h, E_v$	水平向弹性模量, 坚向弹性模量
$E_{ode}$	固结模量
$E_u$	割线模量
$E_v^u$	坚向卸载模量

(续表)

$F$	颗粒的法向接触力(N)
$F_{\text{avg}}$	颗粒的平均法向接触力(N)
$G$	剪切模量
$G_0, G_{\max}$	非常小应变剪切模量, 即最大剪切模量
$G_{13}$	土体小应变剪切模量(MPa)
$G_g$	颗粒的剪切模量
$G_h, G_{hh}$	水平平面内剪切模量
$G_p$	塑性剪切刚度
$G_{\text{ref}0}$	对应应变为 0.001 时的参考割线刚度
$G_v, G_{vh}$	竖向平面内剪切模量
$G_{v0}$	竖直面内非常小应变剪切模量
$I_1, I_2, I_3$	主应力不变量
$I_p, PI$	细粒土的塑性指数
$ICL$	各向同性压缩线
$IC$	等向固结
$k_n^s$	PFC <sup>2D</sup> 中简化 Herzt-Mindlin 接触模型的法向刚度
$k_s^{t'}$	PFC <sup>2D</sup> 中简化 Herzt-Mindlin 接触模型的切向刚度
$K$	体积模量
$K_0$	静止土压力系数 $K_0 = \sigma'_{h0}/\sigma'_{v0}$
$K_0^{\text{ac}}$	正常固结土的静止土压力系数
$LL, w_L$	液限
$M$	$p' - q$ 平面内的临界状态线斜率
$M_c$	压缩条件下临界状态线的斜率
$M_e$	伸长条件下临界状态线的斜率
$M_p$	峰值状态线斜率
$M_{\text{pt}}$	相变状态线斜率
$NCL$	正常压缩线
$OCR$	超固结比
$p', \sigma_m'$	平均有效应力
$p_{\text{at}}, p_{\text{atm}}$	标准大气压力=101.325 kPa
$p_c$	屈服面大小
$p_{\text{ref}}$	参考应力
$P_{\text{rev}}$	加卸载刚度控制因子

(续表)

$POP$	超静止土压力 $POP = \sigma_{p0} - \sigma'_{v0}$
$q$	偏应力
$R(\theta)$	颗粒接触的空间分布函数
$s_{ij}$	偏应力张量
$s_u$	不排水抗剪强度 $s_u = q_{peak}/2$
$T_r$	规则排列试样中颗粒直径的精度
UMAT	ABAQUS 用户自定义材料本构模型
$V_s$	剪切波波速
$V_R$	瑞利波波速
$\langle \rangle$	MacCauley 函数
$[K_G]^i$	整体刚度矩阵
$\{\Delta d\}_{nG}^i$	节点位移增量
$\{\Delta R_G\}^i$	节点力增量
$\alpha_0$	屈服面或塑性势面在 $p' - q$ 平面上的倾斜率
$\alpha_{cn}$	颗粒接触分布各向异性系数
$\alpha_{ij}$	屈服面各向异性结构张量
$\beta$	在剪切面内剪切波速对平均有效应力敏感度
$\chi, \chi_0$	结构比, 初始结构比
$\delta\epsilon, \delta\epsilon^e, \delta\epsilon^p$	应变增量, 弹性应变增量, 塑性应变增量
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	大、中、小主应变
$\epsilon_{70}$	刚度为最大刚度 70% 时所对应的应变水平
$\epsilon_a, \delta\epsilon_a$	轴向应变, 轴向应变增量
$\epsilon_d, \epsilon_v$	偏应变, 体积应变
$\epsilon_d^p, \epsilon_v^p$	塑性偏应变, 塑性体积应变
$\epsilon_d^*$	应力或应变反转后的剪切应变
$\epsilon_{eq}^*$	应力或应变反转点后的等效应变
$\epsilon_{ij}, \delta\epsilon_{ij}$	应变张量, 应变增量张量
$\epsilon_{ij}^e, \delta\epsilon_{ij}^e$	弹性应变张量, 弹性应变增量张量
$\epsilon_{ij}^p, \delta\epsilon_{ij}^p$	塑性应变张量, 塑性应变增量张量
$\varphi$	相位角
$\varphi_\mu, \varphi_p, \varphi_{pl}$	临界状态(残余-符号表中的)摩擦角, 峰值摩擦角, 相变摩擦角
$\gamma$	剪应变
$\gamma_a$	剪应变幅值

(续表)

$\gamma_e$	弹性剪应变阈值
$\gamma_{ref}$	参考剪应变
$\eta$	应力比 $\eta = q/p'$
$\eta_{K_0}$	一维压缩条件下的 $q/p'$ 应力比
$\kappa$	回弹指数, $\kappa = C_s/\ln(10)$
$\kappa_s$	考虑小应变刚度的回弹指数
$\lambda$	压缩指数, $\lambda = C_c/\ln(10)$
$\lambda_R$	瑞利波波长
$\Delta, d\lambda$	塑性乘子
$\theta_{cn}$	颗粒接触分布的主方向
$\rho$	密度
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	大、中、小主应力
$\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$	有效大、中、小主应力
$\sigma_a$	试样中剪切波传播方向的应力
$\sigma'_c$	初始有效固结应力
$\sigma'_h$	水平向有效应力
$\sigma_{ij}, \sigma'_{ij}$	应力张量, 有效应力张量
$\delta\sigma_{ij}$	应力增量张量
$\sigma_{p0}, \sigma'_{p0}$	先期固结压力, 有效先期固结应力
$\sigma'_{ref}$	参考竖向有效应力
$\sigma'_v, \Delta\sigma'_v$	竖向有效应力, 竖向有效应力增量
$\nu$	泊松比
$\nu_{13}$	小应变泊松比
$\nu'_{vh}, \nu'_{vv}$	水平向泊松比, 竖向泊松比
$\nu_g$	颗粒的泊松比
$\tilde{\omega}$	土体的自振圆频率
$\omega, \omega_d$	屈服面旋转硬化速率参数
$\vartheta$	屈服面硬化参数

## 4 土的小应变刚度特性

# 目 录

序

前言

符号定义

<b>第 1 章 绪论 .....</b>	<b>1</b>
1.1 概述 .....	1
1.2 土的压缩特性 .....	2
1.3 土的剪切特性 .....	4
1.4 土的小应变刚度特性 .....	8
<b>第 2 章 小应变刚度特性试验及其规律 .....</b>	<b>10</b>
2.1 常规试验方法及原理 .....	10
2.1.1 现场测试法 .....	11
2.1.2 实验室测试法 .....	12
2.1.3 不同方法的比较与讨论 .....	16
2.2 土体小应变刚度特性规律 .....	18
2.2.1 非常小应变条件下的剪切模量 .....	18
2.2.2 刚度随应变的衰减规律 .....	20
2.3 小应变刚度特性的影响因素 .....	21
2.3.1 试样扰动 .....	21
2.3.2 各向异性 .....	22
2.3.3 当前状态及应力历史 .....	22
2.3.4 应力路径 .....	23
2.3.5 应变速率和循环加载 .....	24
2.3.6 土体老化 .....	25
2.3.7 土体饱和度 .....	25
2.3.8 砂土颗粒级配、颗粒大小和颗粒形状 .....	27

第 3 章 小应变刚度特性数值试验及微观机理 .....	29
3.1 基于离散元方法的数值试验 .....	29
3.1.1 离散元方法简述 .....	29
3.1.2 数值试验方案 .....	30
3.2 数值试验的实现及结果分析 .....	31
3.2.1 颗粒规则排列试样的刚度模拟 .....	31
3.2.2 颗粒随机排列试样的刚度模拟 .....	36
3.2.3 小应变刚度各向异性 .....	39
3.2.4 小应变刚度随应变的退化 .....	45
第 4 章 小应变刚度特性模拟方法及本构开发 .....	47
4.1 小应变刚度特性本构模拟方法 .....	47
4.1.1 非常小应变范围剪切模量方程 .....	47
4.1.2 非线弹性类本构模型 .....	47
4.1.3 弹塑性类本构模型 .....	49
4.1.4 块串模型 .....	50
4.1.5 小应变模型优缺点 .....	50
4.2 小应变刚度特性本构开发 .....	51
4.2.1 非线弹性小应变本构方程的选择及修正 .....	51
4.2.2 小应变剪切模量修正公式的扩展 .....	54
4.2.3 应用一:天然黏土小应变弹塑性模型 .....	55
4.2.4 应用二:砂土小应变弹塑性模型 .....	59
第 5 章 有限元二次开发 .....	61
5.1 有限元二次开发概述 .....	61
5.1.1 数值计算及有限元概述 .....	61
5.1.2 高斯点应力积分方法 .....	64
5.1.3 耦合固结分析概述 .....	65
5.2 基于 ABAQUS 的有限元二次开发 .....	66
5.2.1 ABAQUS 基本介绍 .....	66
5.2.2 编写 UMAT 子程序 .....	67
5.2.3 UMAT 子程序的使用 .....	68
5.3 各向异性黏土弹塑性模型导入 .....	70
5.3.1 初始化部分的程序编写 .....	70

5.3.2 弹塑性模型的切面数值算法及程序编写 .....	73
5.3.3 考虑小应变刚度特性的各向异性弹性程序编写 .....	81
5.4 常规室内试验验证 .....	86
5.4.1 各向同性压缩 .....	86
5.4.2 一维压缩试验 .....	87
5.4.3 三轴试验 .....	88
 第 6 章 工程应用 .....	91
6.1 小应变本构模型的工程应用 .....	91
6.1.1 TNEC 基坑 .....	91
6.1.2 结果分析 .....	96
6.2 黏土地层隧道开挖模拟 .....	97
6.2.1 数值计算模型 .....	98
6.2.2 小应变对隧道开挖引起的地层沉降影响 .....	99
 参考文献 .....	101

# 第1章

## 绪 论

### 本 章 提 要

土的基本力学特性及其本构模拟方法是岩土及地下工程实施的重要理论基础之一。在切入土的小应变刚度特性及其模拟应用之前,简要介绍了与应变相关的两个基本特性,即压缩特性与剪切特性。对于每个基本特性,从其定义或基本描述出发,介绍其研究的试验手段及方法,展开其典型试验结果的总结和分析,以及常用的本构模拟方法的相互比较及针对不同类型工程的选用建议。

### 1.1 概 述

James Bell(1989)将19世纪比喻成“设计的灾难时代”,因为当时的工程师很少会在工程建设之前对工程的设计概念进行分析。考虑到20世纪初面临的重大建设问题,早期的土力学研究集中在防止工程结构破坏方面。到了20世纪70年代,对于许多经验丰富的工程师来说,土力学变成了一门成熟的学科,因为绝大多数的破坏机理已经被揭示。然而,大规模的城市化建设以及旧城区的再建设等,涉及地面沉降以及对邻近建筑物和地下结构的影响,更为重要的是考虑到核设施和其他重要设施的大量兴建,因此有必要研究即便很小的变形对各类岩土工程结构物的安全性和使用舒适性产生的影响。同时,数值模型和计算机的快速发展也给工程实际分析提供了强有力的新工具。

土的基本力学特性及其本构模拟方法是岩土及地下工程实施的重要理论基础之一(如尹振宇等,2014;尹振宇,2016)。自20世纪初以来,国内外学者开展了大量的土的基本力学特性研究,以期准确认识土在不同应力状态作用下的变形发展和破坏机理,并以此建立土力学本构模拟的计算理论,对不同类型的岩土工程进行模拟研究,进一步指导工程的设计、施工及维护保养。因此,可以说土的基本力学特性及其本构模拟方法是岩土工程实施的重要理论基础之一。正如龚晓南院士(2011)所说:采用连续介质力学模型求解岩土工程问题的关键是如何建立岩土的工程实用本构方程。

随着城市发展程度越来越高,各类工程设计除了对工程本身变形的要求外,还要求结构物周围一定范围内的土体处于非常小应变状态或小应变状态。根据Atkinson & Sall-fors(1991)的定义,剪应变可分为三个范围:非常小应变(小于 $10^{-6}$ )、小应变( $10^{-6} \sim 10^{-3}$ )

和大应变(大于  $10^{-3}$ )。可以想象,仅采用某一试验测量值进行工程设计,可能会导致预测的变形过大而造成地下结构支护体系过于保守及建筑物造价大幅攀升,也有可能会导致一些结构面上预测的土压力过小而造成设计的安全系数降低甚至出现工程事故。因此,岩土工程分析需要较全面地考虑土的小应变刚度特性,即非常小应变刚度和小应变刚度随剪应变的折减规律。

在切入土的小应变刚度特性及其模拟应用之前,本章先简要介绍与应变相关的土的基本特性,即压缩特性与剪切特性,以及常用的本构模拟方法。

## 1.2 土的压缩特性

土的压缩特性指的是土在压缩过程中所表现出的模量随密度和应力增加而增大的特性,即压硬性。常规试验手段主要有:① $\sigma'_3/\sigma'_1 = \text{常数}(k)$ 的控制应力比的三轴压缩试验(图 1-1(a));② $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ 的常规一维固结试验(图 1-1(b))。对于黏土,通过上述试验,通常可以得到先期固结压力 $\sigma'_{p0}$ 以及此屈服应力前后的压缩曲线(图 1-1(c))。

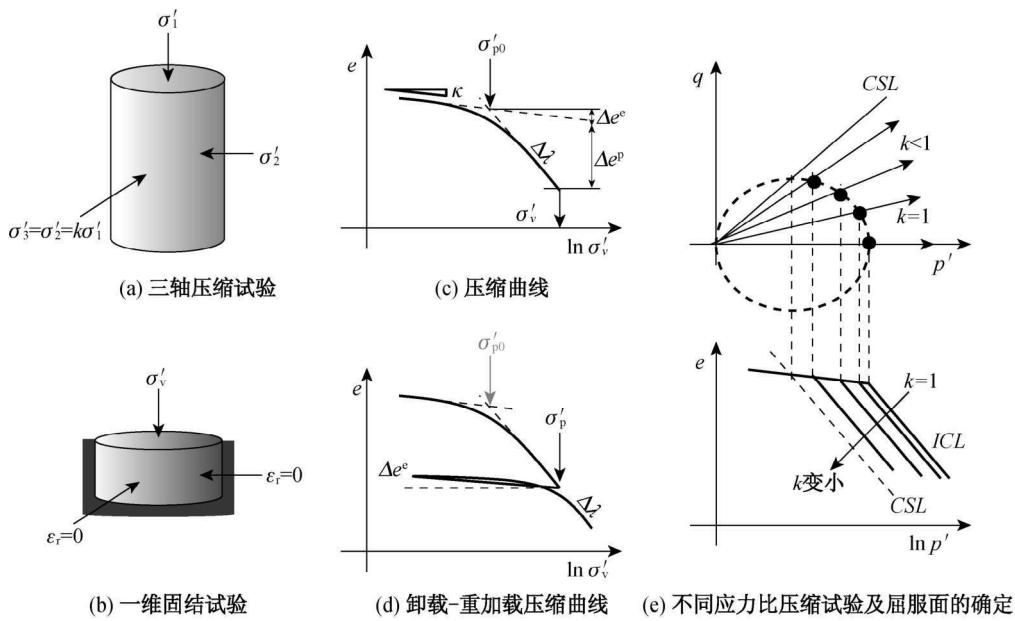


图 1-1 土压缩特性示意图

对于重塑黏土,先期固结应力与其重塑固结历史相关;而对于原状黏土,所测得的先期固结应力与其应力历史和颗粒间胶结相关;通过压缩曲线可得到与弹性及塑性变形相关的压缩指数:

$$\left\{ \begin{array}{l} e = e_i - \kappa \ln \left( \frac{\sigma'_v}{\sigma'_{vi}} \right), \quad \sigma'_v < \sigma'_{p0} \\ e = e_0 - \lambda \ln \left( \frac{\sigma'_v}{\sigma'_{p0}} \right), \quad \sigma'_v \geq \sigma'_{p0} \end{array} \right. \quad (1-1)$$

通过压缩曲线可得到与弹性及塑性变形相关的压缩指数:

$$K = \frac{1+e_i}{\kappa} \left( \frac{1+2k}{3} \sigma'_v \right); \quad E_{oed} = \frac{1+e_i}{\kappa} \sigma'_v \quad (1-2)$$

在当前应力大于先期固结应力的条件下 ( $\sigma'_v > \sigma'_{p0}$ ), 根据经典弹塑性理论, 压缩变形可由弹性和塑性两个部分组成(图 1-1(c)), 即

$$\begin{cases} \Delta e^e = \kappa \ln \left( \frac{\sigma'_v}{\sigma'_{p0}} \right) \\ \Delta e^p = (\lambda - \kappa) \ln \left( \frac{\sigma'_v}{\sigma'_{p0}} \right) \end{cases} \quad (1-3)$$

基于卸载-重加载试验结果, 发现弹性变形并不改变固结应力历史产生的弹塑性临界应力(即更新的先期固结应力, 图 1-1(d))。由此, 先期固结应力的更新与否可认为只跟塑性压缩变形相关, 即

$$\Delta e^p = (\lambda - \kappa) \ln \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{p0}} \Rightarrow \sigma'_p = \sigma'_{p0} \exp \left( \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \epsilon_v^p \right) \quad (1-4)$$

如果把先期固结应力作为黏土材料的一个硬化参数, 则式(1-4)便构成了此硬化参数的硬化法则。

同时, 我们从图 1-1(c)不难发现土体在压缩过程中从斜率  $\kappa$  到  $\lambda$  的非线性光滑渐变(放大到图 1-2)。此渐变现象可通过设置一条正常压缩线(NCL)作为参考边界线, 引入土体实际状态 ( $e$ ,  $\sigma'_v$ ) 与 NCL 的距离  $R$ , 建立塑性应变随  $R$  的折减关系, 最终实现此非线性过程(姚仰平等, 2012), 见式(1-5)。

$$\Delta e = \kappa \frac{\Delta \sigma'_v}{\sigma'_v} + (\lambda - \kappa) \frac{\Delta \sigma'_v}{\sigma'_v} \frac{1}{1 + f(R)} \quad (1-5)$$

此外, 通过应力控制的各向同性压缩重塑土三轴压缩试验(图 1-1(e)), 还可以得到另一个规律: ①先期固结压力随着应力比  $k$  值的减小而减小; ②塑性压缩曲线之间相互平行; ③可在应力路径平面得到屈服点, 进而画出类椭圆的屈服面。由此, 一维先期固结应力可扩展到三维屈服面的大小; 硬化法则也从一维自然扩展到三维, 用来描述屈服面大小的变化。

土在天然沉积或重塑制样过程中会形成一定的接触组构。在加载过程中, 此接触组构会发生变化, 此变化过程与加载的方式、方向密切相关。换句话说, 不同压缩应力比会造成压缩曲线的差别, 即诱发各向异性。如果以加载路径单一的常规实验结果作为工程设计依据, 则会造成偏差而导致岩土工程的安全隐患或浪费。国内外学者应用应力控制三轴仪, 通过不同应力比路径下的压缩试验, 研究了屈服面的各向异性(式(1-6)中的  $\alpha$  代表图 1-3 中屈服面的倾斜角), 并总结了屈服面的旋转硬化规律(如 Dafalias, 1986; Wheeler 等, 2003; 等等)。

$$f = \frac{(q - p'\alpha)^2}{(M^2 - \alpha^2)p'} + p' - p_c \quad (1-6)$$

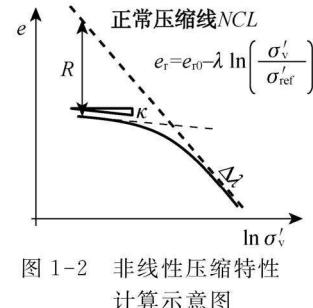


图 1-2 非线性压缩特性  
计算示意图