金色麦苗成长系列丛书

数学课外阅读

九年级（上册）

李林军　主编

江西高校出版社

金色麦苗成长系列丛书

数学

课外阅读

九年级上册

主　　编　李林军

编委会成员　（以姓氏笔画为序）

马东江　王长升　王现财

王淑林　陈江录　杨爱美

饶品样　徐瑞丽

江西高校出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学课外阅读．九年级．上册/李林军主编．—南昌：江西高校出版社，2012.8

ISBN 978-7-5493-1388-4

金色麦苗成长系列丛书

Ⅰ．①数… Ⅱ．①李… Ⅲ．①中学数学课-初中-课外读物 Ⅳ．①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第195952号

出版发行	江西高校出版社
社址	江西省南昌市洪都北大道96号
邮政编码	330046
总编室电话	(0791)88504319
销售电话	(0791)88523095
网址	www.juacp.com
印刷	南昌市光华印刷有限责任公司
照排	江西太元科技有限公司照排部
经销	各地新华书店
开本	850mm×1168mm 1/32
印张	4.375
字数	88千字
版次	2012年9月第1版第1次印刷
书号	ISBN 978-7-5493-1388-4
定价	9.00元

赣版权登字-07-2012-843

前 言

阅读是人类社会生活的一项重要活动，是人类汲取知识的主要手段和认识世界的重要途径。阅读可以让我们获得更多信息、增加我们的知识储量，解答我们各种疑难问题，可以使我们感悟出更多、更好的东西——我们在阅读中获得、在阅读中感悟、在阅读中陶冶、在阅读中提升。

为帮助广大同学们培养良好的阅读行为习惯，丰富阅读内容，我们聘请全国优秀的数学教师、教育专家，共同组编本套系列丛书——《数学课外阅读》。本套丛书依据《数学课程标准》对阅读的基本要求而编写，力求知识性、趣味性的统一，尊重初中学生的年龄特点、阅读习惯和行为习惯。在培养阅读意识、方法感悟、能力提升上有独特的创新。

本套丛书按照下面五个模块展示：

【数学故事】生活处处有数学，通过故事的展示引发数学原理，来引导同学们在身边发现“数学”，并用数学知识原理解决问题，阅读之

后，你会恍然大悟，更多地了解数学历史。

【思维点拨】名师就在你身边，通过名师对数学知识要点的点拨，会使你豁然开朗，感悟透彻、记忆深刻，并且你会在解决相同或者类似的数学问题上得心应手。

【智力提升】用智慧解决难题，本栏目展示通过想方法、用智慧解决一个个数学难题，你阅读后会心情激荡、跃跃欲试。其实她在告诉同学们：智慧和能力的提升是靠自己积极的心态和平时的积累。

【智慧阅读】新视角开拓眼界，阅读本栏目后，你会触摸到浩瀚的知识海洋中一颗颗“美丽的珍珠”，你会看的更远、更宽，心境会更明亮！

【知识小节】懂归纳记忆深刻，本栏目着重对本单元知识的梳理及归纳，以便同学们记忆和应用。

没有最好，只有更好，本套丛书在编撰过程中，得到教育专家、名师的关注指导及一线老师的积极参与。总之，希望本套丛书能成为学生的良师益友，也希望这套丛书能帮广大同学们开拓学习视野，培养学习兴趣，提高学习能力。

我们将热忱欢迎广大老师和同学们给我们提出宝贵意见，以便再版时丰富完善。

编者

2012 年 6 月

MULU

目录

第 1 课　二次根式

数学故事

根号的由来

现在,我们都习以为常地使用根号(如$\sqrt{\ }$,$\sqrt[3]{\ }$等),并感到它使用起来既简明又方便. 那么,根号是怎样产生和演变成现在这种样子的呢?

古时候,埃及人用记号“┌”表示平方根;印度人在开平方时,在被开方数的前面写上 ka,阿拉伯人用$\overline{48}$表示$\sqrt{48}$;1840 年前后,德国人用一个点“. ”来表示平方根,两个点“. . ”表示 4 次方根,三个点“. . . ”表示立方根,比如,. 3、. . 3、. . . 3 就分别表示 3 的平方根、4 次方根、立方根. 到十六世纪初,可能是书写快的缘故,小点上带了一条细长的尾巴,变成“√‾”. 1525 年,路多尔夫在他的代数著作中,首先采用了根号,比如他写√4 是 2,√9 是 3. 但是这种写法未得到普遍的认可与采纳. 与此同时,有人采用“根”字的拉丁文 radix 中第一个字母的大写 R 来表示开方运算,并且后面跟着拉丁文“平方”一字的第一个字母 q,或“立方”的第一个字母 c,来表示开的是多少次方.

直到十七世纪,法国数学家笛卡尔第一个使用了现今用的根号“$\sqrt{\ }$”. 在一本书中,笛卡尔写道“如果想求 n 的平方根,就写作$\sqrt{n}$,如果想求 n 的立方根,则写作$\sqrt[3]{n}$.”

这是出于什么考虑呢?有时候被开方数的项数较多,为了避免混淆,笛卡尔就用一条横线把这几项连起来,前面放上根号$\sqrt{\ }$(不过,它比路多尔夫的根号多了一个小钩)就为现在的根号形式.

现在的立方根符号出现得很晚,一直到十八世纪,才在一书中看

到符号 $\sqrt[3]{\quad}$、$\sqrt{\quad}$ 的使用，比如25的立方根用 $\sqrt[3]{25}$ 表示．以后，诸如 $\sqrt{\quad}$ 等等形式的根号渐渐使用开来．

由此可见，一种符号的普遍采用是多么的艰难，它是人们在悠久的岁月中，经过不断改良、选择和淘汰的结果，它是数学家们集体智慧的结晶，而不是某一个人凭空臆造出来的，也不是从天上掉下来的．电脑中的根号是 $\sqrt{\quad}$ 的形式．

思维点拨

一、二次根式的概念

例1：下列各式中，哪些是二次根式，哪些不是二次根式？

(1) $\sqrt{3}$；(2) $\sqrt{-5}$；(3) $\sqrt{(-5)^2}$；(4) $\sqrt[3]{10}$；(5) $\sqrt{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}}$；

(6) $\sqrt{(a-1)^2}$.

分析：根据二次根式的概念即可判断．

解：因为$\sqrt{3}$，$\sqrt{(-5)^2}=5$，$\sqrt{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}}=\sqrt{\frac{1}{30}}$，$\sqrt{(a-1)^2}$ 中的根指数为2，且被开方数都大于或等于0，所以它们都是二次根式．因为 $\sqrt[3]{10}$ 的根指数是3；$\sqrt{-5}$，$\sqrt{-x^2-5}$ 的被开方数都小于0，所以它们不是二次根式．

点拨：判断一个式子是不是二次根式，一是看根指数是不是等于2，二是看被开方数是不是非负数．只有同时符合这两个条件才是二次根式．

二、二次根式有意义的条件

例2：当 x 为何值时，下列各式在实数范围内有意义？

(1) $\sqrt{2-3x}$；(2) $\sqrt{-x^2}$；(3) $\sqrt{(x-3)^2}$；(4) $\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{1-x}}$.

分析: 根据分式与二次根式成立的条件,对各项进行具体讨论,从而解出使各式成立时 x 的取值范围,这是解这类题目的一般方法.

解: (1) 由 $2-3x\geqslant 0$,得 $x\leqslant\frac{2}{3}$,∴ 当 $x\leqslant\frac{2}{3}$ 时,$\sqrt{2-3x}$ 有意义.

(2) 由 $-x^2\geqslant 0$,得 $x^2\leqslant 0$,又 $x^2\geqslant 0$,∴ $x=0$,∴ 当 $x=0$ 时,$\sqrt{-x^2}$ 有意义.

(3) ∵ $(x-3)^2\geqslant 0$,∴ x 取任意实数,∴ 当 x 取任意实数时,$\sqrt{(x-3)^2}$ 有意义.

(4) 根据二次根式和分式的定义可知 x 应满足 $\begin{cases}3x-1\geqslant 0,\\1-x>0,\end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3}\leqslant x<1$,∴ 当 $\frac{1}{3}\leqslant x<1$ 时,$\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{1-x}}$ 有意义.

点拨: 对于二次根式,它有意义的条件是被开方数非负;对于分式,它有意义的条件是分母不为零. 若分式的分母含有二次根式,则它有意义的条件为分母不为零且被开方数非负.

三、二次根式的性质

例 3: 已知 $\triangle ABC$ 中,a,b,c 是三角形的三边长,试化简 $\sqrt{(a-b+c)^2}-2|c-a-b|$.

分析: 根据三角形任意两边之和大于第三边,可知 $a-b+c=(a+c)-b>0$,$c-a-b=c-(a+b)<0$.

解: ∵ a,b,c 是 $\triangle ABC$ 的三边长,

∴ $a-b+c=(a+c)-b>0$,$c-a-b=c-(a+b)<0$,

∴ $\sqrt{(a-b+c)^2}-2|c-a-b|=|a-b+c|+2(c-a-b)=a-b+c-2a-2b+2c=3c-a-3b$.

点拨: 根据三角形的三边关系先确定被开方数的符号,再运用 $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geqslant 0),\\-a(a<0).\end{cases}$ 进行化简. 注意事项:(1) 去绝对值符号

时，要注意绝对值符号前面的正、负号的变化；(2) 去括号时，不要漏乘括号中的最后一项.

四、二次根式的乘法

例 4: 计算:

(1) $\sqrt{12xy}\cdot\sqrt{\frac{9x^2}{4}}$; (2) $\frac{a}{3}\sqrt{\frac{3b^2}{a}}\cdot\frac{2}{b}\sqrt{\frac{3a^2}{b}}$;

(3) $\left(-\frac{b}{a}\sqrt{\frac{b^3}{a}}\right)\cdot\left(-\frac{c}{b}\sqrt{\frac{c^3}{b}}\right)\cdot\left(-\frac{a}{c}\sqrt{\frac{a^3}{c}}\right)$

分析: 根据二次根式乘法的法则，几个二次根式相乘，根指数不变，把被开方数相乘，最后再化简.

解: (1) $\sqrt{12xy}\cdot\sqrt{\frac{9x^2}{4}}=\sqrt{12xy\cdot\frac{9x^2}{4}}=\sqrt{27x^3y}$

$$=\sqrt{3^2\times3\times x^2\times xy}=3x\sqrt{3xy}.$$

(2) $\frac{a}{3}\sqrt{\frac{3b^2}{a}}\cdot\frac{2}{b}\sqrt{\frac{3a^2}{b}}=\frac{a}{3}\times\frac{2}{b}\sqrt{\frac{3b^2}{a}\times\frac{3a^2}{b}}$

$$=\frac{2a}{3b}\sqrt{9ab}=\frac{2a}{3b}\times3\sqrt{ab}=\frac{2a}{b}\sqrt{ab}.$$

(3) $\left(-\frac{b}{a}\sqrt{\frac{b^3}{a}}\right)\cdot\left(-\frac{c}{b}\sqrt{\frac{c^3}{b}}\right)\cdot\left(-\frac{a}{c}\sqrt{\frac{a^3}{c}}\right)$

$$=-\frac{b}{a}\times\frac{c}{b}\times\frac{a}{c}\sqrt{\frac{b^3}{a}\times\frac{c^3}{b}\times\frac{a^3}{c}}=-\sqrt{a^2b^2c^2}=-abc.$$

点拨: (1) 当二次根式前面有系数时，可类比单项式与单项式相乘的法则，如 $a\sqrt{b}\cdot c\sqrt{d}=ac\sqrt{bd}$，即系数与系数相乘，被开方数与被开方数相乘.

(2) 因为是两个二次根式相乘，所以被开方数一定都是非负数.

(3) 当多个二次根式相乘时，可以将所有的二次根式的被开方数相乘，用它们的积作积的被开方数.

五、二次根式的除法

例5: 计算:

(1) $\sqrt{27}\div\sqrt{3}$;(2) $\sqrt{a^3b^6}\div\sqrt{ab}(a>0,b>0)$.

分析: 直接运用二次根式除法法则$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{\frac{a}{b}}(a\geqslant 0,b>0)$.

解:(1) 解法一: $\sqrt{27}\div\sqrt{3}=\sqrt{27\div 3}=\sqrt{9}=3$;

解法二: $\sqrt{27}\div\sqrt{3}=\sqrt{9\times 3}\div\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=3$.

(2) 解法一: $\sqrt{a^3b^b}\div\sqrt{ab}=\sqrt{a^3b^6\div(ab)}$

$=\sqrt{a^2b^5}=\sqrt{a^2\cdot b^4\cdot b}=ab^2\sqrt{b}(a>0,b>0)$;

解法二: $\sqrt{a^3b^6}\div\sqrt{ab}=\frac{\sqrt{a^3b^6}}{\sqrt{ab}}=\frac{\sqrt{a^2\cdot a\cdot(b^3)^2}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}}=\frac{ab^3\sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}}=$
$\frac{ab^3}{\sqrt{b}}=ab^2\sqrt{b}(a>0,b>0)$.

点拨:(1)公式成立的条件为:因为是两个二次根式,所以被开方数必须是非负数,又因为分母不能是0,所以分子的被开方数要大于或等于0,分母的被开方数要大于0,即公式中的$a\geqslant 0,b>0$.

(2)将二次根式相除的公式逆向运用,可得商的算术平方根化简的公式:$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geqslant 0,b>0)$. 即商的算术平方根,等于被除数(式)与除数(式)的算术平方根的商. 如$3\sqrt{\frac{5}{3}}=3\sqrt{\frac{15}{9}}=\frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{9}}=$
$\frac{3\sqrt{15}}{3}=\sqrt{15}$. 它也是二次根式化简的一个重要公式.

(3)注意商的算术平方根中的分子、分母必须满足分子$\geqslant 0$,分母

>0.

六、二次根式的乘、除混合运算

例 6: 计算: (1) $-\frac{4}{3}\sqrt{18}\div\left(2\sqrt{8}\times\frac{1}{3}\sqrt{54}\right)$;

(2) $3\sqrt{\frac{12}{x}}\times\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{xy}}\div\left(-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{18}{xy^3}}\right)$;

(3) $10a^2\sqrt{ab}\cdot\left(5\sqrt{\frac{a}{b}}\div 15\sqrt{\frac{a}{b}}\right)\div\left(\sqrt{5ab}\div\sqrt{\frac{b}{5a}}\right)$;

(4) $\frac{2}{y}\sqrt{xy^5}\cdot\left(-\frac{3}{2}\sqrt{x^3y}\right)\div 3\sqrt{\frac{y}{x}}$.

分析: 二次根式的乘除运算,其运算顺序是有括号的先算括号,没有括号的被从左到右的顺序进行.

解: (1) 原式 $=-\frac{4}{3}\sqrt{18}\div\left(2\times\frac{1}{3}\sqrt{8\times 54}\right)$

$=-\frac{4}{3}\sqrt{18}\div\left(\frac{2}{3}\times 12\sqrt{3}\right)$

$=-\frac{4}{3}\sqrt{18}\div 8\sqrt{3}=-\frac{4}{3}\times 3\sqrt{2}\div 8\sqrt{3}$

$=-4\sqrt{2}\div 8\sqrt{3}=-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}=-\frac{1}{6}\sqrt{6}$.

(2) 原式 $=3\sqrt{\frac{12}{x}}\times\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{xy}}\times\left(-\frac{4}{3}\sqrt{\frac{xy^3}{18}}\right)$

$=3\times\frac{1}{2}\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times\sqrt{\frac{12}{x}\times\frac{3}{xy}\times\frac{xy^3}{18}}=-2\sqrt{\frac{2y^2}{x}}=-\frac{2y}{x}\sqrt{2x}$.

(3) 原式 $=10a^2\sqrt{ab}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}}\div\sqrt{5ab\times\frac{5a}{b}}$

$=10a^2\sqrt{ab}\times\frac{1}{3}\div 5a=\frac{2}{3}a\sqrt{ab}$.

(4) 原式 $=\frac{2}{y}\sqrt{xy^5}\cdot\left(-\frac{3}{2}\sqrt{x^3y}\right)\cdot\frac{1}{3}\sqrt{\frac{x}{y}}$

$$=\frac{2}{y}\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{3}\sqrt{xy^3\cdot x^3y\times\frac{x}{y}}=-\frac{1}{y}\sqrt{x^5y^5}$$

$$=-\frac{1}{y}\cdot x^2y^2\sqrt{xy}=-x^2y\sqrt{xy}$$

点拨:(1)二次根式乘除法混合运算时,要按照运算顺序从左到右依次运算,有括号的先算括号里面的,不要出现$\sqrt{8}\div\sqrt{4}\div\sqrt{2}=\sqrt{8}\div(\sqrt{4}\div\sqrt{2})=\sqrt{8}\div\sqrt{2}=\sqrt{4}=2$ 的错误.

(2)最后运算的结果中,被开方数①不能含有字母;②被开方数中每个因式的指数都要小于根式指数 2,即要把二次根式化为最简.

七、二次根式的加、减

例 7: 计算: (1) $\sqrt{2}+\sqrt{8}=$ ________;

(2) $\frac{2}{3}\sqrt{9x}+6\sqrt{\frac{x}{4}}-2x\sqrt{\frac{1}{x}}$;

(3) $\left(\sqrt{24}-\sqrt{0.5}+2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{6}\right)$;

(4) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{8}-\sqrt{2}+1$.

分析: 先将各个二次根式化成最简二次根式,再合并同类二次根式.

解: (1) $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2}+\sqrt{4\times2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.

(2) $\frac{2}{3}\sqrt{9x}+6\sqrt{\frac{x}{4}}-2x\cdot\sqrt{\frac{1}{x}}=\frac{2}{3}\times3\sqrt{x}+6\times\frac{1}{2}\sqrt{x}-2x\cdot\frac{1}{x}\sqrt{x}=2\sqrt{x}+3\sqrt{x}-2\sqrt{x}=3\sqrt{x}$.

(3) 原式 $=\left(\sqrt{4\times6}-\sqrt{\frac{1}{2}}+2\sqrt{\frac{6}{9}}\right)-\left(\sqrt{\frac{2}{16}}-\sqrt{6}\right)$

$$=2\sqrt{6}-\frac{1}{2}\sqrt{2}+\frac{2}{3}\sqrt{6}-\frac{1}{4}\sqrt{2}+\sqrt{6}$$

$= \left(2 + \frac{2}{3} + 1\right)\sqrt{6} + \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\sqrt{2}$

$= \frac{11}{3}\sqrt{6} - \frac{3}{4}\sqrt{2}.$

(4) 原式 $= \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} + \sqrt{4\times 2} - \sqrt{2} + 1 = \sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2}$
$- \sqrt{2} + 1 = 2\sqrt{2} + 2.$

点拨:(1)二次根式的系数同单项式的次数相类似,单项式的系数是指数字因数,而二次根式的系数是指除二次根式之外的有理数因数.

(2)二次根式的加、减运算要求把所有二次根式化为与被开方数相同之后进行运算.

(3)与单项式的加、减运算相类似,单项式的加减过程中只是系数相加、相减,字母及字母的次数没有发生变化,二次根式的运算过程中也是系数相加、相减,被开方数没有发生变化.

八、二次根式的混合运算

例 8:(1) 已知 $x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}, y = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$,求$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 4$ 的值;

(2) 计算:$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$;

(3) 当 $x = 2, y = 3$ 时,求代数式$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$的值;

(4) 当 $m = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 时,求代数式 $m + \frac{1}{m}$ 的值.

分析:可将已知条件化简,或者将所要求的结果进行化简.

解:(1) $x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8} = 3+2\sqrt{2}.$

$y = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8} = 3-2\sqrt{2}.$

所以 $x+y=3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}=6$，$xy=(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=9-8=1$.

所以 $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-4=\frac{x^2+y^2-4xy}{xy}=\frac{(x+y)^2-6xy}{xy}=\frac{36-6}{1}=30$.

(2) 原式 $=\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}-[(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2]=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}-(18-12)=2+\sqrt{3}-6=\sqrt{3}-4$.

(3) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}-\frac{\sqrt{y}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}$

$=\frac{x+\sqrt{xy}}{x-y}-\frac{\sqrt{xy}-y}{x-y}=\frac{x+\sqrt{xy}-\sqrt{xy}+y}{x-y}=\frac{x+y}{x-y}$

$=\frac{2+3}{2-3}=-5$.

(4) $m=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\frac{\sqrt{5}+2}{5-4}=\sqrt{5}+2$.

所以 $m+\frac{1}{m}=\sqrt{5}+2+\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\sqrt{5}+2+\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2=2\sqrt{5}$. 也可以直接代入求值:

$$m+\frac{1}{m}=\frac{1}{\sqrt{5}-2}+\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{5}-2}}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}+\sqrt{5}-2=\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2=2\sqrt{5}.$$

点拨: (1) $\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d})$ 型，运用乘法对加法的分配律化简.

(2) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{c}+\sqrt{d})$ 型，可类比多项式乘以多项式法则进行计算. 即 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot(\sqrt{c}+\sqrt{d})=\sqrt{a}\cdot\sqrt{c}+\sqrt{a}\cdot\sqrt{d}+\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}+\sqrt{b}\cdot\sqrt{d}=$

$\sqrt{ac}+\sqrt{ad}+\sqrt{bc}+\sqrt{bd}$.

(3) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$，即运用平方差公式.

(4) $(\sqrt{a}\pm\sqrt{b})^2=a+b\pm 2\sqrt{ab}(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$，即运用完全平方公式.

(5) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})\div(\sqrt{a}-\sqrt{b})=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\dfrac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\dfrac{a+b+2\sqrt{ab}}{a-b}(a\geqslant 0,b\geqslant 0,且 a\neq b)$.

智力提升

巧妙比较二次根式的大小

“我的天啊!$4\sqrt{2}$ 与 $3\sqrt{3}$ 到底谁大谁小啊?”

小迷糊同学满头大汗地叫喊……

“呵呵,这个还不简单!让我来告诉你吧!”数学小天才李铮笑眯眯地说道.

“真的假的?我的大天才同学?快点快点告诉我吧.”

“其实吧……”李铮推了推自己的小眼镜,慢条斯理地说:“其实这两个数都是无理数,也叫做二次根式,比较它们的大小的方法可不是一种噢!”

“先告诉我一种吧.”小迷糊两眼冒星星……

“这第一种方法嘛……嗯……就是——被开方数比较法!”(超雷人动作,大家想象中 ^_^)

“根据 $4\sqrt{2}=\sqrt{4^2\times 2}=\sqrt{32}$，$3\sqrt{3}=\sqrt{3^2\times 3}=\sqrt{27}$，$\sqrt{32}>\sqrt{27}$，所以 $4\sqrt{2}>3\sqrt{3}$，你的!……明白?”

“这么简单?不可能吧?”小迷糊小嘴张得大大的,惊讶不已……

“其实呢，这种办法跟平方法大同小异，比如说比较$3\sqrt{6}$和$4\sqrt{5}$的大小，可以把二者都平方，然后比较它们的结果大小就行了．”

“我来我来！因为$(3\sqrt{6})^2=54$，$(4\sqrt{5})^2=80$，又因为$80>54$，所以$3\sqrt{6}<4\sqrt{5}$. 我做得对不对啊？”

“太棒了！小迷糊也开窍了！”

“上面两种办法是比较二次根式大小最常用的方法，还有几种比较抽象的方法我可以介绍给你，能不能理解就看你自己喽！”

1. 倒数比较法．

例1：比较$\sqrt{2004}-\sqrt{2003}$与$\sqrt{2003}-\sqrt{2002}$的大小．

分析：因为$\frac{1}{\sqrt{2004}-\sqrt{2003}}=\sqrt{2004}+\sqrt{2003}$，$\frac{1}{\sqrt{2003}-\sqrt{2002}}=\sqrt{2003}+\sqrt{2002}$，

而$\sqrt{2004}+\sqrt{2003}>\sqrt{2003}+\sqrt{2002}$，

所以$\sqrt{2004}-\sqrt{2003}<\sqrt{2003}-\sqrt{2002}$.

2. 分子有理化法．

例2：比较$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}$与$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$的大小．

分析：因为$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{6})(\sqrt{7}+\sqrt{6})}{3\sqrt{3}(\sqrt{7}+\sqrt{6})}=\frac{1}{3\sqrt{3}(\sqrt{7}+\sqrt{6})}$，

$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})}{2\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{5})}=\frac{1}{2\sqrt{2}(2\sqrt{6}+\sqrt{5})}$，

而$3\sqrt{3}>2\sqrt{2}$，$\sqrt{7}+\sqrt{6}>\sqrt{6}+\sqrt{5}$，

所以$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}<\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$，

解：$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}<\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$.