

中学理科课程资源

谢方明 编

培养 数学 逻辑 思维

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_m^2 \sin^2(\omega t) d(\omega t)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

数理化的
直面写真

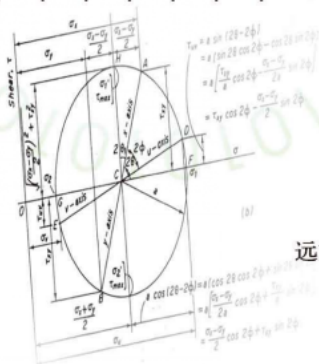
理科教育
的全程解码

感受最前
沿的科技动态

探索最成
功的课程教学

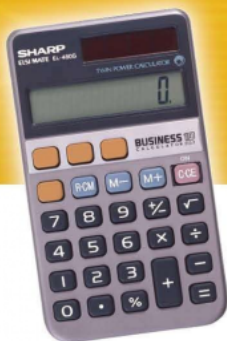
对话最新
颖权威的方法

追溯数理
化的演变历程



远方出版社





本套丛书从数理化三个方面介绍了中学阶段的知识要点，并且联系当今社会的发展，高科技的前沿，让学生学到课本上没有的知识。



责任编辑：胡丽娟
封面设计：璐莎



中学理科课程资源

培养数学逻辑思维

谢方明 编

远方出版社

图书在版编目(CIP)数据

培养数学逻辑思维/谢方明编. —2版. —呼和浩特:远方出版社,
2007.8

(中学理科课程资源)

ISBN 978-7-80723-068-7

I. 培… II. 谢… III. 数学—思维方法—青少年读物 IV. O1—0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 116916 号

中学理科课程资源 培养数学逻辑思维

-
- | | |
|-------|------------------------|
| 编 者 | 谢方明 |
| 出 版 | 远方出版社 |
| 社 址 | 呼和浩特市乌兰察布东路 666 号 |
| 邮 编 | 010010 |
| 发 行 | 新华书店 |
| 印 刷 | 廊坊市华北石油华星印务有限公司 |
| 版 次 | 2007 年 11 月第 2 版 |
| 印 次 | 2007 年 11 月第 1 次印刷 |
| 开 本 | 850×1168 1/32 |
| 印 张 | 306 |
| 字 数 | 3315 千 |
| 印 数 | 3000 |
| 标准书号 | ISBN 978-7-80723-068-7 |
| 总 定 价 | 936.00 元(共 36 册) |
-

远方版图书,版权所有,侵权必究。
远方版图书,印装错误请与印刷厂退换。

前言

随着人们对新课程观的理解,课程资源的开发和利用越来越受到重视,其开发和利用是保证新课程实施的基本条件。新课程倡导学生主动参与、探究发现、交流合作,而课程资源对学生的发展具有巨大的推动作用,因此开发利用一切课程资源,为实施新课程提供环境成为当务之急。

在执行新课程计划中,应当树立新的课程资源观,教师应该成为学生开发和利用课程资源的引导者。学生应该成为课程资源的主体和学习的主人,应当学会主动地有创造性地利用一切可用资源,为自身的学习、实践、探索性活动服务。

为此,我们开发了《中学理科课程资源》丛书。这套丛书共 36 本,分为数学、物理和化学三个方面。根据新课标的改革方向,每个方面又分为教学、百科和新方位三个方向,是针对中小学教师和学生而编写的精品丛书。

《中学理科课程资源》的开发和利用说到底是为了学生的发展而展开的,让每一位理科教师在进行理科课程资源的开发和利用时能更多地关注学生自身存在的一切资源,激发和唤醒学生的多种潜能,为学生以后能主动学习、主动探索、主动发展奠定坚实的基础。

在本套丛书的编写过程中,我们得到了许多理科方面的专家及学者的指导和帮助,在此表示衷心的感谢。由于编者水平有限,错误、疏漏之处,希望广大读者批评、指正。

编 者

目 录

第一章 数学的逻辑方法	1
第一节 中学数学逻辑思维	2
第二节 逻辑思维的基本形式	20
第三节 形式逻辑与辩证逻辑	47
第四节 逻辑推理规则	64
第五节 常用的逻辑推理方法	67
第六节 数学证明与逻辑推理	82
第二章 数学的思维方法	87
第一节 思维及数学思维	87
第二节 数学逻辑思维方法	99
第三节 数学形象思维方法	104
第四节 创造性思维及其培养	115
第三章 数学逻辑思维方法教学	129
第一节 数学思想方法教学的原理	129



第二节	符号化意识的培养	139
第三节	化归意识的培养	153
第四节	整体化意识的培养	162
第五节	学生应形成正确的数学观	167
第四章	数学逻辑思维方法训练	176
第一节	逻辑思维与知识创新	176
第二节	数学创造教育的几点注意	178
第三节	数学能力的培养	188
第四节	数学素质的培养	198
第五章	体验科学逻辑思维方法	210
第一节	反思当前的思维形式	210
第二节	科学的逻辑思维方法	218
第三节	15 道批判性思维题目测试	226
第四节	非常规数学问题解法探微	244





第一章 数学的逻辑方法

逻辑是研究思维形式和思维规律的科学。科学思维有三种基本形式:推理、判断和概念。在理解数学概念、数学命题,进行数学推理与证明的过程中,都要遵循逻辑规律。

数学是建立在逻辑基础上的,借助于逻辑的基本形式,逻辑推理规则和逻辑推理方法使数学成为一门独立学科。逻辑方法是数学思维的基本方法,贯穿着整个数学体系。

中学数学是由概念、命题通过推理组成的逻辑体系。任何数学知识都可以逻辑地分解为三大部分:数学概念、数学命题和数学论证。要深刻领会数学教学内容,学会学习,提高学生的逻辑思维能力,就必须具有形式逻辑的基础知识和运用逻辑方法的能力。

所谓的“培养数学逻辑思维”就是从形式逻辑的角度,对中学数学教材内容所施行的断面研究。这种研究有助于我们从思维的断面上弄清教材的逻辑结构,从而





为寻求新的有效的数学方法提供有效支持。

第一节 中学数学逻辑思维

恩格斯曾经指出,关于思维的科学,是一种历史的科学,是关于人的思维的历史发展的科学。形式逻辑正是如此,我们为了进一步认识中学数理逻辑的对象和意义,了解一下形式逻辑的发展简史是很有必要的。

早在两千多年以前,伴随着生产实践、自然科学和思想论战的发展,以思维和论辩的方法为研究对象的逻辑学就在中国、印度、希腊逐步产生了。不过,当时它还还不是一门独立存在的科学,而是在哲学的怀抱里抚育成长的,它经历了一个漫长的过程从哲学中分化出来,并逐渐走向成熟。

一、东方的古典逻辑

东方的古典逻辑以中国和印度为代表。古代中国是逻辑学的发源地之一。春秋战国时期,有不少学派、学者研究过属于逻辑学方面的问题,主要表现在墨子与墨家学派、惠施、公孙龙、荀况等人的著作和言论中。其中,以《墨经》对逻辑学的贡献最为卓著。《墨经》包括《经上》《经下》《经说上》《经说下》《大取》《小取》共六篇,内容涉





及概念、判断、推理、证明以及思维规律等方面。其中,《经上》《经说上》《经下》和《经说下》含有丰富的数学概念和几何学问题,含有深邃的数学哲学思想和理论,包含有严密的逻辑概念和推理,分析和论证,构成了丰富的逻辑体系。《小取》是一篇关于逻辑学的完整论文,文中提出墨家逻辑的三个手段:“以名举实,以辞抒意,以说出故”。这里的“名”相当于“概念”,“辞”相当于“判断”,“说”相当于“推理”,它说明在人们的思维和论证过程中,概念是用来反映事物的,判断是用来表达思想的,推理是用来推导事物的因果联系的。很类似演绎数学中的定义、定理和证明。同篇又提到效、譬、侔、援、推等五种推理方法。研究者认为“效”就是墨家后学的演绎法,“譬”和“侔”和比喻,“援”是类推,“推”是归纳法。在后期墨家提出了属于逻辑范畴的进一步问题,同时,惠施、公孙龙等辩者也掀起了名辩的高潮。因为他们辩论的对象局限于名词的本身,和事物的实际联系很少,后世历史学家用“名家”称呼他们。事实说明,我国古代的逻辑思想是十分丰富的,需要我们大力研究和发掘。

古代印度也产生了逻辑学说,即“因明”。“因”是推理的依据,“明”是通常说的学说,“因明”就是古代印度关于推理的学说。主要代表著作有陈那的《因明正理门论》、商羯罗主的《因明入正理论》等。例如,陈那提出“三





支论式”，认为每一个推理形式都是由“宗”“因”“喻”这三部分组成的。“宗”相当于三段论的结论，“因”相当于三段论的小前提，“喻”相当于三段论中的大前提。三支论与三段论主要是前提和结论的次序不同，它们的推理形式实际是一致的。

二、西方的形式逻辑

西方最早运用了数学方法研究逻辑的系统。古希腊的学者对形式逻辑进行了全面的研究，德谟克里特曾经研究了归纳、类比和定义方面的问题，苏格拉底曾经阐述了他对归纳法与演绎法的一些看法，柏拉图继续研究了定义、划分以及判断方面的问题。

西方形式逻辑研究最主要的、有系统理论建树的是亚里士多德，他在总结前人研究成果的基础上，最早从形式结构来论述演绎推理，从而第一次全面、系统地研究了逻辑学的各种主要问题，由他开始了形式逻辑的古典阶段。因此，有人称亚里士多德为“逻辑之父”。

亚里士多德开创的形式逻辑的古典阶段，包括几种常见的演绎推理和最简单的量词理论，也使用了一些特有符号，但没有探讨关系逻辑和公理系统的逻辑性质。他的主要逻辑著作有《范畴篇》《解释篇》《前分析篇》《后分析篇》《论辩篇》和《辩谬篇》。后人把它们收集在一起，





合称为《工具论》。这是一部划时代的著作,其中《范畴篇》主要研究了概念和范畴的问题,《解释篇》主要研究了判断及其有关的问题,《前分析篇》和《后分析篇》主要研究了推理和证明的问题,《论辩篇》和《辩谬篇》主要研究了辩论的方法以及如何驳斥诡辩的问题。在这六篇中,《前分析篇》和《后分析篇》是最重要的部分,亚里士多德关于三段论的学说,关于证明的学说,就是在这里阐述的。此外,亚里士多德在其重要的哲学著作《形而上学》中,还集中地论述了形式逻辑的基本规律,即矛盾律、排中律以及同一律。需要指出的是,亚里士多德虽然在个别地方曾提到过归纳法,但他并未给它以应有的地位,他的主要精力是用在演绎法上面,因而他的主要贡献也正在于此。

沿着亚里士多德的形式逻辑发展,古希腊斯多葛学派研究了复合判断的问题,他们把复合判断区分为假言判断、选言判断和联言判断等。在此基础上,他们研究并制定了假言推理和选言推理的形式、规则。斯多葛学派的这些研究成果,补充了亚里士多德逻辑之不足,丰富了形式逻辑的内容。

欧洲中世纪,为教会服务的经院哲学束缚着人们的思想,亚里士多德逻辑被歪曲,变成了论证上帝存在的工具。然而,即使是在这一时期,形式逻辑仍有一些发展,





主要表现在:出现了一些把形式逻辑体系化的逻辑教本,如西班牙彼得的《逻辑大全》,对一些逻辑问题进行了新的探讨,发展斯多葛学派的命题逻辑,研究了语义悖论及其解决方法等。

三、数理逻辑的近现代发展

到 17 世纪,随着实验自然科学的兴起和发展,英国哲学家弗兰西斯·培根开拓了新的逻辑科学领域,研究了科学归纳法问题,奠定了归纳逻辑的基础。培根的主要著作是《新工具》。在这部著作中,培根抨击了中世纪经院哲学对形式逻辑的歪曲,尖锐地批评了亚里士多德的演绎逻辑(主要是三段论)的缺点,提出了科学归纳的“三表法”,即“存在和具有表”“差异表”“程度表”。运用这三个表,经过一步一步排除,便可以找到事物之间的因果联系,发现事物的一般规律。需要指出的是,培根是否定演绎法的,然而他所建立的归纳逻辑却是对形式逻辑的重大贡献。

公元 1662 年,法国出版了《波尔·罗亚尔逻辑》(原名《逻辑学或思维的艺术》)。这是一本在欧洲颇有影响的逻辑教科书,其中分别讨论了概念、判断、推理和方法问题,对于全面地普及形式逻辑知识发挥了重要作用。

17 世纪末,德国哲学家莱布尼兹开始了数理逻辑的





近代发展,它包含着古典形式逻辑而突破其局限性,一方面提出了“充足理由原则”,丰富了思维规律的内容;另一方面,也是他在逻辑上的最主要的贡献,即提出了用数学方法来处理演绎逻辑,以图建立一个逻辑演算的光辉思想。正是这一思想,为数理逻辑的诞生开辟了道路。借助于数理逻辑思想,数学的实际应用不断加强,又适应了其他科学的需要,在近百年间取得了突飞猛进的发展。19世纪中叶,英国数学家布尔把莱布尼兹的思想变成为现实,他在逻辑史上首先提出了一种尽管还有缺点的逻辑演算——布尔代数,并给出了逻辑的符号化问题及初步的作法,成为数理逻辑的早期形式,在布尔代数中,布尔引入了所谓的命题逻辑。英国另一数学家德摩根突破了古典形式逻辑的“一主项一谓项”的局限,提出了关系逻辑,为后人的探讨开辟了新路。

19世纪70年代开始出现对数理逻辑有重要意义的进展,主要有集合论、抽象的和形式的公理方法和初步自足的逻辑演算。其后,皮亚诺为此作了不少工作,他把量词、连词,例如“与”“或”“非”等,引入自己的符号系统。他的符号逻辑具有初步的雏形但影响很大。20世纪初,由罗素与怀特海完成了建立一个初步自足的完全的外延逻辑系统的工作。弗雷格和罗素等人通过自己的研究,使数理逻辑进一步系统和完善起来,发展成为一门新兴





的学科。1910年到1913年出版的罗素和怀特海的巨著《数学原理》，就是这方面的主要成果和标志。20世纪30~40年代以来，数理逻辑又得到了迅速的发展，出现了许多新的分支，如递归论、模型论、公理集合论和证明论等；与此同时，数理逻辑在开关线路、自动化系统、计算机科学和技术等方面，得到了广泛的应用。数理逻辑的建立和发展，是形式逻辑和数学研究的重大成果。

19世纪英国哲学家穆勒继续发展了培根的归纳学说，他在《逻辑体系》中，明确而系统地阐述了科学归纳的五种逻辑方法，即契合法、差异法、契合差异并用法、共变法和剩余法，充实了归纳逻辑的内容。

从19世纪中叶到20世纪，马克思、恩格斯、列宁和毛泽东，一方面在批判黑格尔辩证逻辑中的唯心主义体系的同时，吸收了其中的合理因素，并用马克思主义的唯物辩证法研究逻辑问题，为科学的辩证逻辑奠定了坚实的基础；另一方面又批判了唯心主义和形而上学对形式逻辑的歪曲，科学地阐述了形式逻辑的某些基本原理，对丰富和发展形式逻辑做出了重要贡献，推动了形式逻辑的普及和提高。

20世纪30年代后期至今为数理逻辑发展的新的发展阶段。证明论尽管未达到预期的目标，元数学却取得了许多成果，数理逻辑成为数学的分支学科。目前，其中





心内容有五大分支:证明论、公理集合论、递归论、模型论和各种逻辑系统的研究。此外,数理逻辑与理论计算机科学有着深刻的联系,有关程序语言和计算性理论的研究正在得到飞速的发展。

四、科学概念及其逻辑基础

任何一门科学理论都是由一系列概念构成的理论体系。概念是思维的基本形式之一,是对事物的本质属性和特征的反映,是人们进行理论思维的产物。概念是数学思维的“细胞”。

数学概念是用数学语言表达的,其主要表达形式是词语或符号。一个概念所概括或涉及的具体对象的全体,叫做该概念的外延。概念的外延就是概念的前范围,范围有大有小,故外延有大、小与宽、窄之分。例如,所有实数和虚数构成了复数的外延。三角函数的外延包括正(余)弦、正(余)切、正(余)割和正(余)矢等八种函数。二次曲线的外延由椭圆、双曲线和抛物线组成,基本初等函数的外延由常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数等六种函数组成,等等。

一个概念所反映的事物的本质属性的全体,叫做该概念的内涵。例如,一元二次方程的内涵包括三条本质属性。“平行四边形的内涵”就是平行四边形所代表的所

