

农

农

# 农业气象統計讲义

北京农业大学

气象教研组编

1980年4月



# 农业气象统计目录

|                   |    |
|-------------------|----|
| 概述：统计学的任务与方法      | 1  |
| 第一篇 气候统计          | 6  |
| 第一章 气候资料审查及序列订正   | 6  |
| 第一节 气候资料审查        | 6  |
| 第二节 序列订正          | 7  |
| 第二章 特征数           | 15 |
| 第一节 代表数           | 15 |
| 第二节 变异数           | 18 |
| 第三节 大样本平均数及方法计算   | 19 |
| 第四节 加权平均计算应用      | 21 |
| 第三章 气候概率与保证率      | 22 |
| 第一节 总体与样本         | 22 |
| 第二节 气候概率          | 22 |
| 第三节 保证率           | 24 |
| 第四节 正态检定方法——偏态峰态法 | 25 |
| 第四章 滑动平均及韵律分析     | 30 |
| 第一节 滑动平均          | 30 |
| 第二节 用自己相关求韵律      | 31 |
| 第五章 谐波分析          | 32 |
| 第一节 谐波分析原理        | 32 |
| 第二节 谐波分析的计算       | 32 |
| 第三节 平方逼近——振幅公式证明  | 34 |
| 第四节 计算步骤及示例       | 35 |
| 第五节 谐波分析在气候上的应用   | 37 |
| 第六节 周期图法          | 40 |
| 第六章 聚类分析          | 42 |
| 第一节 聚类分析统计量计算     | 42 |
| 第二节 分类系统的形成       | 44 |
| 第三节 实例            | 45 |
| 第七章 经验正交函数分析      | 48 |
| 第一节 经验正交函数分析特点    | 48 |
| 第二节 经验正交函数分析基本原理  | 48 |

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 第三节 实例                    | 51  |
| 第四节 误差估计                  | 55  |
| 第五节 经验正交函数的一些物理意义         | 56  |
| <b>第二篇 统计预报方法</b>         | 58  |
| 统计预报概述                    | 58  |
| <b>第一章 回归分析</b>           | 61  |
| 第一节 相关关系                  | 61  |
| 第二节 一元直线回归方程              | 62  |
| 第三节 简单相关                  | 67  |
| 第四节 简化回归计算                | 70  |
| 第五节 简易相关计算                | 71  |
| 第六节 多元回归方程的建立             | 75  |
| 第七节 复相关及其检验               | 83  |
| 第八节 偏相关及其检验               | 86  |
| 第九节 回归效果分析                | 88  |
| 第十节 回归的误差问题               | 90  |
| 第十一节 线型选配问题               | 91  |
| 第十二节 0.1 回归               | 94  |
| 第十三节 正交多项式                | 103 |
| 第十四节 各自变量在多元回归方程中的贡献      | 111 |
| 第十五节 逆矩阵的计算方法             | 113 |
| 第十六节 偏回归系数计算举例            | 115 |
| 第十七节 多元回归的一个完整例子          | 117 |
| 第十八节 逐步回归                 | 118 |
| <b>第二章 判别分析</b>           | 126 |
| 第一节 二级分辨                  | 126 |
| 第二节 多级判别                  | 134 |
| <b>第三章 时间序列分析——方差分析方法</b> | 142 |
| 第一节 方差分析基本原理              | 142 |
| 第二节 计算方法                  | 142 |
| 第三节 具体计算步骤及举例             | 144 |
| <b>第四章 平稳时间序列分析</b>       | 148 |
| 第一节 平稳时间序列                | 148 |
| 第二节 自相关系数及自回归预报方程         | 148 |
| 第三节 跳点问题                  | 150 |
| 第四节 关于自回归方程所取的阶数问题        | 150 |
| 第五节 非平稳时间序列预报             | 151 |
| <b>第五章 转移概率</b>           | 152 |

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 第一节 马尔科夫 (Марков) 链的概念.....    | 152 |
| 第二节 一阶转移概率.....                | 153 |
| 第三节 高阶转移概率.....                | 153 |
| 第四节 极限概率.....                  | 156 |
| <b>第六章 预报因子的选择</b> .....       | 157 |
| 第一节 提供预报因子的原则和依据.....          | 157 |
| 第二节 预报因子的筛选方法.....             | 160 |
| 第三节 关于预报因子群检验的概念.....          | 174 |
| <b>第三篇 田间试验数据处理</b> .....      | 175 |
| <b>第一章 统计假设检验的应用</b> .....     | 175 |
| 第一节 两样本平均数比较.....              | 175 |
| 第二节 两样本百分数比较.....              | 181 |
| 第三节 两样本的方差比较.....              | 184 |
| 第四节 $\chi^2$ —检验的应用.....       | 184 |
| 第五节 变量分析.....                  | 190 |
| <b>第二章 田间试验结果的分析</b> .....     | 197 |
| 第一节 平均值分析法 (对比及互比试验结果).....    | 197 |
| 第二节 差异显著性测验.....               | 199 |
| 第三节 方差分析方法.....                | 201 |
| <b>第三章 正交试验法 (正交设计)</b> .....  | 205 |
| 第一节 “因素”与“水平”.....             | 205 |
| 第二节 正交表.....                   | 205 |
| 第三节 怎样利用正交表安排试验.....           | 206 |
| 第四节 试验结果分析法——极差分析法.....        | 207 |
| 第五节 混合水平正交表.....               | 209 |
| 第六节 关于两个因素之间的交互作用.....         | 210 |
| 第七节 正交试验的方差分析.....             | 212 |
| 第八节 正交试验法的基本原理.....            | 217 |
| <b>附录 (一)</b> .....            | 219 |
| 相关分析原理及其在农业气候资源考察中的应用.....     | 219 |
| (一) 概述.....                    | 219 |
| (二) 相关分析的基本原理.....             | 220 |
| (三) 对作物产量材料的处理.....            | 222 |
| (四) 主要统计计算方法 (事件相关、回归积分等)..... | 225 |
| (五) 关于因素筛选问题.....              | 232 |
| (六) 栾城夏玉米相关分析实习材料 (数据).....    | 234 |
| <b>附录 (二)</b> .....            | 234 |
| 统计决策在气候资料考察及区划中的应用.....        | 234 |

# 概述：统计学的任务和步骤

## （一）任务：统计学主要解决以下几个问题：

（1）表达某一事物如某地气候的基本特征，用几个简单的特征数，如平均数，标准差，变异系数等来描述某一事物如某地气候的基本特点和基本状况，如比较北京与上海的温度情况，首先看一看年平均温度状况，北京是 $12.8^{\circ}\text{C}$ ，上海是 $15.3^{\circ}\text{C}$ ，显然上海比北京高。还可以再看看春、夏、秋、冬四季以及旬、后等平均状况如何，这可以大概地了解上海的气温高于北京这一特点。除了平均状况进行比较，还要进一步了解北京与上海逐年之间温度变化的情况，它们的变化幅度，即离散程度，其北京的年平均温度标准差 $\sigma_1 = 5.5^{\circ}\text{C}$ ，上海的 $\sigma_2 = 1.025^{\circ}\text{C}$ ，显然北京大于上海，因北京气候大陆性比上海强，变化幅度比上海大，因此标准差大，这又反映了北京与上海气温状况的另一特点，即是反映了它的变化情况的特征。又如比较两种气象要素如降水和气温的变化情况，降水变化比气温要剧烈得多，如果它们的变化用离差系数表示，则降水的离差系数大于气温，表示气温这个要素比较稳定，降水这个要素很不稳定这一特点，从预报的意义上来说，预报不稳定的降水比预报年平均气温价值更大些。因此，统计其平均数，标准差、离差系数等特征量，来描述某些事物的基本状况和变化特点，这是统计学的基本任务之一。（什么是平均数，标准差，离差系数等后面详细介绍）。

（2）比较两件事物的差异，或者用样本去估计总体情况，必须通过统计的假设检验方法去判别，两个事物的差异，是由于试验条件的不同引起的，还是其它的偶然随机因素引起的，是本质的区别，还是非本质的抽样波动，样本和总体有无本质差别等类问题。这是属于统计上的假设检验问题，假设检验是数理统计中十分重要的问题。

（3）两个事物和几个事物之间的关系，如农业气象中通常研究的水、热、光等环境因素与作物生长、发育及产量之间的关系，以及相关程度的数量化表示，这就是统计上的相关及回归分析问题。这也是农业气象研究中重要和基本的分析方法。

（4）引起一些事物和现象的变化，可能是由于一个或几个因素的变化而引起的，如何分析各种因素对某一事物变化所起作用的大小，即方差分析的问题。

（5）研究取样和试验方法，如应该怎样取样，抽样的代表性问题，测量的精度，确度问题，试验方法，试验设计方案是否合理问题等。（所谓合理，就是根据一定的试验目的，既能节约人力、物力又能得到可靠结果的试验设计方案。）

## （二）统计工作步骤

统计工作大体分为三个步骤：（1）统计归纳；（2）统计分析；（3）统计推断。下面将

各步骤含义简略叙述一下，以便对统计工作有个概括了解，其各步骤的具体计算方法，分析方法，判断方法将在后面各节逐一加以介绍。

(1) 统计归纳阶段：

搜集并初步整理资料，首先可以用列表和作图的方法，把所搜集的资料加以归纳，整理，并计算其平均值，标准差等特征数，以揭露其基本特点和进行一般地特征描述。

例如：对旱地冬小麦来说，农民经验中有麦收八、十、三场雨的谚语，说明伏雨，春雨对小麦起着重要作用，为了验证这条谚语的正确性，我们可以把逐年伏雨，春雨及与之对应的小麦产量列一张表看看（如表1）。

表1. 北京地区1949—1963年冬小麦产量和伏春雨之间关系

| 年 代       | (下/7至下/8) 伏雨<br>(mm) | (8—5月) 春雨<br>(mm) | 小 麦 产 量<br>(斤/亩) |
|-----------|----------------------|-------------------|------------------|
| 1949—1950 | 404.1                | 186.2             | 83               |
| 1950—1951 | 340.2                | 148.2             | 86               |
| 1951—1952 | 166.5                | 57.4              | 89               |
| 1952—1953 | 307.6                | 101.1             | 124              |
| 1953—1954 | 309.7                | 56.0              | 109              |
| 1954—1955 | 515.8                | 122.1             | 143              |
| 1955—1956 | 406.6                | 46.1              | 113              |
| 1956—1957 | 545.9                | 38.8              | 73               |
| 1957—1958 | 237.6                | 58.3              | 100              |
| 1958—1959 | 208.8                | 34.3              | 80               |
| 1959—1960 | 1017.8*              | 19.1              | 75               |
| 1960—1961 | 152.9                | 39.8              | 80               |
| 1961—1962 | 283.9                | 41.6              | 124              |
| 1962—1963 | 148.8                | 97.0              | 50               |
| 总 和       |                      |                   |                  |
| 平 均       |                      |                   |                  |

由（表1）可以初步看出这样大概关系，从伏雨来说伏雨多产量高，伏雨少产量低些。它们之间呈什么关系，还可以进一步用图形表示，如（图1）呈正相关关系。

从上表还可以进一步找出伏旱、伏涝或春旱、春涝的指标，设旱涝指标：

$$I = \frac{R_1 - \bar{R}}{\bar{R}} \times 100\%$$

$R_1$ —逐年伏雨

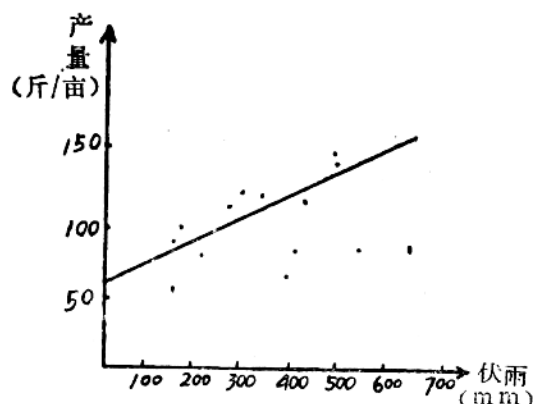
$\bar{R}$ —多年伏雨平均

这就要对伏雨、春雨计算其平均值，然后计算它的相对平均变率（I），以相对平均变

\* 资料有些可疑，尚未查清。

率大小来确定指标，如：必须冬灌的指标。从而证明了伏雨与冬小麦产量是有明显作用的。（春雨也可以同样进行分析）。这就是统计归纳的过程，通过统计归纳也可以得出初步结果，服务于生产。

又如：在云南元江县进行杂交高粱反修七号的示范，在示范田内，开始苗全苗壮，长势喜人，估计亩产可以过千斤，但实产却仅仅收了每亩83斤，对这个奇怪问题，其说不一，有的说氮肥过多，有的说拿错了种子，也有说在花粉形成时期，由于低温造成结实率降低等等。究竟是什么原因，可利用分期播种资料，利用作图分析方法回答这个问题，这就是所谓列图法，在列图之前必须对资料进行审查，把所要分析的项目抄录在一张表上，根据资料进行绘图。



图（1）北京小麦产量与伏雨关系

如（图2）所示。

从图上明显看出凡是在旗叶可见至挑旗这段时间内，若有寒潮，大风随之产生降温天气，结实率就低，因为在这阶段正置花粉形成阶段，而花粉形成时，对温度要求极为敏感，低温对花粉形成有很大影响，造成结实率降低，因而造成前期可望过千斤的产量，降低亩产仅收83斤的惨状，从此找到失败的正确原因。由（图2）上还可以找出初步指标，在旗叶可见至挑旗阶段平均温度低于23℃，极端最低温度低于14℃，严重影响花粉形成，结实率一般为50%以下，列表如下（表2）。

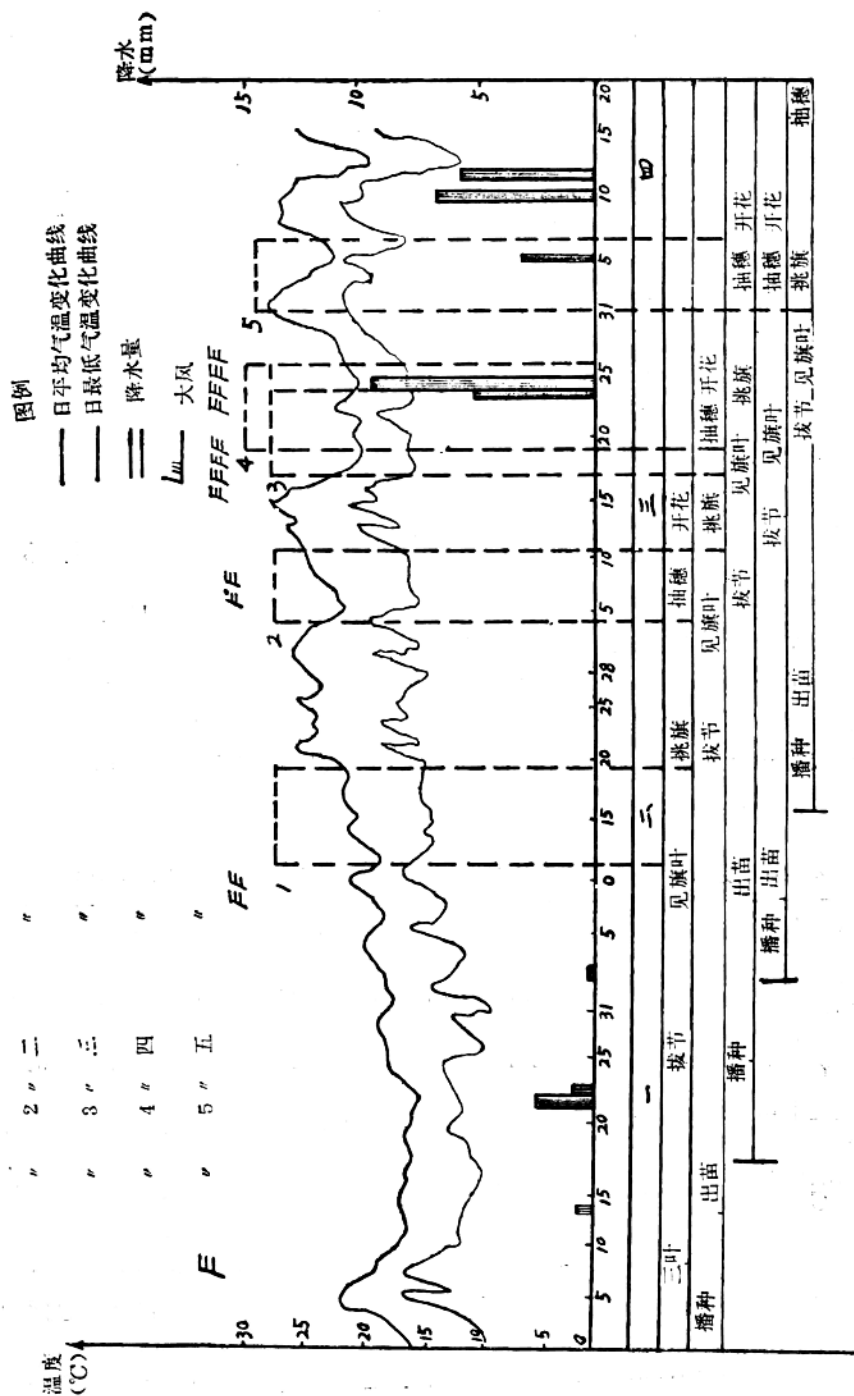
表 2. 反修七号杂交高粱旗叶可见至挑旗期间温度对结实率的影响

| 播种期（月/日）      | 20/11     | 1/元       | 16/元      | 1/2       | 15/2      |
|---------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 旗叶可见至挑旗时间 日/月 | 12/2—19/2 | 5/3—9/3   | 17/3—24/3 | 20/3—26/3 | 1/4—6/4   |
| 此期间温度变化范围 ℃   | 18.3—21.8 | 20.7—23.8 | 19.2—22.2 | 18.7—22.2 | 20.8—26.5 |
| 此期间温度平均值 ℃    | 20.7✓     | 23.6      | 20.4✓     | 20.5✓     | 23.8      |
| 此期间极端最低气温 ℃   | 13.4✓     | 14.8      | 13.8✓     | 13.8✓     | 14.8      |
| 结实率 (%)       | 11✓       | 50        | 0✓        | 15✓       | 90        |

当然这仅是一年材料，还可以进一步多做几年，进一步揭示温度与结实率之间的关系和规律。

列表和作图方法，简单易行，一目了然，对于日常服务工作和初步探索一些问题，起着重要作用且十分方便，不须作大量烦琐计算。也是作进一步统计分析工作的基础，是一种常

说明数字 1 是第一期播种见旗叶至挑旗期间的温度状况。



(图 2) 1970 年气象要素变化及高粱生育期关系图

(北京农业大学气象云南元江育种小组)

用统计归纳的方法。

附：列图与列表时应注意以下几点：

(1) 表及图的名称、时间、地点、单位、座标、图例等须注明清楚。

(2) 列表及作图项目应根据一定目的选取，不宜过多，过繁，不便分析，但亦应尽力充分利用图面，几个要素可以同时绘上，进行综合分析。也便于相互比较，从而寻找主要原因。

(3) 列表与作图之前，对所搜集的资料，必须进行审查去掉或纠正不合理资料，且应注意复查，注意不要抄错，或出现字迹不太清楚等毛病。

(2) 统计分析阶段：

对经过统计归纳，初步整理的资料，做进一步分析工作找出这些数字资料之间的关系及所遵循的规律。如前面二个例子都可以做进一步分析。伏、春雨各对小麦产量形成的作用大小，及伏、春雨与小麦产量之间的相关程度。所遵循的规律，可以拟合其经验公式等，前面例二中也可以进一步分析低温与结实率之间的关系等。又如：小麦分蘖数与叶令关系，有人经过分析得出它们之间关系呈指数函数关系，即  $y = 10^{bx} + c$ ， $y$  为分蘖数。 $x$  为叶令数， $b$ 、 $c$  为常数。根据实际资料，拟合经验公式求其常数  $b$ 、 $c$  这类回归分析工作以及方差分析，判别分析，聚类分析，谐波分析等称统计分析工作，是统计工作的第二步。

(3) 统计推断工作

由统计分析得出的规律是否正确、其可靠程度如何？要加以判断。我们所用寻找规律的资料往往是样本，如何用样本去估计总体情况，必须经过假设检验的推断性工作，才可能找到真正规律性东西，去伪存真，得到可靠的结论，并估计可靠程度。（注意：任何一个统计结果，即便是经过检验得出的结论，也不是唯一正确的，而是统计上正确，是在一定程度上正确）。

# 第一篇 气候统计

## 第一章 气候资料审查及序列订正

### 第一节 气候资料的审查

气候资料在使用之前应进行均一性和合理性审查,对某些异常资料应进行核对,校正,取舍等处理。

1. 均一性审查:指同一种要素值变化是否符合基本气候规律,如多年逐月平均气温值序列,如发现4月比3月平均气温低,就必须核对一下是否有抄录错误或其它问题。以便更正过来。又如,某气象要素,某二段温度差异十分明显,发生怀疑,就要查一下是否有迁站等原因影响还是气候发生了变异。

2. 合理性审查:用于同一种气象要素或多种气象要素上。所谓合理性审查,就是查找资料中存在的合理的问题。从数字间矛盾现象以及是否符合基本气候规律着手考查。

例如:某地、某时最高气温为 $37.2^{\circ}\text{C}$ ,而 $>35.0^{\circ}\text{C}$ 的日数却等于0;又如:某月晴天,阴天,曇天的日数总和不等全月日数;又如:某一日最大降水量多于月总量等。

此外,合理性审查还可以借助于比审法,包括时间比审及地域比审。时间比审同一种气象要素历年同期资料进行比审,地域比审是指不同地区同期资料进行比较审查。

### 3. 历史资料的取、舍,合并的原则。

具有一定代表性,比较性与准确的历史气候资料则取,否则即舍去或加以处理。

如果没有一定的代表性,比较性,就是观测再准确也无法使用。如果其中个别数据有误,将个别处理取舍问题。

资料因标准不一致,或两时段数值相差悬殊,或因地形及其它原因影响,出现不一致情况,但还有参考价值时,可分别统计。

### 4. 影响资料合并或分别统计的原因及处理方法。

① 位置差异:测站地址迁移,对记录有一定影响,影响大小因地势、地形变动大小而异。

② 观测方法不同:观测标准及使用仪器不同,使用仪器完全不同,是不能合并统计的。

③ 记录质量差异:观测员及自记记录差异。

④ 系统误差:观测机械精度不同所造成的误差。

一般处理原则

根据产生非均一性的原因进行处理。

① 如站址迁移, 可通过一段平行观测资料进行订正。如果两站差异太大, 可分别统计,

② 由于观测方法变动, 仪器按装标准改变等均应做一段平行观测, 用它们之间差值或比值进行订正处理;

③ 更新仪器产生差异, 应以仪器本身误差进行订正。

④ 对于观测质量很差为记录伪造, 观测仪器质量极差, 或每日仅有一次观测等, 该资料可以舍去。

## 第二节 序列订正

### 1. 序列订正的目的意义

有些气象要素如气温、降水量等, 它们逐年变化很大, 在求均值时, 样本数愈大, 即年代愈长愈好, 否则就不能真正代表其平均状态, 尤其年代长短不一或同年代记录参差不齐, 其均值无法相互比较。为此, 将短序列气候资料订正到长年代序列是非常重要的。到目前为止, 全国大多数台站也只有20年上下的资料, 有的还要短, 这就更显得序列订正的重要了。

### 2. 序列订正的理论依据。

大气运动过程, 影响范围很大, 一个气旋或反气旋控制范围很广, 距离不是太远的测站, 可以认为由同一环流形势所控制, 距离不远的两个测站, 同一要素的逐年涨落趋势也应该是一致的, 其两测站要素的差值或比值比较稳定, 所以可以将短序列订正到长序列就基于这个基本道理。

### 3. 短序列订正到长序列的方法

#### (1) 差值法

设相邻两站A、B, A站气候要素序列年代为N、B站为n, 其中 $n < N$ , 即B站年代较短, 而n又是包括在N之内。(如A站的N年为1930—1959年, B站的n为1950—1959年)。

A站序列记录值为  $a_1 a_2 \dots a_N$

B站序列记录值为  $b_1 b_2 \dots b_n$

其平均值:

$$\bar{A}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \quad \bar{A}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$
$$\bar{B}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i$$

两站逐年对应较差值为  $b_i - a_i = d_i$

n年差值的均值为  $\bar{D}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (b_i - a_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i = \bar{B}_n - \bar{A}_n$  现在假设: B

站也有N年记录, 则:

$$\bar{B}_N - \bar{A}_N = \bar{D}_N \quad \text{或} \quad \bar{B}_N = \bar{A}_N + \bar{D}_N$$

由于考虑两测站在同一环流系统控制下，其  $b_i$  较为稳定，所以  $\bar{D}_n$  可以代替  $\bar{D}_N$ ，因此：

$$\bar{B}'_N = \bar{A}_N + \bar{D}_n \quad (1-1-1)$$

一般温度序列订正，尤其平均气温订正常用差值法。

下面举一实例示算。

表 (1) A、B 两站年平均温度 (差值法示例)

|     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |       |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| 年 份 | 1924  | 25    | 26    | 27    | 28    | 29    | 30    | 31    | 32    | 33   | 34    |
| A 站 | 10.7  | 10.9  | 11.2  | 11.3  | 11.1  | 11.0  | 11.2  | 11.6  | 11.4  | 10.8 | 11.2  |
| B 站 | 14.9  | 14.6  | 14.9  | 15.1  | 14.9  | 14.8  | 14.5  | 14.1  | 15.1  | 14.1 | (148) |
| 年 份 | 35    | 36    | 37    | 38    | 39    | 40    | 41    | 42    | 合计    | 平均   |       |
| A 站 | 11.9  | 10.4  | 11.3  | 11.7  | 12.0  | 11.7  | 11.8  | 11.9  | 215.1 | 11.3 |       |
| B 站 | (155) | (140) | (149) | (153) | (156) | (153) | (154) | (155) | 147.0 | 14.7 |       |

$$\bar{A}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{19} a_i = \frac{215.1^\circ\text{C}}{19} = 11.3^\circ\text{C}$$

$$\bar{A}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} a_i = \frac{111.2}{10} = 11.1^\circ\text{C}$$

$$\bar{B}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i = \frac{1}{10} \times 147.0 = 14.7^\circ\text{C}$$

$$\bar{D}_n = \bar{B}_n - \bar{A}_n = 14.7^\circ\text{C} - 11.1^\circ\text{C} = 3.6^\circ\text{C}$$

$$\bar{B}'_N = \bar{A}_N + \bar{D}_n = 11.3^\circ\text{C} + 3.6^\circ\text{C} = 14.9^\circ\text{C}$$

即 B 站订正到 1924—1942 年的多年平均为 14.9°C。

## (2) 比值法

差值法订正适用气温序列订正，有些要素其比值较为稳定，如降水量，可采用比值法。

设 A、B 两站，A 站记录年代 N 比 B 站年代 n 长，且 n 年包括在 N 年内。

$$\bar{K}_n = \frac{\bar{B}_n}{\bar{A}_n}, \quad \bar{K}_N = \frac{\bar{B}_N}{\bar{A}_N}$$

由于要素逐年比值稳定，故  $\bar{K}_n \approx \bar{K}_N$

$$\text{于是} \quad \bar{B}'_N = \bar{K}_n \cdot \bar{A}_N \quad (1-1-2)$$

例如：A、B 两站冬季 (12、1、2 月) 逐年降水量，A 站序列由 1906—1935 年，B 站序列为 1926—1935 年，求 B 站 1906—1935 年冬季平均降水量。

表(2) A站降水量资料

|     |      |     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 年 份 | 1906 | 07  | 08   | 09   | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   | 21   |
| A 站 | 69.9 | 6.1 | 18.3 | 27.3 | 11.9 | 77.3 | 40.8 | 11.9 | 23.0 | 54.6 | 59.0 | 18.4 | 20.3 | 27.1 | 36.3 | 28.7 |
| B 站 |      |     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |

|     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |
|-----|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| 年 份 | 22   | 23   | 24   | 25  | 26   | 27   | 28   | 29   | 30   | 31   | 32   | 33   | 34   | 35   | 合计    | 平均   |
| A 站 | 33.5 | 27.3 | 14.5 | 6.4 | 32.2 | 39.0 | 52.3 | 56.5 | 13.0 | 32.4 | 25.6 | 20.8 | 19.2 | 3.9  | 907.5 | 30.3 |
| B 站 |      |      |      |     | 62.3 | 56.6 | 59.7 | 71.7 | 16.0 | 23.3 | 10.1 | 28.3 | 21.1 | 19.4 | 368.5 | 36.9 |

$$\bar{A}_N = \frac{1}{30} \times 907.5 = 30.3 \text{ (mm)}$$

$$\bar{A}_n = \frac{1}{10} \times 295 = 29.5 \text{ (mm)}$$

$$\bar{B}_n = \frac{1}{10} \times 368.5 = 36.9 \text{ (mm)}$$

$$\bar{K}_n = \frac{\bar{B}_n}{\bar{A}_n} = \frac{36.9}{29.5} = 1.25$$

$$\bar{B}_N' = \bar{K}_n \cdot \bar{A}_N = 1.25 \times 30.3 = 37.9 \text{ (mm)}$$

即B站订正到长序列(1906—1935年)冬季降水量为37.9mm。

(8) 维尔达法

设  $B_n$  包括在  $A_N$  中, A站为  $N$  年 B站为  $n$  年  $n < N$ , 其订正公式:

$$\bar{B}_N' = \bar{B}_n + \frac{\sigma(B_n)}{\sigma(A_n)} \cdot (\bar{A}_N - \bar{A}_n) \quad (1-1-3)$$

如前例:

$$\sigma(B_n) = \sqrt{\sum B_{ni}^2 - \frac{1}{N} (\sum B_{ni})^2} = \sqrt{18313.19 - 13579.23} = 4733.96$$

$$\sigma(A_n) = \sqrt{\sum A_{ni}^2 - \frac{1}{N} (\sum A_{ni})^2} = \sqrt{11175.99 - 8702.5} = 2473.49$$

$$\frac{\sigma(B_n)}{\sigma(A_n)} = \frac{4733.96}{2473.49} = 1.9$$

$$\bar{B}_N' = \bar{B}_n + 1.9(\bar{A}_N - \bar{A}_n)$$

$$\bar{B}_N' = 36.9 + 1.9(30.3 - 29.5)$$

$$= 36.9 + 1.52$$

$$= 38.4 \text{ (mm)}$$

(4) 一般订正方法 (回归法)。

前面三种订正方法是经验性的, 计算较为简单, 但应用范围受到一定限制, 究竟多大范围才能认为是在同一大气过程当中, 差值或比值才算稳定呢只有当这些问题弄清楚后, 才可使用。为此, 再介绍一个普遍形式的订正方法即回归法。  $\bar{B}_N' = C + b\bar{A}_N$

由  $B_{ni} = C + bA_{ni}$  根据最小二乘法求得系数  $C$  与  $b$

$$b = \frac{L_{AB}}{L_{AA}} = \frac{\sum A_{ni} \cdot B_{ni} - \frac{1}{n} (\sum A_{ni}) (\sum B_{ni})}{\sum A_{ni}^2 - \frac{1}{n} (\sum A_{ni})^2} \quad (1-1-4)$$

$$C = \bar{B}_n - b\bar{A}_n$$

表 (3) A、B 两站历年 6 月上旬降水量回归订正示例

| 年<br>份           | A 站    | B 站    | $A_i B_i$ | $A_i^2$  | $b = \frac{\sum A_{ni} \cdot B_{ni} - \frac{1}{n} (\sum A_{ni}) (\sum B_{ni})}{\sum A_{ni}^2 - \frac{1}{n} (\sum A_{ni})^2}$ $= \frac{164833.7 - \frac{1}{13} (1903.8) (1551.2)}{178336.8 - \frac{1}{13} \times 1903.8^2}$ $= \frac{-62333.57}{-100467.38} = 0.62$ |
|------------------|--------|--------|-----------|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1955             | 235.1  | 189.3  | 44504.4   | 55272.0  |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 56               | 73.9   | 62.4   | 4611.4    | 5461.2   |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 57               | 103.2  | 121.2  | 12507.8   | 10650.2  |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 58               | 112.6  | 88.7   | 9987.6    | 12678.8  |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 59               | 38.2   | 43.8   | 1673.2    | 1459.2   |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 60               | 84.5   | 76.1   | 6430.5    | 7140.3   |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 61               | 83.7   | 96.1   | 8043.6    | 7005.7   |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 62               | 45.8   | 54.6   | 2500.7    | 2097.6   |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 63               | 149.8  | 207.5  | 31083.5   | 22440.0  |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 64               | 158.2  | 168.0  | 26577.6   | 25027.2  |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 65               | 95.5   | 124.1  | 11851.6   | 9120.3   |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 66               | 101.4  | 166.8  | 16913.5   | 10282.0  |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 67               | 98.5   | 152.6  | 15031.1   | 9702.3   |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 68               | 149.6  |        |           |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 69               | 83.1   |        |           |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 70               | 63.6   |        |           |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 71               | 147.3  |        |           |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 72               | 79.8   |        |           |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 18年 $\Sigma$     | 1903.8 |        |           |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 平均               | 105.8  |        |           |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 13年 $\Sigma$ ( ) |        | 1551.2 | 164833.7  | 178336.8 |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 平均               |        | 119.3  |           |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |

$$C = \bar{B}_n - b\bar{A}_n = 119.3 - 65.6 = 53.7$$

$$\bar{B}_N' = 53.7 - 0.62\bar{A}_N$$

$$\begin{aligned}
 \bar{B}_N' &= C + b\bar{A}_N = 53.7 + 0.62\bar{A}_N \\
 &= 53.7 + 0.6 \times 105.8 \\
 &= 53.7 + 63.48 \\
 &= 117.2(\text{mm})
 \end{aligned}$$

#### 4. 序列订正公式的适当性判据

应用上述订正公式都属于经验范围的，其理论基础是认为在空间规模很大的大气过程影响下，某个地区气象要素逐年涨落的一致性，但究竟两站之间在怎样情况下，才可以认为各要素对应值涨落趋势才是一致的呢？因此，我们要考虑订正公式适当性判据问题。

订正公式一般可写成：

$$\bar{B}_N' = \bar{B}_n + K(\bar{A}_N - \bar{A}_n)$$

式中K值：当K = 1 时 为差值法

当K =  $\frac{\bar{B}_n}{\bar{A}_n}$  时 为比值法

当K =  $\frac{\sigma(B_n)}{\sigma(A_n)}$  时 为维尔达法

当K =  $r \frac{\sigma(B_n)}{\sigma(A_n)}$  时 为回归法。

什么情况下，订正比不订正好呢？显然是订正量 $\bar{B}_N'$ 比不订正的 $\bar{B}_n$ 更接近真正的 $\bar{B}_n$ 值就好，即 $\sigma(\bar{B}_N') < \sigma(\bar{B}_n)$ 为好。

因为 $\bar{B}_N'$ 和 $\bar{B}_n$ 是多项式，那么它的均方差应该写成：

$$\sigma^2[\sum_1^n x_i] = \sum_1^n \sigma^2(x_i) + 2\sum_1^n \sum_j r_{ij} \sigma(x_i) \sigma(x_j)$$

我们所订正的序列 $b_1, b_2, \dots, b_n$  各项彼此看成独立的，即  $r_{ij} = 0$ ，又设均方差彼此相等，即

$$\sigma(b_1) = \sigma(b_2) = \dots = \sigma(b_n) = \sigma(b)$$

于是，

$$\sigma^2(\bar{B}_n) = \sigma^2\left[-\frac{1}{n} \sum_1^n b_i\right] = \frac{1}{n} \sigma^2(b)$$

展开 $\bar{B}_N'$ 得：

$$\begin{aligned}
 \bar{B}_N' &= \bar{B}_n + K(\bar{A}_N - \bar{A}_n) = \frac{1}{n}(b_1 + b_2 + \dots + b_n) \\
 &\quad - K\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right)(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \\
 &\quad + \frac{K}{N}(a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_N)
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_1^n b_i - K \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sum_1^n a_i + \frac{K}{N} \sum_{n+1}^N a_i$$

它们的方差表示如下

$$\begin{aligned} \sigma^2(\bar{B}_N') &= \frac{1}{n} \sigma^2(b) + K^2 \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right)^2 \cdot n \sigma^2(a) + \frac{K^2}{N^2} (N-n) \sigma^2(a) \\ &\quad - 2 \frac{K}{n} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \cdot n r_{a,b} \sigma(a) \sigma(b) \quad (\because r_{a_i a_j} = 0) \\ &\quad (\because r_{a_i a_j} \neq 0) \end{aligned}$$

简化上式得:

$$\sigma^2(\bar{B}_N') = \frac{1}{n} \sigma^2(b) + K^2 \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sigma^2(a) - 2K \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) r_{a,b} \sigma(a) \sigma(b)$$

若使订正公式适当, 则应满足下列不等式

$$\frac{1}{n} \sigma^2(b) + K^2 \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sigma^2(a) - 2K \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) r_{a,b} \sigma(a) \sigma(b) < \frac{1}{n} \sigma^2(b),$$

$$r_{a,b} > \frac{K^2 \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sigma^2(a)}{2K \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sigma(a) \sigma(b)} = \frac{K}{2} \cdot \frac{\sigma(a)}{\sigma(b)} \quad (1-1-5)$$

于是得订正公式适当性判据一般式为:

$$r_{a,b} > \frac{K}{2} \cdot \frac{\sigma(a)}{\sigma(b)} \quad (1-1-6)$$

当K为不同值时, 即为各种订正公式的判据。

(1) 较差法判据:

当K=1时,

$b_i - a_i = d_i$  可得  $\sigma^2(d)$  的值为

$$\sigma^2(d) = \sigma^2(b) + \sigma^2(a) - 2r_{ab} \sigma(a) \sigma(b)$$

$$r_{ab} = \frac{\sigma^2(b) + \sigma^2(a) - \sigma^2(d)}{2\sigma(a)\sigma(b)}$$

$$\frac{\sigma^2(b) + \sigma^2(a) - \sigma^2(d)}{2\sigma(a)\sigma(b)} > \frac{\sigma(a)}{2\sigma(b)}$$

即得:

$$\sigma^2(d) < \sigma^2(b) \quad (1-1-7)$$

用V代替 $\sigma$ 也可以, 便得  $V(d) < V(b)$

(2) 比值法判据

$$r_{a \cdot b} > \frac{1}{2} \frac{\bar{B}_n}{\bar{A}_n} \cdot \frac{\sigma(a)}{\sigma(b)}$$

$$r_{a \cdot b} > \frac{1}{2} \frac{\delta(a)}{\delta(b)} \quad (1-1-8)$$

(3) 维尔达法

$$K = \frac{\sigma(b)}{\sigma(a)}, r_{a \cdot b} > \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma(b)}{\sigma(a)} \cdot \frac{\sigma(a)}{\sigma(b)} = \frac{1}{2} \quad (1-1-9)$$

(4) 回归法。

$$K = r_{a \cdot b} \frac{\sigma(b)}{\sigma(a)}$$

$$r_{a \cdot b} > \frac{1}{2} r_{a \cdot b} \frac{\sigma(b)}{\sigma(a)} \cdot \frac{\sigma(a)}{\sigma(b)} = \frac{1}{2} r_{a \cdot b} \quad (1-1-10)$$

即  $r_{a \cdot b} > 0$   $r_{a \cdot b} \neq 0$  都满足上列不等式。

5. 序列订正公式误差。

上面所推得的订正适当性判据指出，在什么样的条件下，订正值  $\bar{B}_N'$  会较未订正值  $\bar{B}_n$  准确。但是很重要的是要知道，利用订正公式所得资料，其精确的程度究竟有多大，即必须计算订正公式的误差。用均方差做为误差大小特征。

$$\sigma^2(\bar{B}_n - \bar{B}_N) = \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sigma^2(b) \quad (1-1-11)$$

$$\text{又: } \bar{B}'_N = \bar{B}_n + K(\bar{A}_N - \bar{A}_n)$$

$$\text{设 } \bar{Z}_n = \bar{B}_n - K\bar{A}_n$$

$$\bar{Z}_N = \bar{B}_N - K\bar{A}_N$$

因为  $\bar{Z}_N$  是不可能计算的，故值  $\sigma^2(\bar{B}_N' - \bar{B}_N)$  由  $\sigma^2(\bar{Z}_n - \bar{Z}_N)$

$$\sigma^2(\bar{Z}_n - \bar{Z}_N) = \sigma^2(\bar{B}_N' - \bar{B}_N) = \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sigma^2(Z)$$

当  $n = N$  时，误差为零。

当  $\sigma^2(\bar{B}_N' - \bar{B}_N) < \sigma^2(\bar{B}_n - \bar{B}_N)$  时

$$\left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sigma^2(Z) < \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sigma^2(b)$$

$\sigma^2(Z) < \sigma^2(b)$  相当于差值法判据  $\sigma^2(d) < \sigma^2(b)$

6. 两步订正

短序列订正到长序列，其精度决定于两站之间气象要素涨落的一致性，而这一致性又往往与两站距离有关。

当距离一定时，被订正站的年代越长，订正误差就越小。为了提高订正结果的精度，1937年，O. A. 特洛兹多夫对两步订正进行了理论推证和研究，当  $\sigma^2(\omega) < \sigma^2(Z)$  时两步订