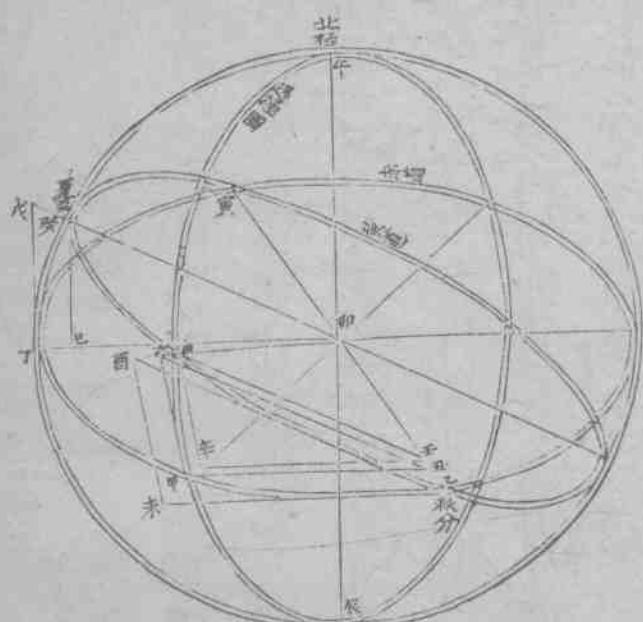


裕氏  
林  
吉  
車  
東  
安  
上  
械

梅氏叢書輯要卷三十

弧三角舉要二

正弧三角形以八綫成句股。



乙丁寅爲赤道。乙丙癸爲黃道。乙與寅爲春秋分。癸爲夏至。午癸丁辰爲極至交圈。午與辰爲南北極。午丙甲爲過極經圈。

丙乙爲黃道距二分之度。甲乙爲赤道距二分之度。即同升度丙甲爲黃赤距緯。成丙乙甲

三角弧形。甲爲正角。乙春秋分角。與渾圓心卯角相應。

癸丁弧爲黃赤大距。

即乙角之弧。亦爲卯角之弧。

癸巳爲乙角正弦。卯巳其

餘弦。戊丁爲乙角切線。戊卯其割線。卯癸及卯丁皆半徑。成癸

己卯及戊丁卯兩句股形。

丙辛爲丙甲。距度正弦。丙壬爲丙乙黃道正弦。作辛壬綫與丁

卯平行。成丙辛壬句股形。

子甲爲丙甲距度切線。甲丑爲甲乙赤道正弦。作子丑綫與丙  
壬平行。成子甲丑句股形。

酉乙爲丙乙黃道切線。未乙爲甲乙赤道切線。作酉未綫與子

甲平行。成酉未乙句股形。

前二句股形。在癸丁大距弧內外。  
癸巳卯用正餘弦。在弧內。  
戊丁卯用割切線。出弧外。

後三句股形在丙乙甲三角內外。

丙辛壬在丙角。用兩正弦。  
子甲丑在甲角。

兼用正弦切綫半在內半在外。  
酉未乙用兩切綫在渾圓外。

論曰此五句股形皆相似故其比例等何也赤道平安從乙視之則丁乙象限與丁卯半徑視之成一綫而辛壬聯綫甲丑正弦未乙切綫皆在此綫之上矣以其綫皆平安皆在赤道平面與赤道半徑平行故也。

是爲句綫。

赤道平安則黃道之斜倚亦平其癸乙象限與癸卯半徑從乙視之成一綫而丙壬正弦子丑聯綫酉乙切綫皆在此綫之上矣以其綫皆斜倚皆在黃道平面與黃道半徑平行故也。

是爲弦綫。

黃赤道相交成乙角而赤道既平安則從乙窺卯卯乙半徑竟成一點而乙丑壬卯角合成一角矣。

諸句股形既同角。而其句綫皆同赤道之平安。其弦綫皆同黃道之斜倚。則其股綫皆與赤道半徑爲十字正角而平行矣。是故形相似而比例皆等也。

又論曰。丙辛壬形。兩正弦。丙辛俱在渾體之內。其理易明。子甲丑形。甲丑正弦在渾體內。子甲切綫在渾體之外。已足詫矣。酉未乙形。兩切綫酉乙俱在渾體之外。雖習其術者。未免自疑。厯書置而不言。蓋以此耶。今爲補說詳明。庶令學者用之不疑。

### 用法

假如有丙乙黃道距春分之度。求其距緯丙甲。法爲半徑癸卯。與乙角之正弦癸巳。若丙乙黃道之正弦丙壬。與丙甲距緯之正弦丙辛也。

若先有丙甲距度。而求丙乙黃道距二分之度。則反用之爲乙角之正弦癸巳。與半徑癸卯。若丙甲距緯之正弦丙辛。與丙乙黃道之正弦丙壬也。

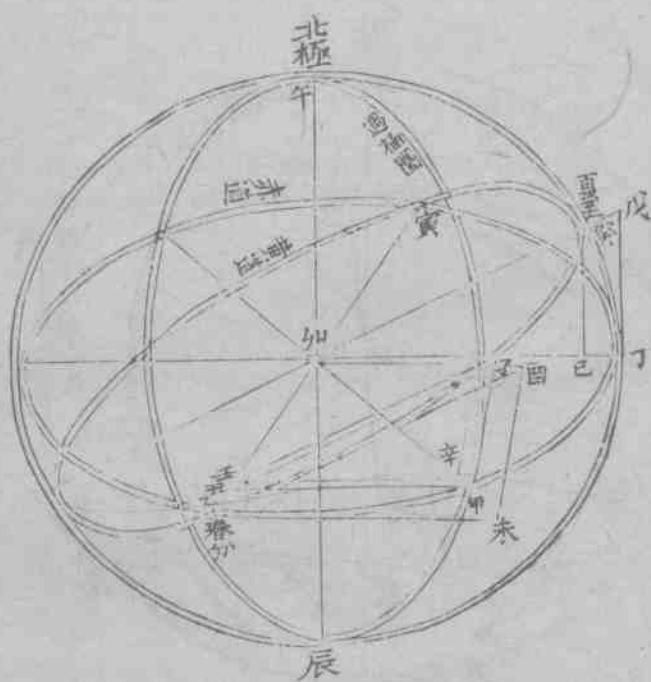
假如有甲乙赤道同升度。求距緯丙甲。法爲半徑卯丁。與乙角切綫丁戌。若甲乙赤道正弦甲丑。與丙甲距緯切綫子甲也。若先有丙甲距緯而求甲乙赤道。則反用之爲乙角之切綫戊丁。與半徑丁卯。若丙甲距緯之切綫子甲。與甲乙赤道之正弦甲丑也。

假如有丙乙黃道距二分之度。徑求甲乙赤道同升度。法爲半徑卯癸。與乙角之餘弦卯巳。若丙乙黃道之切綫酉乙。與甲乙赤道之切綫未乙也。

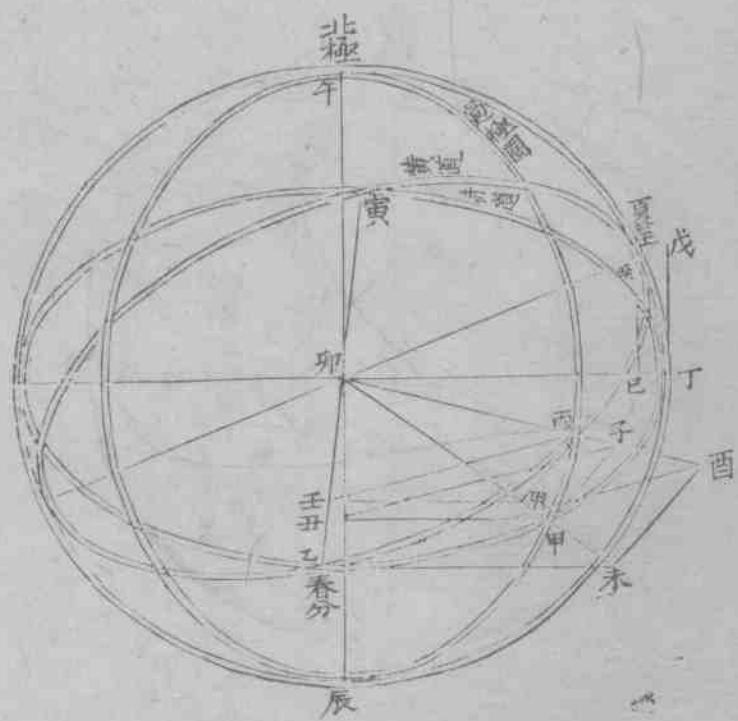
若先有甲乙赤道而求黃道丙乙法爲半徑丁卯與乙角之割  
綫戊卯若甲乙赤道之切綫未乙與丙乙黃道之切綫酉乙也  
論曰以上兩條酉未乙形用法予所補也有此二法黃赤道可  
以自相求而正角弧形之用始備矣外此仍有三弧割綫餘弦之用具如別紙

十餘年前曾作弧三角所成句股書一冊橐存兒輩行笈中  
覓之不可得也庚辰年乃復作此至辛巳夏復得舊橐爲之  
惆然然其理固先後一揆而說有詳畧可以互明不妨並存  
以徵予學之進退因思古人畢生平之力而成一事良自不  
易世有子雲或不以覆瓿置之乎康熙辛巳七夕前兩日勿  
菴梅文鼎識是日也爲立秋之辰好雨生涼炎歎頓失稍簡  
殘帙殊散人懷

附舊彙



甲乙丙正弧三角形。即測量全義第七卷原圖。稍爲酌定。又增一酉未乙形。



測圓之用甚博。非止黃赤也。然黃道赤道南北極二分二至諸名。皆人所習聞。故仍借用其號。以便識別。

案圖中句股形凡五。皆形相似。

其一癸巳卯形。以癸卯半徑爲弦。卽黃道。癸已正弦爲股。赤大

即黃半徑。癸巳正弦爲股。赤大

距弧之正弦。已卯餘弦爲句。弧之餘弦。

卽黃赤大距

其二戊丁卯形。以戊卯割線爲弦。卽黃赤大距。戊丁切線爲股。

弧之正割線

卽黃赤大距。丁卯半徑爲句。卽赤道

半徑

以上二句股形。生於黃赤道之大距度。乃總法也。兩句股形。

一在渾體之內。一出其外。同用卯角。

卽黃道心亦即春分角。

其三丙辛壬形。以丙壬正弦爲弦。卽黃經乙丙弧之正弦。以丙

卯黃道半徑爲其全數。而卯

壬其餘弦。丙辛正弦爲股。卽黃赤距離丙甲弧之正弦。亦以丙卯

黃道半徑爲其全數。而辛卯其餘弦。辛

壬橫綫爲句。

法於赤道平面上作橫綫。聯兩餘弦。成卯壬辛平句股形。此

形以距緯餘弦。辛卯爲弦。黃經餘弦。壬午爲股。而辛壬其句也。此辛壬綫既爲兩餘弦平句股形之句。亦卽能爲兩正弦立句股形之句矣。歷書以辛壬爲丙辛之餘弦。誤也。然則當命爲何綫。曰此非八綫中所有。乃立三角體之楞綫也。

其四子甲丑形。以子丑斜綫爲弦。

此亦立三角體之楞綫也。非八綫中之綫。

子甲切

綫爲股。

卽黃赤距緯弧之正切綫。以赤道半徑甲卯爲其全數。而子卯其割綫也。

甲丑正弦爲句。

卽經乙甲弧之正弦。亦以赤道半徑

甲卯爲其全數。而丑卯其餘弦也。

其五酉未乙形。以酉乙切綫爲弦。

卽黃經丙乙弧之正切綫。以黃赤半徑卯乙爲其全數。而

赤乙爲其全數。而未卯其割綫也。

酉卯其割綫也。酉未立綫爲股。

此亦立三角之楞綫。非八綫中之綫。

未乙切綫爲句。

卽經乙

甲弧之正切綫。亦以黃赤半徑卯乙爲其全數。而未卯其割綫也。

以上三句股形。生於設弧之度。第三形在渾體之內。第四形

半在渾體之內。而出其外。第五形全在渾體之外。

問既在體外。其狀何如。曰設渾圓在立方之內。而以兩極居立方底蓋之心。以乙春分居立方立面之心。則黃赤兩經之切線酉乙。皆在方體之立面。而未乙必爲句。酉乙必爲弦。于是作立綫聯之。卽成酉未乙句股形矣。此一形歷書遺之。予所補也。詳塹堵測量。

論曰。此五句股形。皆同角。故其比例等。然與弧三角真同者。乙角也。

第一癸巳卵形。第二戊丁卵形。兩形。皆乙角原有之八綫。卽春秋分角也。其度則兩至之大距也。

或先有角以求邊。則以此兩形中綫。例他形中綫。得綫則得

邊矣。

或先有邊以求角。則以他形中綫。例此兩形中綫得綫。則亦得角矣。蓋卯角即乙角也。○若欲求丙角。則以丙角當乙角。如法求之。

第三形丙辛壬形。以黃經之正弦。丙爲弦與股。黃赤距離之正弦。辛爲弦與股。是以黃經與距緯相求。

或先有乙角。有黃經。以求距緯。用乙角實用

壬角下同。

或先有乙角。有距緯。以求黃經。

或先有黃經距緯。可求乙角。亦可求丙角。

第四形子甲丑形。以黃赤距緯之切綫。子甲爲股與勾。赤經之正弦。丑爲股與勾。是以距緯與赤經相求。

或先有乙角。有赤經。以求距緯。

用乙角實用  
丑角下同。

或先有乙角有距緯。以求赤經。

或先有赤經距緯。可求乙角。亦可求丙角。

第五形酉未。以赤經之正切。未黃經之正切。酉爲句與弦。是黃赤經度相求。

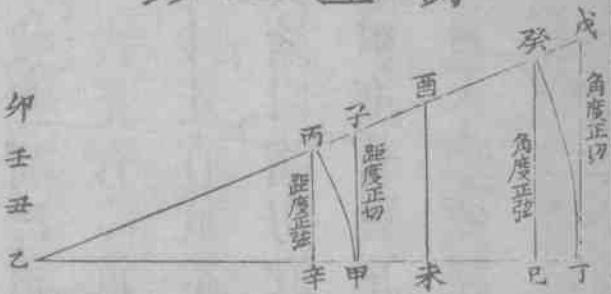
或先有乙角。有黃經。以求赤道同升度。

或先有乙角。有赤道同升。以求黃經。

或先有黃赤二經度。可求乙角。亦可求丙角。

又論曰。諸句股形所用之卯壬丑乙四角。實皆一角。何也。側望則弧度皆變正弦。而體心卯作直線至乙。爲卯壬丑乙綫。卽半徑也。今以側望之故。此半徑直綫化爲一點。則乙角卽卯角。亦卽壬角。亦卽丑角矣。

# 側望之形



癸丁爲乙角之度。卽黃赤大距二至緯度。癸乙爲黃道半徑。丁乙爲赤道半徑。戊丁爲乙角正弦。癸巳爲乙角正弦。己乙爲乙角割綫。己乙爲乙角餘弦。癸巳乙。戊丁乙。皆句股形其乙角卽卯角。

丙甲爲設弧距度。其正弦丙辛。其切綫子甲。

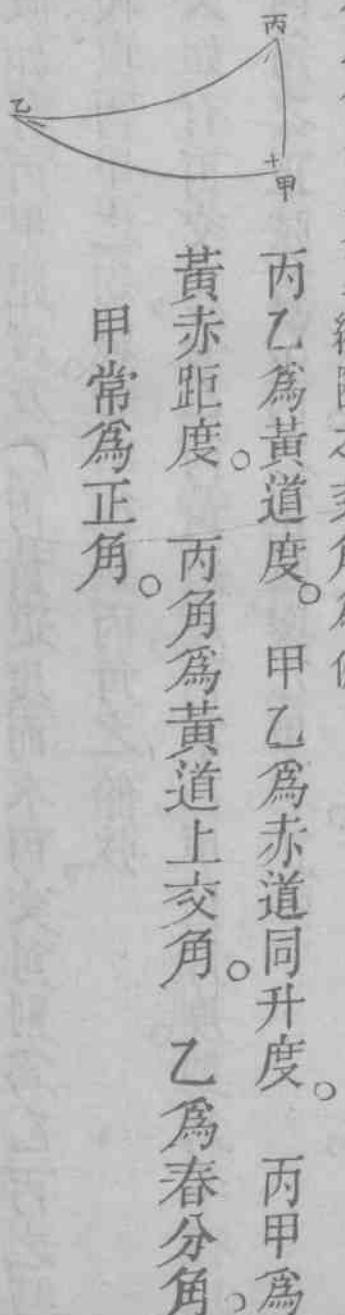
丙乙爲所設黃道度。其正弦丙壬。因側望弧度正弦成一綫

偕距度正弦丙辛。成句股形。其乙角卽壬角。  
甲乙爲所設赤道同升度。其正弦甲丑。因側望弧度正弦成一綫偕距度切綫子甲成句股形。其乙角卽丑角。

酉乙爲所設黃經切綫。未乙爲赤道同升度切綫。此兩綫成一酉未乙句股形。在體外。真用乙角。

# 正弧三角形求餘角法。

凡弧三角有三邊三角。先得三件可知餘件。與平三角同理。前論正弧形以黃赤道爲例。而但詳乙角者。因春分角有一定之度。人所易知。故先詳之。或疑求乙角之法不可施於丙角。茲復爲之條析如左。仍以黃道上過極經圈之交角爲例。



假如有乙丙黃道度。有乙甲赤道同升度。而求丙交角。則爲乙丙之正弦與乙甲之正弦。若半徑與丙角之正弦也。

假如有丙甲距離及乙甲同升度。而求丙交角。則爲丙甲之正弦與乙甲之切線。若半徑與丙角之切線。

假如有丙甲距離及乙丙黃道度。而求丙交角。則爲乙丙之切線。與丙甲之切線。若半徑與丙角之餘弦。

又如有丙交角。有乙丙黃道度。而求乙甲同升度。則爲半徑與丙角之正弦。若乙丙之正弦與乙甲之正弦。

或先有乙甲同升度。而求乙丙黃道度。則以前率更之。爲丙角之正弦與半徑。若乙甲之正弦與乙丙之正弦。

又如有丙交角。有乙甲同升度。而求丙甲距離。則爲丙角之切線與半徑。若乙甲之切線與丙甲之正弦。

或先有丙甲距離。而求乙甲同升度。則以前率更之。爲半徑與