

► 中国教育学会重点课题组推荐用书

主 编◎李德彬 林 涛

四川

金点中考

全程复习应试解析

QUANCHENG FUXI YINGSHI JIEXI



* 根在基础 成在课堂

* 勤在练习 好在规范

* 胜在心理 赢在过程

数 学

(学生用书)



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

中国教育学会重点课题组推荐用书

四川

JINDIAN ZHONGKAO

金点中考

全程复习应试解析

数 学

(学生用书)

QUANCHENG FUXI YINGSHI JIEXI

主 编 李德彬 林 涛

图书在版编目(CIP)数据

金点中考:全程复习应试解析. 数学/李德彬, 林涛主编. —银川:宁夏人民教育出版社, 2012.1

ISBN 978-7-80764-704-1

I. ①金… II. ①李… ②林… III. ①中学数学课—初中—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 005649 号

金点中考·全程复习应试解析 数学

李德彬 林 涛 主编

责任编辑 柳毅伟 贾珊珊

封面设计 符 蓉

责任印制 刘 丽

黄河出版传媒集团 出版发行
宁夏人民教育出版社

地 址 银川市北京东路 139 号出版大厦(750001)

网 址 www.yrpubm.com

网上书店 www.hh-book.com

电子信箱 jiaoyushe@yrpubm.com

邮购电话 0951-5014284

经 销 全国新华书店

印刷装订 成都美蜀印务有限公司

开本 850mm×1168mm 1/16 印张 15.25 字数 1300 千

印刷委托书号(宁)0009170 印数 5000 册

版次 2012 年 1 月第 1 版 印次 2012 年 1 月第 1 次印刷

书号 ISBN 978-7-80764-704-1/G·1609

定价 35.00 元

版权所有 翻印必究

《金点中考》编委成员名单

(排名不分先后)

语 文

主 编 谢 静 兰华智
编 委 谢 静 兰华智 周亚兰 王晓艳 冯 华 付佩琳
张银鸿 蒋 明 李 雯 孙筱霏 白永东

数 学

主 编 陈 芳 金明全 严 骏
编 委 陈 芳 金明全 严 骏 赖有富 王 义 文成林
韩小容 冯翠蓉 李志江 吕世福 余仕芬 唐启银
邱 滔

英 语

主 编 张佳莉 蔡丽英 王晓燕
编 委 张佳莉 蔡丽英 王晓燕 刘 能 杨 叶 张 柳
程孝怡 王 静 金 蓉 薛庆惠 罗昭碧 刘秀梅

物 理

主 编 李德彬 程宗根 张 涛 文成刚
编 委 李德彬 程宗根 张 涛 文成刚 唐义刚 杨 波
张 蓉 赵远平 邹廷才 张晓容 梁 萍

化 学

主 编 卓红彬 李小龙 文友贵
编 委 卓红彬 李小龙 文友贵 邱基良 陈定军 陈 林
郭志强 李 兰 胡洋溯 代 倩 侯 瑾 查亚利
张 梅 王 涛 陈天琼 晏仕友 侯天均 张才溢

思想品德

主 编 范晓琴 李雪梅 彭 艳 左晓华
编 委 范晓琴 李雪梅 彭 艳 左晓华 付尚俊

历 史

主 编 罗文平
编 委 罗文平 龙小华 范绍华

目 录 CONTENTS

第一部分 基础复习

专题一 数与式	1	课题二十一 直角三角形与等腰三角形	71
课题一 实数	1	课题二十二 平行四边形	75
课题二 整式的加减	5	课题二十三 矩形、菱形、正方形	78
课题三 乘法公式及因式分解	8	课题二十四 梯形与多边形	82
课题四 分式及其运算	11	数学专项复习过关检测卷(四)	201
课题五 数的开方及二次根式	15	课题二十五 视图与投影	86
数学专项复习过关检测卷(一)	189	数学专项复习过关检测卷(五)	205
专题二 方程与不等式	18	课题二十六 轴对称、线段垂直平分线	89
课题六 一次方程(组)的解法	18	课题二十七 平移、图形的镶嵌	92
课题七 一元二次方程的解法	20	课题二十八 旋转与中心对称	96
课题八 简单的分式方程	23	数学专项复习过关检测卷(六)	209
课题九 一次不等式(组)	26	课题二十九 相似三角形的性质与判定	101
课题十 方程的应用	29		107
课题十一 不等式的应用	33	课题三十 三角函数	107
数学专项复习过关检测卷(二)	193	课题三十一 解直角三角形	111
专题三 函数及图象	37	数学专项复习过关检测卷(七)	213
课题十二 平面直角坐标系	37	课题三十二 垂径定理、弧弦关系	115
课题十三 函数及图象	40	课题三十三 切线的判定和性质	119
课题十四 一次函数	43	课题三十四 与圆有关的计算	124
课题十五 反比例函数	47	课题三十五 圆的综合题研究	128
课题十六 二次函数(1)	52	数学专项复习过关检测卷(八)	217
课题十七 二次函数(2)	55	专题五 统计与概率	133
课题十八 函数的应用	59	课题三十六 数据整理与描述	133
数学专项复习过关检测卷(三)	197	课题三十七 数据的分析	138
专题四 空间与图形	64	课题三十八 机会与概率	141
课题十九 相交线与平行线、角	64	课题三十九 统计与概率的应用	146
课题二十 三角形与全等三角形	67	数学专项复习过关检测卷(九)	221

第二部分 专题突破

专题一 阅读理解问题	151	专题四 “存在性”问题	168
专题二 函数的应用	154	专题五 “分类讨论”问题	175
专题三 动态问题	160	专题六 “方案设计”问题	181

第三部分 中考模拟

数学中考全真模拟试题(一)	225	数学中考全真模拟试题(二)	233
参考答案			



第一部分 基础复习

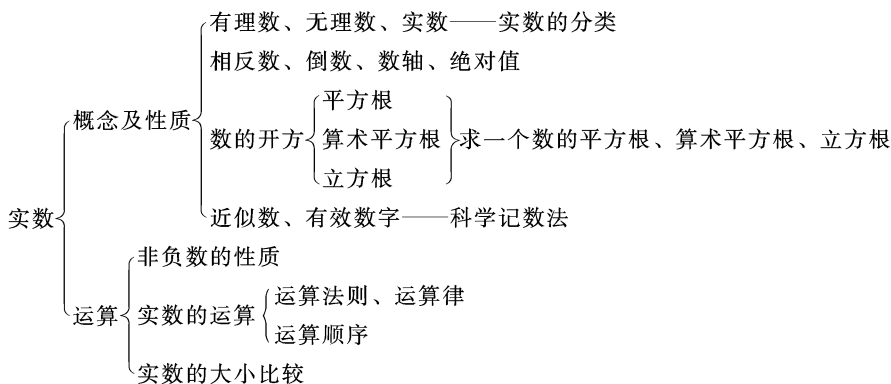
专题一 数与式

课题一 实数

考点要求

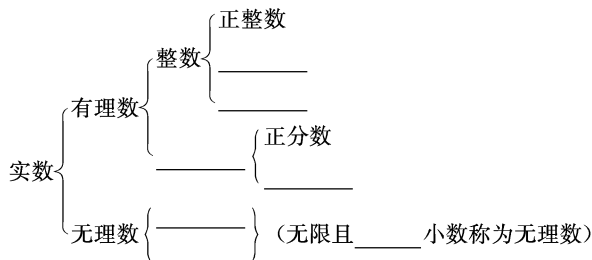
课题	中考考点	知道	理解	掌握	应用探究	中考分值
实数	整数、分数、正数、负数、零、有理数、无理数	√				4~6 分
	相反数、倒数、绝对值、平方根、立方根、算术平方根		√	√		
	近似数、近似数的精确度、有效数字	√				
	科学记数法	√				
	实数的加、减、乘、除、乘方和开方运算，实数的一般运算和近似运算		√	√		4~6 分
	用数形结合的思想解决相关问题				√	

知识梳理



课堂回顾

1. 地实数的分类:



2. 数轴: 规定了 和 的直线,

实数与数轴上的点成 的关系.

- 相反数: 只有 不同的两个数, 在数轴上, 表示互为相反数的两个点, 位于原点的 且到原点的距离 , 数 a 的相反数是 . 性质: a 、 b 互为相反数 $\Leftrightarrow$.
- 绝对值: 在数轴上, 一个数的绝对值就是表示这个数的点与 的距离.

$$|a| = \begin{cases} (a > 0) \\ (a = 0) \text{ 或 } |a| = \begin{cases} (a \geq 0) \\ (a < 0) \end{cases} \end{cases}$$





$$\text{或 } |a| = \begin{cases} \text{ } & (a > 0) \\ \text{ } & (a \leq 0) \end{cases}$$

5. 倒数: _____ 的两个数互为倒数, 数 a ($a \neq 0$) 的倒数是 _____. a 、 b 互为倒数 $\Leftrightarrow$ _____.

6. 若 $x^2 = a$, 则 x 叫做 a 的平方根, 记作 $x = \pm\sqrt{a}$ ($a \geq 0$), 一个正数有两个平方根, 它们互为 _____, 其中正的一个根为 a 的算术平方根, 特别地, 0 的算术平方根为 0, 记作 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$), 负数没有平方根.

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} \text{ } & (a \geq 0) \\ \text{ } & (a < 0) \end{cases} (\sqrt{a})^2 = \text{ } (a \geq 0)$$

7. 常见的非负数有 _____、_____、_____, 若 $|a+1| + b^2 + \sqrt{c-1} = 0$, 则 $a =$ _____、 $b =$ _____、 $c =$ _____.

8. 科学记数法: 把一个数表示成 _____ 的形式, 这种记数方法就叫科学记数方法. (其中 $1 \leq |a| < 10$)

9. 有效数字: 对于一个近似数, 从左边第 _____ 个不是 _____ 的数字算起, 至精确的数位止, 所有的数字都叫做这个数的有效数字.

10. 实数的大小比较: 数轴上的点表示的数, 右边的点表示的数总比左边的点表示的数 _____; 两个负数相比较, 绝对值大的反而 _____.

11. 实数的运算法则:

(1) 加法法则: 同号两数相加取 _____ 的符号, 并把绝对值 _____; 异号两数相加取 _____ 加数的符号, 并用较大的绝对值 _____ 较小的绝对值; _____ 的两数相加得 0; 0 同任何数相加, 仍得 _____.

(2) 减法法则: 减去一个数, 等于加上这个数的 _____.

(3) 乘法法则: 两数相乘, 同号得 _____, 异号得 _____, 并把绝对值 _____; 几个不等于 0 的数相乘, 积的符号由 _____ 的个数确定; 几个数相乘, 若有一个因数是 0, 则积为 _____.

(4) 除法法则: 除以一个数 (0 除外), 等于乘以这个数的 _____.

(5) 乘方的意义: 求几个 _____ 因数 a 的积的运算, 即 n 个 a 相乘就记作 _____.

12. 实数运算顺序: 先算 _____, 再算 _____, 最后算 _____, 如果有括号, 要先算 _____.

13. 用字母表示运算律:

加法交换律: _____.

加法结合律: _____.

乘法交换律: _____.

乘法结合律: _____.

乘法分配律: _____.

例题精析

考点一 实数的有关概念

[例1] (2011·达州市) -5 的相反数是 ()

- A. -5 B. 5 C. ± 5 D. $-\frac{1}{5}$

[思路分析] 主要考查相反数的概念: 只有符号不同绝对值相同的两个数才能互为相反数, 求解即可.

[解答] $\because |-5| = 5$, 且其符号为负号.

$\therefore -5$ 的相反数为 5 . 故选 B.

[解后反思] 正确区分倒数、相反数与绝对值的概念, 注意符

号的变化. 数 a 的相反数是 $-a$, $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a \leq 0) \end{cases}$, 数

a 的倒数是 $\frac{1}{a}$ ($a \neq 0$).

[易错分析] 相反数和倒数: (1) a 、 b 互为相反数 $\Leftrightarrow a+b=0$; a 、 b 互为倒数 $\Leftrightarrow ab=1$. (2) 0 的相反数是 0; 0 没有倒数. (3) 互为相反数的两数绝对值相等; 互为倒数的两数符号相同. (4) 非负数和非正数的绝对值: 非负数的绝对值等于它的本身, 即 $a \geq 0$ 时, $|a| = a$; 非正数的绝对值等于它的相反数, 即 $a \leq 0$ 时, $|a| = -a$.

[变式训练]

1. (2011·重庆市) 若 $-\frac{1}{2}x+1$ 与 $-\frac{1}{3}$ 互为倒数, 则 $x =$ _____.

2. (改编) $|3.14-\pi|$ 的值为 ()

- A. 0 B. $3.14-\pi$ C. $\pi-3.14$ D. 0.14

考点二 数的开方

[例2] (2011·长沙市) 若 $|a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+b+4}$ 互为相反数, 则 $ab =$ _____.

[思路分析] 主要考查相反数、非负数的定义及性质, 二元一次方程组的解法, 求代数式的值. 关键是掌握非负数的性质.

[解答] 由题意得: $|a-b+1| + \sqrt{a+b+4} = 0$,

$$\therefore |a-b+1| \geq 0, \sqrt{a+b+4} \geq 0.$$

$$\therefore \begin{cases} a-b+1=0 \\ a+b+4=0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{5}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases}, \therefore ab = \frac{15}{4}.$$

[解后反思] 平方根、算术平方根、立方根等概念的区别与联系: 一个正数的平方根有两个, 它们互为相反数, 零的平方根是零, 负数没有平方根; 任何实数都有一个立方根; 立方根等于本身的数有 0, ± 1 , 平方根等于本身的数只有 0, 算术平方根等于本身的数有 0, 1.

[易错分析] 一个正数的平方根有两个, 而算术平方根只是其中的一个正根.





[变式训练]

3. (2011·茂名市) 已知一个正数的两个平方根分别是 $2a-2$ 和 $a-4$, 则这个数是_____.
4. (2011·昆明市) -125 的立方根是_____.

考点三 科学计数方法与有效数字

[例3] (2011·襄阳市) 为了推进全民医疗保险工作, 截至2011年5月31日, 今年中央财政已累计下拨医疗卫生补助金 1346 亿元, 这个金额用科学计数法表示为_____元.

[思路分析] 考查科学计数法.

[解答] 1.346×10^{11}

[解后反思] 用科学计数法把数化为 $a \times 10^n$ 时, a 与 n 的确定是解决科学计数法问题的关键, 忽视单位统一, 也是此类题出错的原因. 此类题常把科学计数法与有效数字或精确度等知识结合起来考查.

[易错分析] (1) $1 \leq |a| < 10$, a 的符号说明原数为正数或负数; (2) 若原数的绝对值大于 10, 则 n 为正整数, 且 n 的值等于原数的整数数位减去 1, 若原数的绝对值小于 1, 则 n 为负整数, 且 n 的值等于原数第一个非零数字前面所有零的个数 (包括小数点前面的那个零); (3) $a \times 10^n$ 的精确数位和有效数字的确定: 精确数位由 a 中最末位数字对应的数位来确定; 有效数字就是 a 的有效数字.

[变式训练]

5. (2011·龙岩市) 据第六次全国人口普查统计, 我国人口总数约有 1370000000 人, 用科学计数法表示为_____人.
6. 某市 2011 年的国民生产总值约为 333.9 亿元, 预计 2012 年比上一年增长 10%, 用科学计数法表示 2012 年该市的国民生产总值应是 (结果保留 3 个有效数字) ()
- A. 3.67×10^{10} 元 B. 3.673×10^{10} 元
C. 3.67×10^{11} 元 D. 3.67×10^8 元

考点四 实数的混合运算

[例4] (2009·重庆市) 计算: $|-2| + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \times (\pi - \sqrt{2})^0 - \sqrt{9} + (-1)^2$

[思路分析] 考查实数的运算法则、运算顺序以及运算律的运用.

[解答] 原式 $= 2 + 3 \times 1 - 3 + 1 = 3$.

[解后反思] 通常情况, 实数计算考查的形式是将绝对值、乘方、开方、零指数幂、负指数幂和特殊角的三角函数值综合在一起, 计算的关键在于熟练各种法则, 将各种不同形式的数化为普通的数再计算.

[易错分析] 在混合运算时要注意审题, 首先考虑运算顺序, 其次考虑运算法则, 每种运算都要注意符号与绝对值两部分的正确确定. 能用运算律使运算简便的, 要考虑运用运算律来简化运算, 以达到提高解题速度的目的.

[变式训练]

7. (2010·双流县) 计算: $(\pi - 3.14)^0 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{8} \cos 45^\circ$

8. (2010·绍兴市) 计算: $|-2| + 2\sin 30^\circ - (-\sqrt{3})^2 + (\tan 45^\circ)^{-1}$

考点五 实数的应用

[例5] 在“五一”黄金周期间, 某超市推出如下购物优惠方案: (1) 一次性购物在 100 元 (不含 100 元) 以内时, 不享受优惠; (2) 一次性购物在 100 元 (含 100 元) 以上, 300 元 (不含 300 元) 以内时, 一律享受九折的优惠; (3) 一次性购物在 300 元 (含 300 元) 以上时, 一律享受八折的优惠. 王茜在该超市两次购物分别付款 80 元、252 元. 如果王茜改成在该超市一次性购买与上两次完全相同的商品, 则应付款 ()

- A. 332 元 B. 316 元或 332 元
C. 288 元 D. 288 元或 316 元

[思路分析] 考查实数的应用, 运用运算法则解决实际问题的能力, 这是近年中考的一个热点.

[解答] 弄清打折销售的相关公式: 标价 $\times$ 折数 $\times 10\% =$ 售价. 第二次购物 252 元, 那么原价可能为: $\frac{252}{90\%} = 280$ 元, 或 $\frac{252}{80\%} = 315$ 元, 所以, 一次性购买与上两次完全相同的商品, 则应付款: $\frac{80+280}{80\%} = 288$ 元, 或 $\frac{80+315}{80\%} = 316$ 元. 故选 D.

[解后反思] 此题涉及打折销售的相关公式: 标价 $\times$ 折数 $\times 10\% =$ 售价, 及相关计算.

[易错分析] 此题渗透分类讨论的数学思想, 注意付款 80 元不会享受折扣优惠, 付款 252 元可能享受了 8 折或 9 折的优惠. 注意不要漏解. 此类应用问题, 要求准确理解题意, 并根据题意利用实数概念、运算法则等知识解决相关问题.

[变式训练]

9. (2011·宜昌市) 如果用 $+0.02$ 克表示一只乒乓球质量超出标准质量 0.02 克, 那么一只乒乓球质量低于标准质量 0.02 克记作 ()
- A. $+0.02$ 克 B. -0.02 克
C. 0 克 D. $+0.04$ 克





题型演练与预测

[课堂练习]

1. (2011·太原市)
- -3
- 的绝对值是 ()

A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

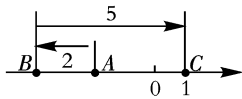
2. 下列各式中正确的是 ()

A. $-|-3|=3$ B. $2^{-3}=-6$
C. $-(-3)=3$ D. $\sqrt{(-2)^2}=-2$

3. 如果某台家用电冰箱冷藏室的温度是
- 4°C
- , 冷冻室的温度比冷藏室的温度低
- 22°C
- , 那么这台电冰箱冷冻室的温度为 ()

A. -26°C B. -22°C C. -18°C D. -16°C

4. 如图, 数轴上一动点
- A
- 向左移动 2 个单位长度到达点
- B
- , 再向右移动 5 个单位长度到达点



- C. 若点
- C
- 表示的数为 1, 则点
- A
- 表示 ()

A. 7 B. 3 C. -3 D. -2

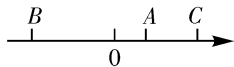
5. (2010·桂林市) 在实数
- 5
- 、
- $\frac{3}{7}$
- 、
- $\sqrt{3}$
- 、
- $\sqrt{4}$
- 中, 无理数是 ()

A. 5 B. $\frac{3}{7}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{4}$

6. (2010·成都市) 改革开放 30 年以来, 成都的城市化推进一直保持着快速、稳定的发展态势. 据统计, 到 2009 年底, 成都市中心五城区 (不含高新区) 常住人口已达到 4410000 人, 对这个常住人口数有如下几种表示:

① 4.41×10^5 人; ② 4.41×10^6 人; ③ 44.1×10^5 人. 其中是科学记数法表示的序号为_____.

7. 已知实数
- a
- 、
- b
- 、
- c
- 在数轴上的位置如图所示, 其中点
- B
- 、
- C
- 关于原点对称. 化简
- $|a+b| + |b+c| - |b-c| + |a-c| =$
- _____.



8. (2010·遵义市) 计算:
- $|-2\sqrt{2}| - \sqrt{8} - 2^{-1} + (\sqrt{3}-2)^0$

9. (2011·双流县) 计算:
- $3\sqrt{\frac{1}{2}}\cos 45^{\circ} - \left(-\frac{1}{3}\right)^0 + (-2)^{-1}$

10. (2010·广安市) 计算:
- $\left|-\frac{1}{2}\right| - \sqrt{9} + (\pi+4)^0 - \sin 30^{\circ} + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

11. (2011·兰州市) 计算:
- $|1-\sqrt{2}| - \left(1-\frac{1}{2011}\right)^0 + \sin 30^{\circ} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \sqrt{18}$



中考对接

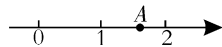
1. (2010·济宁市)
- 4
- 的算术平方根是 ()

A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 4

2. (2010·安徽) 已知
- $a=3$
- , 且
- $(4\tan 45^{\circ} - b)^2 + \sqrt{3 + \frac{1}{2}b - c} = 0$
- , 以
- a
- 、
- b
- 、
- c
- 为边组成的三角形面积等于 ()

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

3. (2011·达州市) 如图所示, 在数轴上点
- A
- 所表示的数
- x
- 的范围是 ()

A. $\frac{3}{2}\sin 30^{\circ} < x < \sin 60^{\circ}$ B. $\cos 30^{\circ} < x < \frac{3}{2}\cos 30^{\circ}$ C. $\frac{3}{2}\tan 30^{\circ} < x < \tan 45^{\circ}$ D. $\frac{3}{2}\cot 45^{\circ} < x < \cot 30^{\circ}$

4. (2010·郴州市) 比较大小:
- $\sqrt{7}$
- _____
- 3
- (填写“
- $<$
- ”或“
- $>$
- ”).

5. (2011·福州市) 已知函数
- $f(x) = 1 + \frac{2}{x}$
- , 其中
- $f(a)$
- 表示当
- $x=a$
- 时对应的函数值, 如
- $f(1) = 1 + \frac{2}{1}$
- ,
- $f(2) = 1 + \frac{2}{2}$
- ,
- $f(a) = 1 + \frac{2}{a}$
- , 则
- $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdots f(100) =$
- _____.

6. (2010·成都市) 若
- x
- 、
- y
- 为实数, 且
- $|x+2| + \sqrt{y-3} = 0$
- , 则
- $(x+y)^{2010}$
- 的值为_____.

7. 近似数
- 0.033
- 万精确到_____位, 有_____个有效数字, 用科学记数法可记为_____万.

8. (2010·太原市) 计算:
- $\sqrt{9} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{2}\sin 45^{\circ} + (\sqrt{3}-2)^0$





9. (2009·乌鲁木齐市) 计算: $(3\sqrt{12}-2\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{48})\div 2\sqrt{3}$

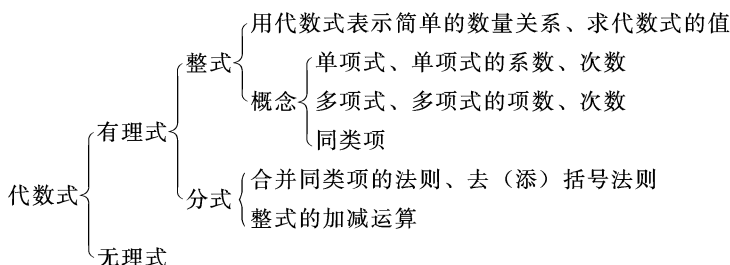
10. 计算: $(-\frac{1}{3})^2-16\div (-2)^3-\tan 30^\circ-2\sqrt{3}\cos 30^\circ-\sqrt{(\cos 30^\circ-1)^2}$

课题二 整式的加减

考点要求

课题	中考考点	知道	理解	掌握	应用探究	中考分值
整式的加减	单项式的系数、次数及多项式的项数、次数, 能判断同类项	√				4~8 分
	整式的加减运算		√	√		
	用代数式表示数量关系, 探究数式规律				√	

知识梳理



课堂回顾

- 像 $2a$ 、 πr^2 、 $1-\frac{1}{x}$ 、 $(a+1)x$ 等把数和表示数的字母用_____连接起来的式子都叫数式, 单独的一个_____或_____也是代数式.
- 像 $-5x^2$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $7abc$ 、 $2\pi R$ 等表示数字与字母_____的代数式叫做单项式, 单项式中_____的叫单项式的系数, 所有字母因式_____的叫单项式的次数; 如 $-\frac{3x^2y}{5}$ 的系数是_____, 次数是_____.
- 几个单项式的_____叫多项式, _____叫多项式的项, 多项式_____的次数叫多项式的次数.
- _____和_____统称为整式.
- 所含字母_____并且相同字母的_____的项叫做同类项, 合并同类项的法则: 把同类项的相同字母_____相加, _____和_____不变.
- 去(添)括号法则: 如果括号前为“+”号, 去(添)括号时括号内各项_____; 如果括号前为“-”号, 去(添)括号时括号内各项要_____.

7. 整式的加减实质就是_____.

例题精析

考点一 列代数式及求值

[例1] (2010·嘉兴市) 用代数式表示“ a 、 b 两数的平方和”, 结果为_____.

[思路分析] 考查用代数式表示简单的数量关系.

[解答] a^2+b^2

[解后反思] 列代数式时要仔细辨析关键词, 如: 和、差、积、商、倍、分、多、少等. 化简并求代数式的值的题, 一般步骤是先化简再求值, 关键是观察已知和未知, 发现它们之间的内在关系, 然后通过变形, 再运用整体代入法进行求解.

[易错分析] “3 除 a ” “被 3 除得 a ” “ a 与 b 两数的平方差” “ a 与 b 两数差的平方”, 分别对应 $\frac{a}{3}$ 、 $3a$ 、 a^2-b^2 、 $(a-b)^2$. 又比如 m 大 3 的数应为 $m+3$; 比一个数大 3 的数是 m , 则这个数为 $m-3$; 一个数是 a 的 3 倍, 这个数为 $3a$; a 是这个数的 3 倍, 这个数就为 $\frac{a}{3}$.





[变式训练]

1. (2009·无锡市) 用代数式表示“ a 与 b 的2倍的差的平方”，正确的是 ()
- A. $2(a-b)^2$ B. $(a-2b)^2$
C. $a-2b^2$ D. $a-(2b)^2$
2. 若 $a^2 - a = 1$, 则 $2a^2 - 2a + 2011$ 的值为 _____.

考点二 整式的有关概念

[例2] 如果 $3m^{7x}n^{y+7}$ 和 $-4m^{2-4y}n^{2x}$ 是同类项, 则 $x =$ _____, $y =$ _____.

[思路分析] 考查同类项的概念.

[解答] 由题意得: $\begin{cases} 7x = 2 - 4y \\ y + 7 = 2x \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$.

[解后反思] 对同类项的两个条件理解不全面: (1) 所含字母相同. (2) 相同字母的指数相同.

[变式训练]

3. 若 $-3x^{2m}y^3$ 与 $2x^4y^n$ 是同类项, 则 $|3m-2n|$ 的值是 ()
- A. 7 B. 1 C. 0 D. -1
4. 多项式 $a^5 + a^2b + 4b^4$ 的次数是 ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

考点三 整式的运算

[例3] (2011·山东) 已知 $(2a-b+1)^2 + |a+b+5| = 0$ 求 $3a^2b - [2a^2b - (2ab - a^2b) - 4a^2] - ab$ 的值.

[思路分析] 考查非负数的性质、多项式的计算. 关键要掌握非负数的性质、去(添)括号法则、合并同类项、整式加减运算法则.

[解答] 由非负数的性质, 得 $\begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \end{cases}$, 化简原式 $= a(4a + b) = 22$, 则所求式子的值为 22.

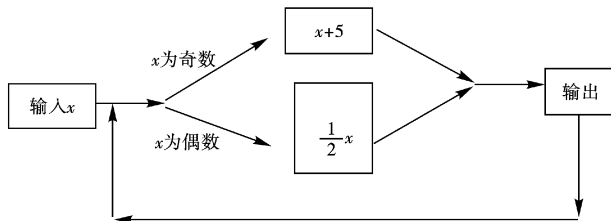
[解后反思] 去(添)括号法则、同类项合并步骤、整式加减运算法则不能正确运用.

[变式训练]

5. 化简 $m+n-(m-n)$ 的结果为 ()
- A. $2m$ B. $-3m$ C. $2n$ D. $-2n$
6. (2010·广州市) 在下列运算中, 计算正确的是 ()
- A. $-3(x-1) = -3x-1$ B. $-3(x-1) = -3x+1$
C. $-3(x-1) = -3x-3$ D. $-3(x-1) = -3x+3$

考点四 整式的应用

[例4] (2010·济南市) 按如图所示的程序计算, 若开始输入的 x 的值为 48, 我们发现第一次得到的结果为 24, 第二次的结果为 12, 请你探索第 2010 次得到的结果为 _____.



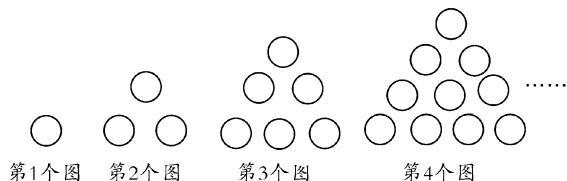
[思路分析] 对流程图的问题, 注意分类讨论, 仔细观察流程图所对应的程序是解题的关键.

[解答] 4

[解后反思] 对找规律的题感到无从下手, 找不到一定的思路, 从而得不到答案的原因主要是考生归纳、推理的能力不够.

[变式训练]

7. (2011·达州市) 用同样大小的小圆按下图所示的方式摆图形, 第 1 个图形需要 1 个小圆, 第 2 个图形需 3 个小圆, 第 3 个图形需要 6 个小圆, 第 4 个图形需要 10 个小圆, 按照这样的规律摆下去, 则第 n 个图形需要小圆 _____ 个 (用含 n 的代数式表示).



题型演练与预测

[课堂练习]

1. 某种长途电话的收费方式如下: 接通电话的第一分钟收费 a 元, 之后的每一分钟收费 b 元. 如果某人打该长途电话花费 8 元钱, 则此人打长途电话的时间是 ()
- A. $\frac{8-a}{b}$ 分钟 B. $\frac{8}{a+b}$ 分钟
C. $\frac{8-a+b}{b}$ 分钟 D. $\frac{8-a-b}{b}$ 分钟
2. (2011·凉山州) 下列各式计算正确的是 ()
- A. $4m-m=3$ B. $-(m-n)=m+n$
C. $(m^2)^3=m^6$ D. $m^2 \div m^2=m$
3. 实数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示, 则化简代数式 $|a+b| - a$ 的结果是 ()
-
- A. $2a+b$ B. $2a$ C. a D. b





4. 如果某商品连续两次涨价 10% 后的价格是 a 元, 那么原价是 _____ 元.

5. 若 $2x^2y^m$ 与 $-\frac{1}{3}x^ny^3$ 是同类项, 则 $m+n$ 的值是 _____.

6. 按程序 $x \rightarrow \text{平方} \rightarrow +x \rightarrow \div x \rightarrow -2x$ 进行运算后, 结果用 x 的代数式表示是 _____ (填入运算结果的最简形式).

7. 大家一定熟知杨辉三角 (I), 观察下列等式 (II):

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & \\ & & & 1 & & 1 & \\ & & 1 & & 2 & & 1 \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

(II) $(a+b)^1 = a+b$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

根据前面各式规律, 则 $(a+b)^5 =$ _____.

8. 探索研究:

(1) 观察一列数 2, 4, 8, 16, 32... 发现从第二项开始, 每一项与前一项之比是一个常数, 这个常数是 _____; 根据此规律, 如果 a_n (n 为正整数) 表示这个数列的第 n 项, 那么 $a_{18} =$ _____, $a_n =$ _____.

(2) 如果欲求 $1+3+3^2+3^3+\dots+3^{20}$ 的值, 可令 $S=1+3+3^2+3^3+\dots+3^{20}$

将该等式两边同乘以 3, 得: _____

_____ ,

再减去该等式, 得: $S =$ _____.

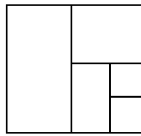
(3) 用由特殊到一般的方法知: 若数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 从第二项开始每一项与前一项之比的常数为 q , 则 $a_n =$ _____ (用含 a_1, q, n 的代数式表示), 如果这个常数 $q \neq 1$, 那么 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n =$ _____ (用含 a_1, q, n 的代数式表示).

4. (2009 · 益阳市) 若 $3a^2 - a - 2 = 0$, 则 $5 + 2a - 6a^2 =$ _____.

5. 多项式 $5x^2 + xy - y^2$ 与 $x^2 - 2xy$ 的差是 _____.

6. 已知小丽的年龄是 m 岁, 小明的年龄比小丽的年龄的 2 倍少 6 岁, 小亮的年龄比小明的年龄的一半多 2 岁, 则这三个人的年龄和为 _____.

7. 如图, 把一个面积为 1 的正方形等分成两个面积为 $\frac{1}{2}$ 的矩形, 再把面积为 $\frac{1}{2}$ 的矩形等分成两个面积为 $\frac{1}{4}$ 的矩形, 再把



面积为 $\frac{1}{4}$ 的矩形等分成两个面积为 $\frac{1}{8}$ 的矩形, 如此进行

下去... 试利用图形揭示的规律计算: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} +$

$\frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} =$ _____ . (你有几种方法?)

8. (2011 · 益阳市) 观察下列算式:

$$\textcircled{1} 1 \times 3 - 2^2 = 3 - 4 = -1$$

$$\textcircled{2} 2 \times 4 - 3^2 = 8 - 9 = -1$$

$$\textcircled{3} 3 \times 5 - 4^2 = 15 - 16 = -1$$

$$\textcircled{4} \underline{\hspace{2cm}}$$

...

(1) 请你按以上规律写出第 4 个算式并填在横线上.

(2) 把这个规律用含字母的式子表示出来: _____.

(3) 你认为 (2) 中所写出的式子一定成立吗? 并说明理由.

9. (改编) 求代数式 $4x^2 - (2x^2 + x - 1) + (2 - x^2 + 3x)$ 的值, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

10. (2010 · 重庆市) 请选取你喜欢的一组 x, y 的值, 求代数式 $4x^2y - \left[3xy^2 - 2\left(xy - \frac{1}{2}x^2y\right) + 3xy \right] + 3xy^2$ 的值.

中考对接

1. (2010 · 台湾) 已知有一多项式与 $(2x^2 + 5x - 2)$ 的和为 $(2x^2 + 5x + 4)$, 则此多项式为 ()

A. 2 B. 6 C. $10x + 6$ D. $4x^2 + 10x + 2$

2. (2011 · 宜宾市) 已知抛物线 $y = x^2 - x - 1$ 与 x 轴的一个交点为 $(m, 0)$, 则代数式 $m^2 - m + 2008$ 的值为 ()

A. 2006 B. 2007 C. 2008 D. 2009

3. 某种细胞开始有 2 个, 1 小时后分裂成 4 个并死去 1 个, 2 小时后分裂成 6 个并死去 1 个, 3 小时后分裂成 10 个并死去 1 个, 按此规律, 5 小时后细胞存活的个数是 ()

A. 31 B. 33 C. 35 D. 378



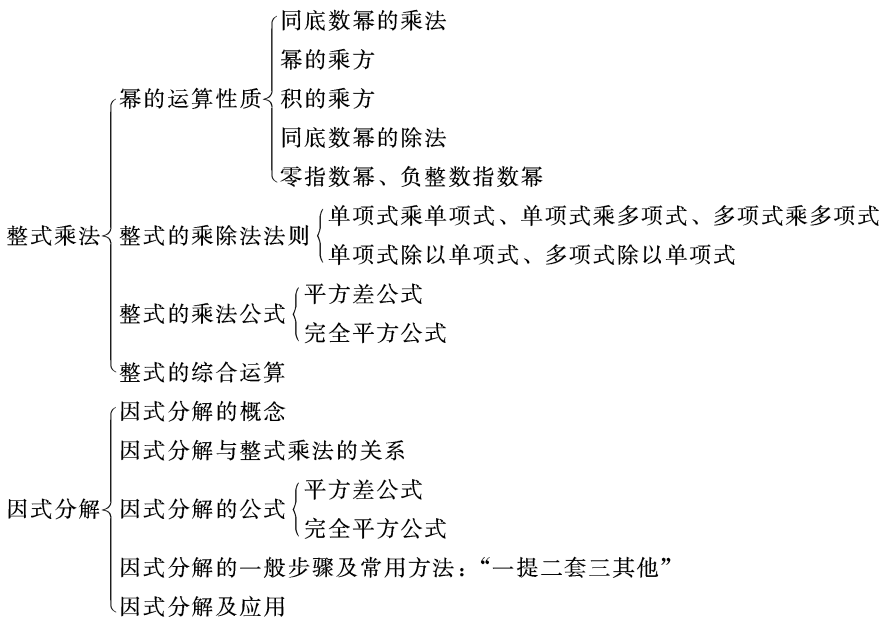


课题三 乘法公式及因式分解

考点要求

课题	中考考点	知道	理解	掌握	应用探究	中考分值
乘法公式及因式分解	整式的各类运算		√	√		4~9分
	用乘法公式简化整式的乘法运算		√	√		
	用提公因式法或公式法分解因式		√	√		
	探究、归纳一般规律，解决实际问题				√	6~8分

知识梳理



课堂回顾

1. 幂的运算性质：
- (1) $a^m \cdot a^n =$ _____ (2) $(a^m)^n =$ _____
- (3) $(ab)^n =$ _____ (4) $a^m \div a^n =$ _____
- (5) $a^{-n} =$ _____ ($a \neq 0$) (6) $a^0 =$ _____ ($a \neq 0$)
2. 单项式乘单项式：把它们的 _____、 _____ 分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母因式，则连同它的指数，作为积的一个 _____。
3. 单项式乘多项式：就是用单项式去乘多项式的 _____，再把所得的积 _____，即 _____。
4. 多项式乘多项式：先用一个多项式的 _____ 乘另一个多项式的 _____，再把所得的积 _____。
5. 单项式除以单项式，将系数及 _____ 分别相除作为商的因式，对于只在被除式中出现的字母则连同它的指数保留在商中。
6. 多项式除以多项式，用多项式的每一项除以单项式，再

- 把所得的商相加。
7. 整式乘法中的公式：
- (1) 平方差公式： $(a+b)(a-b) =$ _____。
- (2) 完全平方公式： $(a+b)^2 =$ _____， $(a-b)^2 =$ _____。
8. 因式分解：把一个多项式化成几个整式的 _____ 的形式，这种变形叫做把这个多项式分解因式。
9. 因式分解的步骤：
- (1) 若多项式各项有公因式，则先 _____。
- (2) 若多项式各项没有公因式，则根据多项式特点，选用 _____。
- (3) 每一个多项式都要分解到 _____ 为止。
10. 因式分解的常用公式：
- (1) $a^2 - b^2 =$ _____
- (2) $a^2 + 2ab + b^2 =$ _____
- (3) $a^2 - 2ab + b^2 =$ _____





例题精析

考点一 幂的运算性质

[例1] (2010·宁波市) 下列运算正确的是 ()

- A. $x \cdot x^2 = x^2$ B. $(xy)^2 = xy^2$
C. $(x^2)^3 = x^6$ D. $x^2 + x^2 = x^4$

[思路分析] 考查幂的性质.

[解答] C

[解后反思] 注意幂的运算性质的混淆: (1) 同底数的幂相乘与幂的乘方的运算性质, 如 $(a^2)^4 = a^8 \neq a^6$. (2) 积的乘方等于积中各因式乘方的积, 注意符号是否变化, 如 $(-3a)^3 = -27a^3 \neq -3a^3 \neq 27a^3$. (3) 注意 2^{-2} 与 $(-2)^2$, $(-2) \times 2$ 的区别. 幂的运算性质复习时要注意几种运算性质之间的区别, 防止混淆, 在复习应加强针对性的练习.

[变式训练]

1. (2010·聊城市) 下列运算正确的是 ()

- A. $(3xy^2)^2 = 6xy^4$ B. $2x^{-2} = \frac{1}{4x^2}$
C. $(-x)^7 \div (-x)^2 = -x^5$ D. $(6xy^2)^2 \div 3xy = 2$

考点二 整式的乘除法运算

[例2] (2009·达州市) 若 $a-b=1$, $ab=-2$, 则 $(a+1)(b-1) =$ _____.

[思路分析] 主要考查整式的乘法, 及代数式的化简及求值.

[解答] $\because a-b=1, ab=-2, \therefore (a+1)(b-1) = ab - a + b - 1 = ab - (a-b) - 1 = -2 - 1 - 1 = -4$.

[解后反思] 这类题难度不会太大, 但在符号及运算方面很容易出错, 注意对整式运算法则的理解掌握, 及灵活运用.

[变式训练]

2. (2009·成都市) 先化简, 再求值: $x^2(3-x) + x(x^2 - 2x) + 1$, 其中 $x = \sqrt{3}$.

3. (2010·南宁市) 先化简, 再求值: $(a+b)(a-b) + (4ab^3 - 8a^2b^2) \div 4ab$, 其中 $a=2, b=1$.

考点三 整式的乘法公式

[例3] (2010·益阳市) 已知 $x-1=\sqrt{3}$, 求代数式 $(x+1)^2 - 4(x+1) + 4$ 的值.

[思路分析] 考查完全平方公式、整式的四则运算.

[解答] 解法一: 原式 $= (x+1-2)^2$
 $= (x-1)^2$

当 $x-1=\sqrt{3}$ 时, 原式 $= (\sqrt{3})^2 = 3$

解法二: 由 $x-1=\sqrt{3}$ 得 $x=\sqrt{3}+1$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= x^2 + 2x + 1 - 4x - 4 + 4 \\ &= x^2 - 2x + 1 \\ &= (\sqrt{3}+1)^2 - 2(\sqrt{3}+1) + 1 \\ &= 3 + 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} - 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

[解后反思] 正确使用乘法公式, 避免出现 $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ 等类似错误, 计算时注意符号的确定.

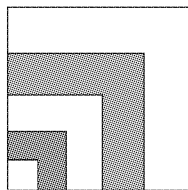
[变式训练]

4. (2010·宁波市) 若 $x+y=3, xy=1$ 则 $x^2+y^2 =$ _____.

5. 计算: $(x-\frac{1}{3})^2(x^2+\frac{1}{9})^2(x+\frac{1}{3})^2$

考点四 因式分解

[例4] 如下图, 边长分别为 1, 2, 3, 4...2011 的正方形叠放在一起, 计算图中阴影部分的面积和是多少?



[思路分析] 本题关键是利用图形表示出阴影部分的面积, 灵活进行分解因式, 并用“高斯算法”.

$$\begin{aligned} \text{[解答]} S_{\text{阴影}} &= (2^2-1^2) + (4^2-3^2) + (6^2-5^2) + \dots + \\ &\quad (2010^2-2009^2) \\ &= (2+1)(2-1) + (4+3)(4-3) + \dots + (2010+2009) \\ &\quad (2010-2009) \\ &= (2+1) + (4+3) + (6+5) + \dots + (2010+2009) \\ &= 1+2+3+4+5+6+\dots+2009+2010 \\ &= \frac{(1+2010) \times 2010}{2} \\ &= 2021055 \end{aligned}$$

[解后反思] 对多项式的因式分解, 要根据多项式特点选用合适的方法、公式, 以及要注意分解彻底. 难点是根据题目的形式和特征恰当选择方法进行分解, 以提高综合解题能力.

[变式训练]

6. (2010·合肥市) 下列因式分解错误的是 ()

- A. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$ B. $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$
C. $x^2 + xy = x(x+y)$ D. $x^2 + y^2 = (x+y)^2$

7. (1) (2009·宜宾市) 分解因式: $2x^2 - 8 =$ _____.

(2) (2010·芜湖市) 因式分解: $9x^2 - y^2 - 4y - 4 =$ _____.





题型演练与预测

[课堂练习]

1. 计算 $6m^3 \div (-3m^2)$ 的结果是 ()
 A. $-3m$ B. $-2m$ C. $2m$ D. $3m$

2. (2011·湖北) 下列运算正确的是 ()
 A. $a-2a=a$ B. $(-a^2)^3=-a^6$
 C. $(-a)^2 \div (-a^2)=1$ D. $2a^{-1}=\frac{1}{2a}$

3. (2011·益阳市) 下列计算正确的是 ()
 A. $(x+y)^2=x^2+y^2$
 B. $(x-y)^2=x^2-2xy-y^2$
 C. $(x+2y)(x-2y)=x^2-2y^2$
 D. $(-x+y)^2=x^2-2xy+y^2$

4. (2010·大连市) 若 $a>0$ 且 $a^x=2$, $a^y=3$, 则 a^{x-y} 的值为 ()
 A. -1 B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

5. (2010·昆明市) 计算: $(9a^2b-6ab^2) \div (3ab) =$ _____.

6. 若 $x^2+2(m-3)x+16$ 是完全平方式, 则 $m=$ _____.

7. 分解因式: (1) $(2a-b)^2+8ab=$ _____.
 (2) $(a-2b)^2-2a+4b+1=$ _____.

8. (2010·济宁市) 若代数式 x^2-6x+b 可化为 $(x-a)^2-1$, 则 $b-a$ 的值是 _____.

9. 先化简, 再求值: $(3x+2)(3x-2)-5x(x-1)-(2x-1)^2$, 其中 $x=-\frac{1}{3}$.

10. (2010·门头沟区) 已知 $x^2-4x+3=0$, 求 $(x-1)^2-2(1+x)$ 的值.

11. 已知: $x^2-y^2+2x+6y-8=0$, 且 $x+y \neq 2$, 求 $x-y$ 的值.

2. (2010·泰州市) 已知 $P=\frac{7}{15}m-1$, $Q=m^2-\frac{8}{15}$ (m 为任意实数), 则 P 、 Q 的大小关系为 ()

- A. $P>Q$ B. $P=Q$
 C. $P<Q$ D. 不能确定

3. (改编) 已知 $a^2+b^2=25$, $a+b=7$, $a>b$, 则 $a-b=$ _____.

4. (改编) 已知 $a-b=b-c=\frac{3}{5}$, $a^2+b^2+c^2=-\frac{2}{25}$, 则 $ab+bc+ac=$ _____.

5. (改编) 若多项式 $P=a^2+2b^2+2a+4b+2011$, 则 P 的最小值=_____.

6. (改编) 计算: $\frac{2011^3-2 \times 2011^2-2009}{2011^3+2011^2-2012}=$ _____.

7. (2010·绍兴市) 先化简, 再求值: $2(a+\sqrt{3})(a-\sqrt{3})-a(a-6)+6$, 其中 $a=\sqrt{2}-1$.

8. 先化简再求值: $(a^2b-2ab^2-b^3) \div b - (a+b)(a-b)$, 其中 $a=\frac{1}{2}$, $b=-1$.

9. (2009·北京市) 已知 $x^2-5x=14$, 求 $(x-1)(2x-1)-(x+1)^2+1$ 的值.

10. (2010·北京市) 已知 $x(x-1)-(x^2-y)=-3$, 求 x^2+y^2-2xy 的值.

11. (2011·南宁市) 已知 $x^2-x-1=0$, 求代数式 $-x^3+2x^2+2002$ 的值.

12. (改编) 已知 $a^3+a^2+a+1=0$, 求 $1+a+a^2+a^3+\dots+a^{2012}$ 的值.

中考对接

1. (2010·眉山市) 下列运算中正确的是 ()
 A. $3a+2a=5a^2$ B. $(2a+b)(2a-b)=4a^2-b^2$
 C. $2a^2 \cdot a^3=2a^6$ D. $(2a+b)^2=4a^2+b^2$



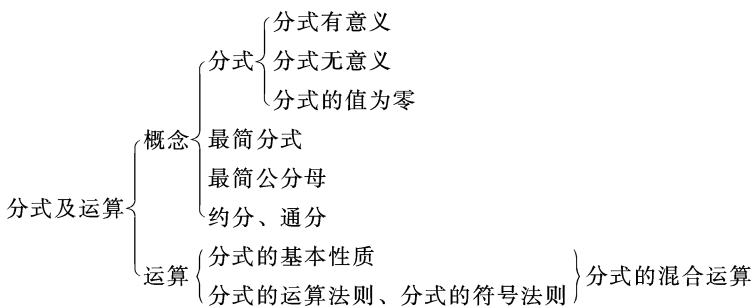


课题四 分式及其运算

考点要求

课题	中考考点	知道	理解	掌握	应用探究	中考分值
分式 及 运算	分式本身的性质、意义	√				7~12 分
	分式的通分、约分、化分式为最简分式或整式		√	√		
	分式的简单混合运算			√		

知识梳理



课堂回顾

1. 整式 $A \div B$ ($B \neq 0$) 可以表示为 $\frac{A}{B}$ 的形式, 如果分母 B 中含有 _____, 式子 $\frac{A}{B}$ 就叫分式.

- (1) 分式有意义 (分母 B _____ 0).
- (2) 分式无意义 (分母 B _____ 0).
- (3) 分式的值等于 0 (分子 A _____ 0) 且分母 B _____ 0.

2. 分式的基本性质: $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M}$ (其中 M 为 _____).

3. 约分: 把分式的分子, 分母中的 _____ 约去的过程.
通分: 根据分式的 _____, 不改变 _____, 把几个分母不同的分式化为 _____ 的分式的过程.

4. 最简分式就是分子、分母中不含有的 _____ 分式.

5. 最简公分母: 通分时, 通常取各分母所有因式的 _____ 的积作分母, 这样的分母就叫最简公分母.

6. 运算法则:

(1) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

(2) $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

(3) $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ (n 为正整数)

(4) $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$

(5) $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$

(6) $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$)

7. 分式的混合运算顺序: 先算 _____, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的, 先算括号里面的.

8. 分式的符号法则: $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} = -\frac{-A}{B} = -\frac{A}{-B}$ (其中 $B \neq 0$)



例题精析

考点一 分式的概念

[例1] (2010·东阳县) 使分式 $\frac{x}{2x-1}$ 有意义, 则的取值范围是 _____.

A. $x \geq -\frac{1}{2}$

B. $x \leq \frac{1}{2}$

C. $x > \frac{1}{2}$

D. $x \neq \frac{1}{2}$

[思路分析] 考查分式有意义的条件.

[解答] 根据分式有意义的条件: 分式的分母值不为 0, 得 $x \neq \frac{1}{2}$, 故选 D.

[解后反思] 考查分式的判定以及分式有 (无) 意义、值为 0, 要熟记分式有 (无) 意义、值为 0 的条件, 尤其是分式值为 0 时, 不能忽视分母不为 0 的约束条件.

[易错分析] 混淆分式的概念、分式有 (无) 意义以及值为 0 的条件. 解分式的值为 0 的问题时, 只考虑分子的值为 0 而忽视分母的值不为 0 的约束条件, 或者把分母的值不为 0 错解为分母中的字母不为 0.





[变式训练]

1. (2010·温州市) 当 $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 时, 分式 $\frac{x+3}{x-1}$ 的值等于 2.
2. (2010·聊城市) 使分式 $\frac{2x+1}{2x-1}$ 无意义的 x 的值是 ()
- A. $x = -\frac{1}{2}$ B. $x = \frac{1}{2}$ C. $x \neq -\frac{1}{2}$ D. $x \neq \frac{1}{2}$

考点二 分式基本性质及应用

[例2] 下列运算中, 正确的是 ()

- A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{a+b}$ B. $\frac{(-a^3)^2}{-a^2} = -a^3$
- C. $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$ D. $\frac{a-3}{a^2-6a+9} = \frac{1}{a-3}$

[思路分析] 考查分式的基本性质、约分、通分、分式的符号法则.

[解答] D

[解后反思] 在分式基本性质的应用中要注意: (1) 所乘或所除以的整式不能为 0. (2) 不能用分子、分母中部分项同乘或同除以整式. (3) 分子、分母、分式本身三处符号中, 若改变其中一处, 分式的值发生改变.

[变式训练]

3. (2010·绍兴市) 化简 $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$, 可得 ()
- A. $\frac{2}{x^2-1}$ B. $-\frac{2}{x^2-1}$ C. $\frac{2x}{x^2-1}$ D. $-\frac{2x}{x^2-1}$
4. 化简: (1) (2010·中山市) $\frac{x^2-2xy+y^2-1}{x^2-y^2-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) (2010·无锡市) $\frac{a^2-2a+1}{a-1} - (a-2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

考点三 分式的运算

[例3] (2010·晋江市) 先化简, 再求值:

$$\left(\frac{3x}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2-1}{x}, \text{ 其中 } x = \sqrt{2}-2$$

[思路分析] 考查分式运算、化简求值.

[解答] 解一: 原式 $= \left[\frac{3x(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} \right] \cdot \frac{x^2-1}{x}$

$$= \frac{3x^3+3x-x^2+x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x^2-1}{x}$$
$$= \frac{2x^2+4x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x^2-1}{x}$$
$$= \frac{2x(x+2)}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x}$$
$$= 2(x+2)$$
当 $x = \sqrt{2}-2$ 时, 原式 $= 2(\sqrt{2}-2+2) = 2\sqrt{2}$

解二: 原式 $= \frac{3x}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x} - \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x}$

$$= \frac{3x}{x-1} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{x} - \frac{x}{x+1} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{x}$$

$$= 3(x+1) - (x-1)$$
$$= 3x+3-x+1$$
$$= 2x+4$$

当 $x = \sqrt{2}-2$ 时, 原式 $= 2(\sqrt{2}-2)+4 = 2\sqrt{2}$.

[解后反思] 分式的计算要防止: (1) 加减计算时随意去掉分母. (2) 没有分清计算顺序盲目计算. (3) 计算结果忘记化为最简分式或整式.

[变式训练]

5. 计算: (1) (2010·泰州市) 化简: $1 - \frac{a-1}{a} \div \left(\frac{a}{a+2} - \frac{1}{a^2+2a}\right)$

(2) (2010·西安市) 化简: $\frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} + \frac{2mn}{m^2-n^2}$

6. (2010·崇文区) 已知 $x^2+x-1=0$, 求 $x\left(1-\frac{2}{1-x}\right) \div (x+1) - \frac{x(x^2-1)}{x^2-2x+1}$ 的值.

