我的第一本奥数书

给力数学

奥数冠军的零起步秘笈

6年级+小升初

助力走进初中名校

陆霞／编著

猎人带着猎狗去打猎，野兔逃出80步后猎狗才开始追，野兔跑7步的路程猎狗只需跑3步，野兔跑9步的时间猎狗只能跑5步。猎狗至少跑多少步才能追上野兔？

华东理工大学出版社

我的第一本奥数书

给力数学

奥数冠军的零起步秘笈

6

年级＋小升初

陆霞／编著

助力走进初中名校

华东理工大学出版社

·上海·

图书在版编目(CIP)数据

奥数冠军的零起步秘笈.6年级＋小升初/陆霞编著.—上海：华东理工大学出版社，2015.11

（我的第一本奥数书）

ISBN 978-7-5628-4358-0

Ⅰ.①奥… Ⅱ.①陆… Ⅲ.①小学数学课—教学参考资料 Ⅳ.①G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第188501号

我的第一本奥数书

奥数冠军的零起步秘笈(6年级＋小升初)

……

编　　著/ 陆　霞

责任编辑/ 李　晔

责任校对/ 成　俊

封面设计/ 肖祥德

出版发行/ 华东理工大学出版社有限公司

地　址：上海市梅陇路130号，200237

电　话：(021)64250306(营销部)

(021)64252750(编辑室)

传　真：(021)64252707

网　址：press.ecust.edu.cn

印　　刷/ 常熟市新骅印刷有限公司

开　　本/ 787 mm×1092 mm　1/16

印　　张/ 11.5

字　　数/ 257千字

版　　次/ 2015年11月第1版

印　　次/ 2015年11月第1次

书　　号/ ISBN 978-7-5628-4358-0

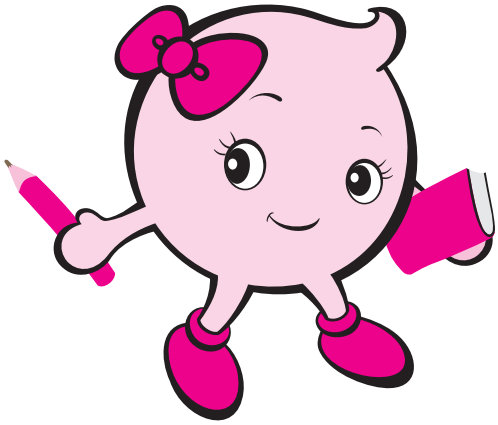
定　　价/ 26.80元

联系我们：电子邮箱 press@ecust.edu.cn

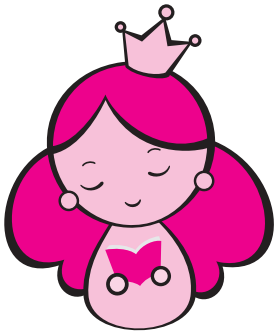
官方微博 e.weibo.com/ecustpress

天猫旗舰店 http://hdlgdxcbs.tmall.com

“理思”与她的朋友们

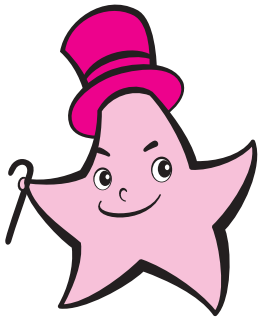


小朋友，你们好，我叫“理思”。我是一个有理想、乐思考的小女孩，很高兴能跟你交朋友。



我的好妈妈：
理思皇后

我的好伙伴：
阿笨猫



我的军师：
智多星

前　言

数学是一门重要的基础学科，记得20世纪80年代曾经流行过一句非常响亮的口号：“学好数理化，走遍天下都不怕。”数学，显然是数理化的“领头羊”。这句话也从某个侧面告诉我们，数学是其他学科的基础。在科技飞速发展的21世纪，数学的重要性更是毋庸置疑的。

数学，是锻炼思维的体操。思维的锻炼，要从小开始抓起。通过科学、严格、系统的训练，为今后进一步深造打下坚实的基础。

这套奥数教程有三大特点：

第一，遵循孩子学习的特点设置栏目。笔者长期从事数学竞赛的培训工作，深知孩子的特点是喜欢听故事，因此本书每讲的切入点是“故事堡”，用一个个有趣的小故事把孩子们吸引到数学学习中来，孩子们不知不觉地就会喜欢上数学。

第二，把发展孩子对数学的兴趣放在首位，不搞难题、偏题、怪题，不搞题海战术。过难过偏过怪的题目，只会挫伤孩子们对数学的兴趣；题海战术只会加重孩子课外学习的负担，让孩子们的宝贵时间浪费在不必要的、枯燥无味的重复之中。这套教程让孩子的奥数学习之路从零起步，循序渐进，一步步迈向神秘的数学殿堂。

第三，本套教程从每个细节之处都强调方法比知识更重要。不仅仅“授之以鱼”，更要“授之以渔”，教会他们解题的方法。思维的训练，关键在于方法，方法掌握了，事半功倍，本套教程中所设置的“知识点”让每一讲的重点、难点一目了然，而“分析与解答”“思维导图”等栏目让数学思维方法更醒目、更直观。本书的每道例题、练习题都有详细的解答过程和步骤，既可作为学校第二课堂的兴趣教材，也适合孩子们在家自学。

小学阶段是每个孩子人生之中求学的起步阶段，我们希望这些理念能够得到家长和老师的认同。编一套奥数书并不难，难就难在要编出一套能让孩子们真正喜欢的奥数辅导书，如果本套书能够在孩子们的成长道路上给予他们哪怕一丁点的帮助，我们就心满意足了。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一讲　分数大小的比较 / 001

第二讲　循环小数的计算 / 008

第三讲　分数的速算和巧算 / 013

第四讲　分数应用题 / 019

第五讲　百分数应用题 / 026

第六讲　比和比例问题 / 030

第七讲　浓度和配比问题 / 036

第八讲　数论综合 / 042

第九讲　概率问题 / 046

第十讲　列方程解应用题 / 050

第十一讲　相似三角形模型 / 055

第十二讲　鸟头模型 / 061

第十三讲　蝴蝶定理 / 068

第十四讲　燕尾定理 / 074

第十五讲　猎狗追兔 / 081

第十六讲　比例解行程问题 / 085

第十七讲　发车间隔问题 / 091

第十八讲　变速问题 / 097

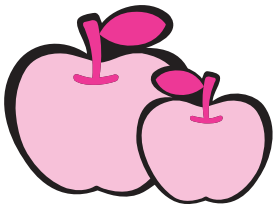
第十九讲　接送问题 / 103

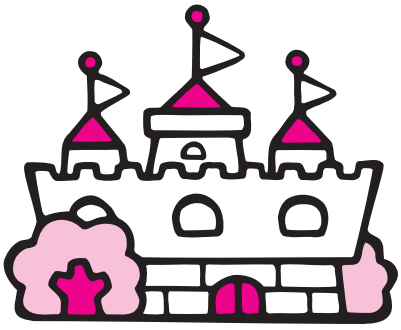
第二十讲　圆和扇形 / 110

第二十一讲　曲线型旋转问题 / 117

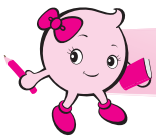
第二十二讲　圆柱和圆锥 / 124

答案详解——开心果 / 131





第一讲　分数大小的比较



知识点

本讲是在学习了分数计算技巧的基础上，进一步认识小数、分数，主要介绍一些比较复杂的小数、分数大小的方法，如通分子、通分母、倒数法、放缩法等。

故事堡

这段时间学习了通分、约分、异分母分数大小的比较以及加减法，唐飞觉得头都大了。今天数学老师没有像往常一样上课，而是对全班同学说："我们一起来玩一个猜数游戏，好吗？"

"好！"全班同学异口同声地回答。

老师拿出一张分数卡片：$\frac{\cdots}{\cdots}$，"如果将它的分母加上 2 就得到$\frac{7}{9}$，如果将它的分母加上 3 则得到$\frac{3}{4}$。你们知道原来的这个分数是多少吗？"

老师的话音刚落，所有的同学都拿出笔和本子开始计算，只有小叮叮坐着没动。

"小叮叮，你来给大家讲一讲你是怎么想的。"老师说。

"我注意到老师给出的条件只是分母前后发生了变化，而分子并没有变化，所以先将$\frac{7}{9}$和$\frac{3}{4}$的分子变成相同的，因为 3 和 7 是互质数，所以将$\frac{7}{9}$的分子和分母同时乘以 3 得到$\frac{21}{27}$，而将$\frac{3}{4}$的分子和分母同时乘以 7 得到$\frac{21}{28}$，再用 27 减去 2 或用 28 减去 3 得到 25，所以原来卡片上的分数应该是$\frac{21}{25}$。"小叮叮一口气说完。

听了小叮叮的讲解，你们有什么想说的？

我觉得我们有时要换个角度思考问题，比如这道题，如果我们从分母去考虑就不容易得到结果，而从分子入手去思考，问题就变得很简单了。

聪明屋

例 1

如果 $a=\frac{9999995}{9999997}$，$b=\frac{6666661}{6666663}$，那么 a，b 中较大的数是_____。

分析与解答

方法一：可以利用求倒数的方法比较，倒数大的分数反而小。

$\frac{9999995}{9999997}$的倒数是$\frac{9999997}{9999995}=1+\frac{2}{9999995}$

$\frac{6666661}{6666663}$的倒数是$\frac{6666663}{6666661}=1+\frac{2}{6666661}$

比较倒数右边的结果知 $1+\frac{2}{6666661}>1+\frac{2}{9999995}$

因为倒数越大，原数越小，

所以$\frac{6666663}{6666661}>\frac{9999997}{9999995}$，即$\frac{9999995}{9999997}>\frac{6666661}{6666663}$，所以 a 大。

方法二：与 1 相减比较法。

$\frac{9999995}{9999997}=1-\frac{2}{9999997}$，$\frac{6666661}{6666663}=1-\frac{2}{6666663}$

由于$\frac{2}{9999997}<\frac{2}{6666663}$，

因为在被减数相同的情况下，减数越小，说明差越大，所以$\frac{9999995}{9999997}>\frac{6666661}{6666663}$，所以 a 大。

思维导图

分数大小比较

- 用“1”比较：当两个小于1的分数都接近1，又不容易确定它们的大小时，先分别求出它们与1的差，差较小的分数大。
- 用“$\frac{1}{2}$”比较：当两个或几个比较大小的分数都接近$\frac{1}{2}$时，用$\frac{1}{2}$作标准来比较它们的大小。

顺藤摸瓜

1. 比较下列各数的大小。（填“＞”或“＜”）

（1）$\frac{444443}{444445}$ ＿＿＿＿ $\frac{555554}{555556}$　　（2）$\frac{22221}{22223}$ ＿＿＿＿ $\frac{33331}{33334}$

2. 如果 $A=\frac{111111110}{222222221}$，$B=\frac{444444443}{888888887}$，则 A ＿＿＿＿ B。（填“＞”或“＜”）

例 2

有四个数 $0.52\dot{5}$，$0.\dot{5}\dot{2}$，$\frac{9}{17}$ 与 $\frac{35}{67}$，比较这四个数的大小，并按从大到小的顺序排列。

分析与解答

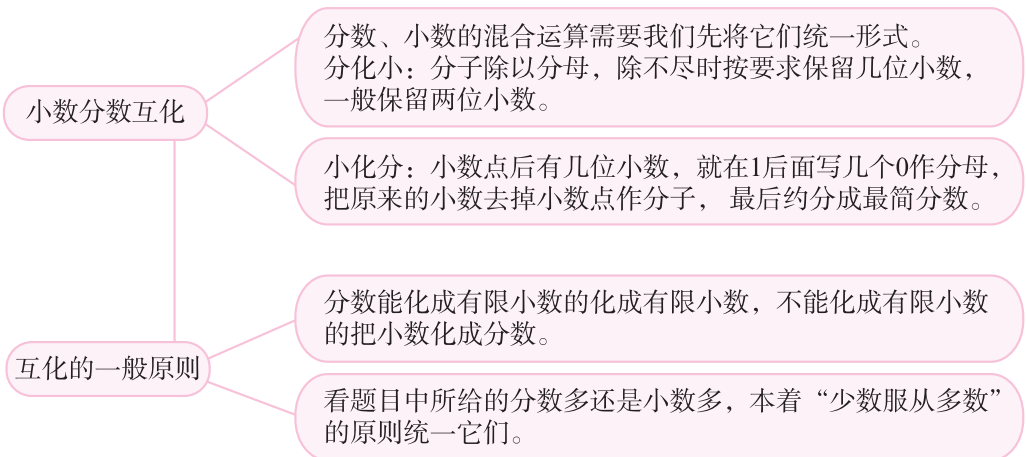
我们可以把原数化成小数，再加以比较。

因为 $0.52\dot{5}=0.52555\cdots$，$0.\dot{5}\dot{2}=0.52525\cdots$，

$\frac{9}{17}=0.529411\cdots$，$\frac{35}{67}=0.522388\cdots$，

所以 $\frac{9}{17}>0.52\dot{5}>0.\dot{5}\dot{2}>\frac{35}{67}$。

思维导图



顺藤摸瓜

3. 有 8 个数，$0.\dot{5}\dot{1}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{5}{9}$，$0.5\dot{1}$，$\frac{24}{47}$，$\frac{13}{25}$是其中 6 个，如果按从小到大的顺序排列时，第 4 个数是 $0.5\dot{1}$，那么按从大到小的顺序排列时，第 4 个数是_____。

4. 在$\frac{19981998}{19991999}$，$\frac{19991999}{20002000}$，$\frac{20002000}{20012001}$中，最小的分数是_____。

例 3

比较下面几个分数的大小，请按从小到大的顺序排列。

$$\frac{2}{3}\quad\frac{5}{8}\quad\frac{15}{23}\quad\frac{10}{17}\quad\frac{12}{19}$$

分析与解答

此题若统一分母比较麻烦，而分子的最小公倍数很容易找出，为 60，因此统一分子。

$\frac{2}{3}=\frac{60}{90}$，$\frac{5}{8}=\frac{60}{96}$，$\frac{15}{23}=\frac{60}{92}$，$\frac{10}{17}=\frac{60}{102}$，$\frac{12}{19}=\frac{60}{95}$

因为$\frac{60}{102}<\frac{60}{96}<\frac{60}{95}<\frac{60}{92}<\frac{60}{90}$，根据分子相同，分母大的反而小，

得到$\frac{10}{17}<\frac{5}{8}<\frac{12}{19}<\frac{15}{23}<\frac{2}{3}$。

思维导图

分数大小比较

- 交叉相乘：把要比较大小的两个分数的分子、分母交叉相乘，然后再比较两分数的大小。
- 化相同的分子：把分子不同的分数化成同分子分数比较大小。
- 两个分数相除：将两个分数相除，看它们的商是大于1还是小于1，大于1，前面的数大；小于1，前面的数小。

顺藤摸瓜

5.（1）比较$\frac{19}{34}$，$\frac{11}{28}$，$\frac{21}{42}$的大小。（用“＞”连接）

（2）比较$\frac{2}{13}$，$\frac{5}{6}$，$\frac{3}{16}$的大小。（用“＜”连接）

6. 编号为1，2，3的三只蚂蚁分别举起重量为$\frac{115}{127}$克，$\frac{302}{333}$克，$\frac{439}{488}$克的重物。金牌应发给_____号蚂蚁，银牌应发给_____号蚂蚁，铜牌应发给_____号蚂蚁。

例4

在下面式子的方框内填入一个整数，使两端的不等号成立，那么要填的整数是多少？

$$\frac{24}{31}<\frac{773}{\square}<\frac{31}{40}$$

分析与解答

把原不等式的3个分数的分子化成相同的数，即

$$\frac{24\times31\times773}{31\times31\times773}<\frac{24\times31\times773}{\square\times31\times24}<\frac{24\times31\times773}{40\times24\times773}$$

因此有$40\times24\times773<\square\times31\times24<31\times31\times773$。

同时除以24×31，得$40\times773\div31<\square<31\times773\div24$，即$997.4\cdots<\square<998.4\cdots$

因为方框内应填入一个整数，所以它只能等于998。

顺藤摸瓜

7.（1）比$\frac{2}{7}$大比$\frac{1}{3}$小的分数有无数多个，则分子为27的分数是_____。（写出一个即可）

（2）当方框里填什么自然数时，不等式成立？

$$\frac{5}{9}<\frac{9}{\square}<1$$

8. 不等式中的五个分数都是最简真分数，要使不等式成立，这些分母的和最小是_____。

$$\frac{1}{(\quad)}>\frac{2}{(\quad)}>\frac{3}{(\quad)}>\frac{4}{(\quad)}>\frac{5}{(\quad)}$$

例5

在下面9个算式中，第_____个算式的答数最小，这个答数是_____。

① $\frac{3}{5}+\frac{5}{20}$　② $\frac{3}{6}+\frac{6}{20}$　③ $\frac{3}{7}+\frac{7}{20}$　④ $\frac{3}{8}+\frac{8}{20}$　⑤ $\frac{3}{9}+\frac{9}{20}$　⑥ $\frac{3}{10}+\frac{10}{20}$　⑦ $\frac{3}{11}+\frac{11}{20}$　⑧ $\frac{3}{12}+\frac{12}{20}$　⑨ $\frac{3}{13}+\frac{13}{20}$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

分析与解答

方法一：

$①-②=\left(\frac{3}{5}+\frac{5}{20}\right)-\left(\frac{3}{6}+\frac{6}{20}\right)=\frac{3}{5\times6}-\frac{1}{20}>0$，即①＞②；

$②-③=\left(\frac{3}{6}+\frac{6}{20}\right)-\left(\frac{3}{7}+\frac{7}{20}\right)=\frac{3}{6\times7}-\frac{1}{20}>0$，即②＞③；

$③-④=\left(\frac{3}{7}+\frac{7}{20}\right)-\left(\frac{3}{8}+\frac{8}{20}\right)=\frac{3}{7\times8}-\frac{1}{20}>0$，即③＞④；

$④-⑤=\left(\frac{3}{8}+\frac{8}{20}\right)-\left(\frac{3}{9}+\frac{9}{20}\right)=\frac{3}{8\times9}-\frac{1}{20}<0$，即④＜⑤；

⑤－⑥，⑥－⑦，⑦－⑧，⑧－⑨所得的差依次为$\frac{3}{9\times10}-\frac{1}{20}$，$\frac{3}{10\times11}-\frac{1}{20}$，$\frac{3}{11\times12}-\frac{1}{20}$，$\frac{3}{12\times13}-\frac{1}{20}$均小于0，因此⑤＜⑥，⑥＜⑦，⑦＜⑧，⑧＜⑨，那么这些算式中最小的为④，计算后结果为$\frac{3}{8}+\frac{8}{20}=\frac{31}{40}$。

方法二：观察发现每组内两个分数的乘积相等，均为$\frac{3}{20}$。因为当两个数的乘积相等时，这两个数越接近，和越小。其中第④个算式中$\frac{3}{8}$，$\frac{8}{20}$最接近，所以第④个算式的答数最小。

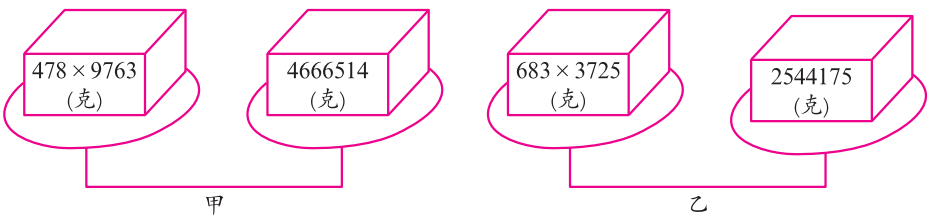
顺藤摸瓜

9. 在下面的4个算式中，得数最大的算式是_____。

（1）$\left(\frac{1}{17}+\frac{1}{19}\right)\times20$　　（2）$\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{29}\right)\times30$

（3）$\left(\frac{1}{31}+\frac{1}{37}\right)\times40$　　（4）$\left(\frac{1}{41}+\frac{1}{47}\right)\times50$

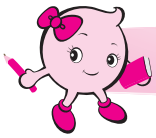
10. 甲、乙两个天平上都放着一定重量的物体，_____天平是平衡的。



智慧泉

已知 $A\times15\times1\frac{1}{99}=B\times\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\times15=C\times15.2\div\frac{4}{5}=D\times14.8\times\frac{73}{74}$，$A$、$B$、$C$、$D$ 四个数中最大的是_____。

第二讲　循环小数的计算



知识点

本讲主要学习循环小数与分数的互化，循环小数之间简单的加、减运算，以及运用循环小数与分数的主要运算定律进行简算的问题。

故事堡

课间休息时，理思和唐飞在玩“三个字”的游戏。这时，小叮叮低着头向他们走了过来。理思想打招呼，可是小叮叮头也不回地走远了。原来今天小叮叮在做一道题 $1.2\dot{3}$ 乘以一个数 a 时，误把 $1.2\dot{3}$ 看成了 1.23，使乘积比正确结果减少了 0.3。“你知道正确结果该是多少吗？”唐飞问理思。理思摇了摇头。

同学们，你们知道正确答案是多少吗？

$1.2\dot{3}a-1.23a=0.3$，即 $0.00\dot{3}a=0.3$，化成分数等式为 $\frac{3}{900}a=\frac{3}{10}$，解得 $a=90$，所以 $1.2\dot{3}a=1.2\dot{3}\times 90=\frac{111}{90}\times 90=111$。

聪明屋

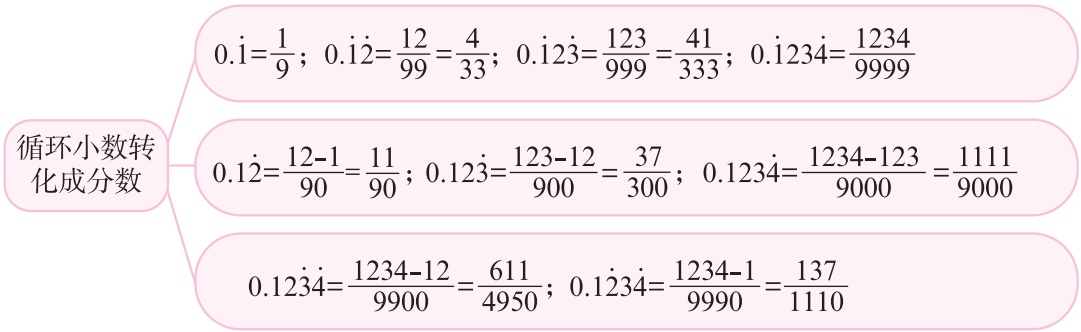
例 1

真分数 $\frac{a}{7}$ 化为小数后，如果从小数点后第一位的数字开始连续若干个数字之和是 1992，那么 a 是_____。

分析与解答

$\frac{1}{7}=0.\dot{1}42857\dot{}$，$\frac{2}{7}=0.\dot{2}85714\dot{}$，$\frac{3}{7}=0.\dot{4}28571\dot{}$，$\frac{4}{7}=0.\dot{5}71428\dot{}$，$\frac{5}{7}=0.\dot{7}14285\dot{}$，$\frac{6}{7}=0.\dot{8}57142\dot{}$。因此，真分数$\frac{a}{7}$化为小数后，从小数点第一位开始每连续六个数字之和都是 1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7 = 27，又因为 1992 ÷ 27 = 73……21，27 − 21 = 6，在连续的数中只有 2 + 4 = 6，所以这个数的循环节应该是“857142”，即$\frac{a}{7}=0.\dot{8}57142\dot{}$，即 $a=6$。

思维导图



顺藤摸瓜

1. 真分数$\frac{a}{7}$化成循环小数之后，从小数点后第 1 位起若干位数字之和是 9039，则 a 是_____。

2. 真分数$\frac{a}{7}$化成循环小数之后，小数点后第 2009 位数字为 7，则 a 是_____。

例 2

$0.0\dot{1}+0.1\dot{2}+0.2\dot{3}+0.3\dot{4}+0.7\dot{8}+0.8\dot{9}=$_____。

分析与解答

方法一：$0.0\dot{1}+0.1\dot{2}+0.2\dot{3}+0.3\dot{4}+0.7\dot{8}+0.8\dot{9}$

$$= \frac{1}{90} + \frac{12-1}{90} + \frac{23-2}{90} + \frac{34-3}{90} + \frac{78-7}{90} + \frac{89-8}{90}$$

$$= \frac{1}{90} + \frac{11}{90} + \frac{21}{90} + \frac{31}{90} + \frac{71}{90} + \frac{81}{90} = \frac{216}{90} = 2.4$$

方法二：$0.0\dot{1} + 0.1\dot{2} + 0.2\dot{3} + 0.3\dot{4} + 0.7\dot{8} + 0.8\dot{9}$

$$= 0 + 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.7 + 0.8 + 0.0\dot{1} + 0.0\dot{2} + 0.0\dot{3} + 0.0\dot{4} + 0.0\dot{8} + 0.0\dot{9}$$

$$= 2.1 + 0.0\dot{1} \times (1 + 2 + 3 + 4 + 8 + 9)$$

$$= 2.1 + \frac{1}{90} \times 27 = 2.1 + 0.3 = 2.4$$

思维导图

转换公式

- $0.\dot{a} = \frac{a}{9}$；$0.\dot{a}\dot{b} = \frac{\overline{ab}}{99}$；$0.0\dot{a}\dot{b} = \frac{\overline{ab}}{99} \times \frac{1}{10} = \frac{\overline{ab}}{990}$；$0.\dot{a}b\dot{c} = \frac{\overline{abc}-a}{990}$，…
- $\frac{a}{7}$ 的“秘密”：$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}42857$，$\frac{2}{7} = 0.\dot{2}85714$，$\frac{3}{7} = 0.\dot{4}28571$，…，$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}57142$

顺藤摸瓜

3.（1）$0.\dot{2}9\dot{1} - 0.1\dot{9}\dot{2} + 0.\dot{3}7\dot{5} + 0.5\dot{2}\dot{6} =$ _____。

（2）$0.\dot{3}3\dot{0} \times 0.1\dot{8}\dot{6} =$ _____。

4.（1）$0.1\dot{2}\dot{4} \div 0.\dot{1}23\dot{0} =$ _____。

（2）$0.76 + 0.7\dot{6} + 0.\dot{7}\dot{6} =$ _____。

例 3

（1）$0.5\dot{4} + 0.\dot{3}\dot{6} =$ _____；

（2）$(0.1\dot{5} + 0.2\dot{1}\dot{8}) \times 0.\dot{3} \times \frac{11}{111} =$ _____。

分析与解答

（1）方法一：原式 $= \frac{54-5}{90} + \frac{36}{99} = \frac{49}{90} + \frac{4}{11} = \frac{899}{990}$。

方法二：将算式变为竖式：

$$\begin{array}{r} 0.544444\cdots \\ +\ 0.363636\cdots \\ \hline 0.908080\cdots \end{array}$$

结果应该是 $0.90\dot{8}$，化为分数即是 $\frac{908-9}{990}=\frac{899}{990}$。

（2）原式 $=\left(\frac{15-1}{90}+\frac{218-2}{990}\right)\times\frac{1}{3}\times\frac{11}{111}=\frac{37}{99}\times\frac{1}{3}\times\frac{11}{111}=\frac{1}{81}$。

顺藤摸瓜

5.（1）$0.1\dot{6}+0.\dot{1}42857+0.125+0.\dot{1}=$ _____。　（2）$1.\dot{2}\times1.\dot{2}\dot{4}+\frac{19}{27}=$ _____。

6.（1）$(0.1\dot{5}+0.2\dot{1}\dot{8})\times0.\dot{3}\times\frac{11}{111}=$ _____。

（2）$(2.2\dot{3}\dot{4}-0.\dot{9}\dot{8})\div11=$ _____。（结果表示成循环小数）

例 4

$\left(\frac{2009}{99900}-\frac{2009}{99990}\right)\times\frac{11}{9901}=$ _____。（结果表示为循环小数）

分析与解答

由于 $\frac{1}{99900}=0.00\dot{0}0\dot{1}$，$\frac{1}{99990}=0.0\dot{0}00\dot{1}$，

所以 $\frac{1}{99900}-\frac{1}{99990}=0.00\dot{0}0\dot{1}-0.0\dot{0}00\dot{1}=0.00\dot{0}000000900991$，

而 $900991=7\times13\times9901=91\times9901$，

所以 $\left(\frac{2009}{99900}-\frac{2009}{99990}\right)\times\frac{11}{9901}=0.00\dot{0}000000900991\times2009\times\frac{11}{9901}$

$=0.00\dot{0}00000000091\times11\times2009=0.00\dot{0}00000001001\times2009=0.00\dot{0}000020110\dot{0}9$。

顺藤摸瓜

7. $0.3+0.03+0.003+\cdots=2009\div$ _____。

8. $0.\dot{1}+0.125+0.\dot{3}+0.1\dot{6}=$ _____。（结果保留三位小数）

例 5

将循环小数 $0.\dot{0}2\dot{7}$ 与 $0.\dot{1}7967\dot{2}$ 相乘，取近似值，要求保留一百位小数，那么该近似值

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com