



SUODING 2012 GAOKAO

锁定[®]
高考

阶段测试卷

总主编◎李朝东

课标人A版

理数



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

图书在版编目(CIP) 数据

锁定高考·高考一轮总复习·数学/李朝东主编. —银川:
宁夏人民教育出版社, 2011. 1

ISBN 978 - 7 - 80764 - 397 - 5

I. ①锁… II. ①李… III. ①数学课—高中—习题—升学
参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 014135 号

锁定高考·高考一轮总复习——理数(课标人 A 版) 南鲁景 王友东 主编

责任编辑 柳毅伟

装帧设计 杭永鸿

黄河出版传媒集团 出版发行
宁夏人民教育出版社

地 址 银川市北京东路 139 号出版大厦(750001)

网 址 www.nxcbn.com

网上书店 www.hh-book.com

电子信箱 nxhhsz@yahoo.cn

邮购电话 0951 - 5014294

经 销 全国新华书店

印刷装订 南京金灿印务有限公司

开 本 880mm×1230mm 1/16 印 数 10000 册

印 张 29.25 字 数 585 千

版 次 2011 年 2 月第 1 版 印 次 2011 年 2 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 80764 - 397 - 5/G · 1320

定 价 71.50 元(共三册)

版权所有 翻印必究

目录

CONTENTS



第一章测试卷	001
第二章测试卷	005
第三章测试卷	009
第四章测试卷	013
第五章测试卷	017
第六章测试卷	021
第七章测试卷	025
第八章测试卷	029
第九章测试卷	033
第十章测试卷	037
第十一章测试卷	041

第一章测试卷

(时间:120分钟 满分:150分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分)

- 给出下列命题:①有的实数是无限不循环小数;②有些三角形是等腰三角形;③有的菱形是正方形;④ $4x+1(x \in \mathbf{R})$ 是整数;⑤对所有 $x \in \mathbf{R}, x > 1$;⑥对任意一个 $x \in \mathbf{Z}, 2x+1$ 为奇数.其中假命题的个数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 5
- (2009·全国I)设集合 $A = \{4, 5, 7, 9\}, B = \{3, 4, 7, 8, 9\}$,全集 $U = A \cup B$,则集合 $\complement_U(A \cap B)$ 中的元素共有 ()
A. 3个 B. 4个
C. 5个 D. 6个
- (2009·天津)命题“存在 $x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} \leq 0$ ”的否定是 ()
A. 不存在 $x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} > 0$
B. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} \geq 0$
C. 对任意的 $x \in \mathbf{R}, 2^x \leq 0$
D. 对任意的 $x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$
- 用反证法证明命题“如果 $a > b$,那么 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ ”时,假设的内容是 ()
A. $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b}$ B. $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$
C. $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b}$ 且 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ D. $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b}$ 或 $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$
- 设 $T = \{(x, y) | ax + y - 3 = 0\}, S = \{(x, y) | x - y - b = 0\}$,若 $S \cap T = \{(2, 1)\}$,则 a, b 的值为 ()
A. $a = 1, b = -1$ B. $a = -1, b = 1$
C. $a = 1, b = 1$ D. $a = -1, b = -1$
- 若 $m > 0$ 且 $m \neq 1, n > 0$,则“ $\log_m n < 0$ ”是“ $(m-1)(n-1) < 0$ ”的 ()
A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知集合 $M = \{x | |x-1| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}, P = \left\{x \left| \frac{5}{x+1} \geq 1, x \in \mathbf{Z} \right.\right\}$,则 $M \cap P$ 等于 ()
A. $\{x | 0 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$
B. $\{x | 0 \leq x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$
C. $\{x | -1 \leq x \leq 0, x \in \mathbf{Z}\}$
D. $\{x | -1 \leq x < 0, x \in \mathbf{Z}\}$

- 下列说法错误的是 ()
A. 命题“若 $x^2 - 4x + 3 = 0$,则 $x = 3$ 或 $x = 1$ ”的逆否命题是:“若 $x \neq 3$ 且 $x \neq 1$,则 $x^2 - 4x + 3 \neq 0$ ”
B. “ $x > 1$ ”是“ $|x| > 0$ ”的充分不必要条件
C. 若 p 且 q 为假命题,则 p, q 均为假命题
D. 命题 p :“ $\exists x \in \mathbf{R}$,使得 $x^2 + x + 1 < 0$ ”,则 $\neg p$:“ $\forall x \in \mathbf{R}$,均有 $x^2 + x + 1 \geq 0$ ”

- 若集合 $M = \{y | y = x^2, x \in \mathbf{Z}\}, N = \{x | x^2 - 6x - 27 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$,全集 $U = \mathbf{R}$,则 $M \cap (\complement_U N)$ 的真子集的个数是 ()
A. 15 B. 7
C. 16 D. 8
 - 在下列结论中,正确的是 ()
①“ $p \wedge q$ ”为真是“ $p \vee q$ ”为真的充分不必要条件;
②“ $p \wedge q$ ”为假是“ $p \vee q$ ”为真的充分不必要条件;
③“ $p \vee q$ ”为真是“ p ”为真的必要不充分条件;
④“ $\neg p$ ”为真是“ $p \wedge q$ ”为假的必要不充分条件.
A. ①② B. ①③
C. ②④ D. ③④
 - 对于集合 M, N ,定义 $M - N = \{x | x \in M, \text{且 } x \notin N\}, M \oplus N = (M - N) \cup (N - M)$,设 $A = \{t | t = x^2 - 3x, x \in \mathbf{R}\}, B = \{x | y = \lg(-x)\}$,则 $A \oplus B$ 等于 ()
A. $\left(-\frac{9}{4}, 0\right]$
B. $\left[-\frac{9}{4}, 0\right)$
C. $\left(-\infty, -\frac{9}{4}\right) \cup [0, +\infty)$
D. $\left(-\infty, -\frac{9}{4}\right] \cup (0, +\infty)$
 - 命题 $A: (x-1)^2 < 9$,命题 $B: (x+2)(x+a) < 0$;若 A 是 B 的充分不必要条件,则 a 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, -4)$ B. $[4, +\infty)$
C. $(4, +\infty)$ D. $(-\infty, -4]$
- ### 二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分)
- 命题“若 $x^2 < 1$,则 $-1 < x < 1$ ”的逆否命题是_____.
 - (2010·盐城)设全集 $U = \mathbf{R}, A = \left\{x \left| \frac{x-1}{x+m} > 0 \right.\right\}, \complement_U A = [-1, -n]$,则 $m^2 + n^2 =$ _____.

15. 已知 $p: -4 < x - a < 4, q: (x - 2)(3 - x) > 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.

16. (2010·南通) 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 + 2ny + n^2 - 4 = 0, x, y \in \mathbf{R}\}, B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 - 6mx - 4ny + 9m^2 + 4n^2 - 9 = 0, x, y \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap B$ 为单元素集, 则点 $P(m, n)$ 构成的集合为 _____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 74 分)

17. (12 分) 判断下列命题是否是全称命题或特称命题, 若是, 用符号表示, 并判断其真假.

(1) 有一个实数 $\alpha, \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \neq 1$;

(2) 所有的实数 a, b , 方程 $ax + b = 0$ 恰有唯一解;

(3) 存在实数 x_0 , 使得 $\frac{1}{x_0^2 - x_0 + 1} = 2$.

18. (12 分)(2010·扬州) 设 $A = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}, B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}, C = \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}$.

(1) 若 $A \cup B = A \cap B$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 且 $A \cap C = \emptyset$, 求实数 a 的值;

(3) 若 $A \cap B = A \cap C \neq \emptyset$, 求实数 a 的值.

19. (12分) 已知关于 x 的不等式 $\frac{k(1-x)}{x-2} + 1 < 0$ 的解集为空集, 求实数 k 的取值或取值范围.

20. (12分) 已知条件 $p: 5x > a + 1$ 或 $5x < 1 - a (a \geq 0)$ 和条件 $q: \frac{1}{2x^2 - 3x + 1} > 0$, 请选取适当的非负数 a 的值, 分别利用所给的两个条件作为 A, B 构造命题: “若 A , 则 B ”, 并使得构造的原命题为真命题, 而其逆命题为假命题, 则这样的一个原命题可以是什么? 并说明为什么这一命题是符合要求的命题.

21. (12分) 已知命题 p : 指数函数 $f(x) = (2a-6)^x$ 在 \mathbf{R} 上单调递减, 命题 q : 关于 x 的方程 $x^2 - 3ax + 2a^2 + 1 = 0$ 的两个实根均大于 3. 若 p 或 q 为真, p 且 q 为假, 求实数 a 的取值范围.

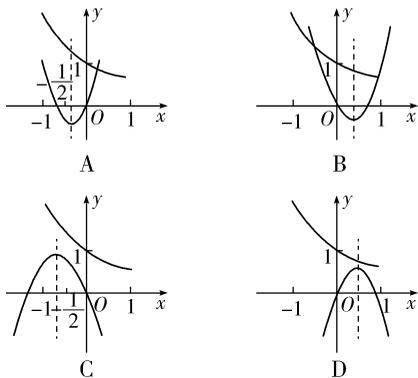
22. (14分) 已知命题 p : x_1 和 x_2 是方程 $x^2 - mx - 2 = 0$ 的两个实根, 不等式 $a^2 - 5a - 3 \geq |x_1 - x_2|$ 对任意实数 $m \in [-1, 1]$ 恒成立; 命题 q : 不等式 $ax^2 + 2x - 1 > 0$ 有解, 若命题 p 是真命题, 命题 q 是假命题, 求 a 的取值范围.

第二章测试卷

(时间:120分钟 满分:150分)

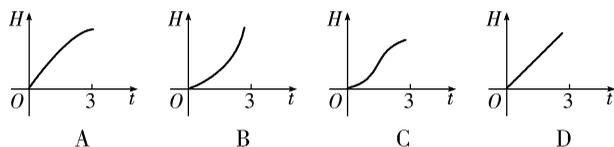
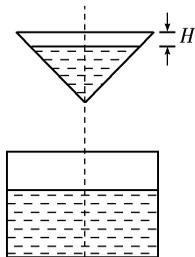
一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分)

1. (2009·上海)函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 与函数 $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}|x|$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上的单调性为 ()
- A. 都是增函数
B. 都是减函数
C. $f(x)$ 是增函数, $g(x)$ 是减函数
D. $f(x)$ 是减函数, $g(x)$ 是增函数
2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0, \\ 3^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ 的值是 ()
- A. 9
B. $\frac{1}{9}$
C. -9
D. $-\frac{1}{9}$
3. 设 $a = 2^{0.3}$, $b = 0.3^2$, $c = \log_x(x^2 + 0.3)$ ($x > 1$), 则 a, b, c 的大小关系是 ()
- A. $a < b < c$
B. $b < a < c$
C. $c < b < a$
D. $b < c < a$
4. 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 与指数函数 $y = \left(\frac{b}{a}\right)^x$ 的图象可能是 ()



5. (2010·四川)函数 $f(x) = x^2 + mx + 1$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称的充要条件是 ()
- A. $m = -2$
B. $m = 2$
C. $m = -1$
D. $m = 1$

6. 如图所示,液体从一圆锥形漏斗漏入一圆柱形桶中,开始时,漏斗盛满液体,经过3 min漏完.已知圆柱中液面上升的速度是一个常量, H 是圆锥形漏斗中液面下落的距离,则 H 与下落时间 t (min) 的函数关系表示的图象只可能是 ()



7. 设函数 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$, 则 $f'(x) = 0$ 有 ()
- A. 分别位于 $(1,2), (2,3), (3,4)$ 内的三个根
B. 四个实根 $x_i = i$ ($i = 1, 2, 3, 4$)
C. 分别位于 $(0,1), (1,2), (2,3), (3,4)$ 内的四个根
D. 分别位于 $(0,1), (1,2), (2,3)$ 内的三个根
8. 设函数 $f(x) = \frac{x-a}{x-1}$, 集合 $M = \{x | f(x) < 0\}$, $P = \{x | f'(x) \geq 0\}$, M 是 P 的真子集, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, 1)$
B. $(0, 1)$
C. $(1, +\infty)$
D. $[1, +\infty)$
9. 定义在 D 上的函数 $f(x)$, 如果满足: 对任意 $x \in D$, 存在常数 $M > 0$, 都有 $|f(x)| \leq M$ 成立, 则称 $f(x)$ 是 D 上的有界函数, 其中 M 称为函数 $f(x)$ 的上界. 若函数 $f(x) = 1 + a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 在 $[0, +\infty)$ 上是以 3 为上界的有界函数, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $[-5, 0]$
B. $[-4, 1]$
C. $[-4, 0]$
D. $[-5, 1]$
10. 具有性质: $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$ 的函数, 我们称为满足“倒负”变换的函数, 下列函数中满足“倒负”变换的函数是 ()
- ① $y = x - \frac{1}{x}$ ② $y = x + \frac{1}{x}$ ③ $y = \begin{cases} x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x = 1, \\ -\frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$
- A. ①②
B. ②③
C. ①③
D. 只有①
11. (2010·上海)若 x_0 是方程 $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x^{\frac{1}{3}}$ 的解, 则 x_0 属于

区间 ()

- A. $(\frac{2}{3}, 1)$ B. $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$
 C. $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ D. $(0, \frac{1}{3})$

12. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$, 如果存在函数 $g(x) = kx + b$ (k, b 为常数), 使得 $f(x) \geq g(x)$ 对一切实数 x 都成立, 则称 $g(x)$ 为函数 $f(x)$ 的一个承托函数. 现有如下命题:

- ①对给定的函数 $f(x)$, 其承托函数可能不存在, 也可能有无数个;
 ② $g(x) = 2x$ 为函数 $f(x) = 2^x$ 的一个承托函数;
 ③定义域和值域都是 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 不存在承托函数.

正确的命题有 ()

- A. ① B. ② C. ①③ D. ②③

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 已知 $t > 0$, 若 $\int_0^t (2x - 1) dx = 6$, 则 $t =$ _____.

14. 已知方程 $x^3 = 4 - x$ 的解在区间 $(k, k + \frac{1}{2})$ 内, k 是 $\frac{1}{2}$ 的整数倍, 则实数 k 的值是 _____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -\log_2 x, & x > 0, \\ 1 - x^2, & x \leq 0, \end{cases}$ 则不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 _____.

16. 规定 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 例如 $[2.3] = 2$, $[-2.7] = -3$, 函数 $y = [x]$ 的图象与函数 $y = ax$ 的图象在 $[0, 2010]$ 内有 2 010 个交点, 则 a 的取值范围是 _____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 74 分)

17. (12 分) 已知实数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值比最小值大 $\frac{1}{2}$, 求实数 a 的值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x)$ 对任意实数 x, y 均有 $f(x) + f(y) = 2f(\frac{x+y}{2}) \cdot f(\frac{x-y}{2})$, $f(0) \neq 0$, 且存在非零常数 c , 使得 $f(c) = 0$.

- (1) 求 $f(0)$ 的值;
 (2) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并证明;
 (3) 求证: $f(x)$ 是周期函数, 并求出 $f(x)$ 的一个周期.

19. (12分) 某森林出现火灾, 火势正以每分钟 100 m^2 的速度顺风蔓延, 消防站接到警报立即派消防员前去救火, 在火灾发生后 5 min 到达救火现场, 已知消防队员在现场平均每人每分钟灭火 50 m^2 , 所消耗的灭火材料、劳务津贴等费用为每人每分钟 125 元, 另附加每次救火所耗损的车辆、器械和装备等费用平均每人 100 元, 而烧毁 1 m^2 森林损失费为 60 元, 问应该派多少名消防员前去救火, 才能使总损失最少?

20. (12分) 已知定义在正实数集上的函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2ax, g(x) = 3a^2 \ln x + b$, 其中 $a > 0$. 设两曲线 $y = f(x), y = g(x)$ 有公共点, 且在公共点处的切线相同.

(1) 若 $a = 1$, 求 b 的值;

(2) 用 a 表示 b , 并求 b 的最大值.

21. (12分) 若 $f_1(x) = 3^{|x-p_1|}$, $f_2(x) = 2 \cdot 3^{|x-p_2|}$, $x \in \mathbf{R}$, p_1, p_2 为常数, 且 $f(x) = \begin{cases} f_1(x), & f_1(x) \leq f_2(x), \\ f_2(x), & f_1(x) > f_2(x). \end{cases}$

(1) 求 $f(x) = f_1(x)$ 对所有实数 x 成立的充要条件 (用 p_1, p_2 表示);

(2) 设 a, b 是两个实数, 满足 $a < b$, 且 $p_1, p_2 \in (a, b)$. 若 $f(a) = f(b)$, 求证: 函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的单调增区间的长度之和为 $\frac{b-a}{2}$ (闭区间 $[m, n]$ 的长度定义为 $n - m$).

22. (14分) 已知函数 $f(x) = \frac{a+x}{a-x}$ (常数 $a > 0$), 且 $f(1) + f(3) = -2$.

(1) 求 a 的值;

(2) 试研究函数 $f(x)$ 的单调性, 并比较 $f(t)$ 与 $2^{\frac{2t+2}{t}}$ ($-\frac{2}{3} < t < \frac{3}{2}$ 且 $t \neq 0$) 的大小;

(3) 设 $g(x) = \sqrt{(2-x)f(x)} - m(x+2) - 2$, 是否存在实数 m , 使得 $y = g(x)$ 有零点? 若存在, 求出实数 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

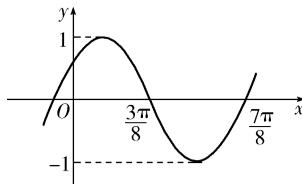
第三章测试卷

(时间:120分钟 满分:150分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分)

- 角 α 的终边经过点 $P(x, -\sqrt{2})$ ($x \neq 0$), 且 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}x$, 则 $\sin \alpha$ 等于 ()
 A. $\frac{\sqrt{6}}{6}x$ B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$
 C. $\frac{\sqrt{30}}{6}x$ D. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$
- 若 $\triangle ABC$ 的内角满足 $\sin A + \cos A > 0$, $\tan A - \sin A < 0$, 则角 A 的取值范围是 ()
 A. $(0, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$
 C. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$ D. $(\frac{3\pi}{4}, \pi)$
- 已知 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{3}{8}$, 且 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 则 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值是 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
 C. $-\frac{1}{4}$ D. $\pm \frac{1}{2}$
- 已知 $2\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + 5\cos^2 \alpha = 3$, 则 $\tan \alpha$ 的值是 ()
 A. 1 B. -2
 C. 1 或 -2 D. -1 或 2
- 将函数 $f(x)$ 的图象沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 再将横坐标伸长为原来的 2 倍(纵坐标不变), 得到的图象所对应的函数为 $y = \cos x$, 则 $f(x)$ 为 ()
 A. $y = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$ B. $y = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$
 C. $y = \cos(2x + \frac{2}{3}\pi)$ D. $y = \cos(2x - \frac{2}{3}\pi)$
- 若 $\alpha \in [\frac{5}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi]$, 则 $\sqrt{1 + \sin \alpha} + \sqrt{1 - \sin \alpha}$ 的值为 ()
 A. $2\cos \frac{\alpha}{2}$ B. $-2\cos \frac{\alpha}{2}$
 C. $2\sin \frac{\alpha}{2}$ D. $-2\sin \frac{\alpha}{2}$
- 已知函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2}$), 且此函数的

图象如图所示, 则点 $P(\omega, \varphi)$ 的坐标是 ()



- $(2, \frac{\pi}{2})$
 - $(2, \frac{\pi}{4})$
 - $(4, \frac{\pi}{2})$
 - $(4, \frac{\pi}{4})$
- (2009·江西) 若函数 $f(x) = (1 + \sqrt{3}\tan x)\cos x, 0 \leq x < \frac{\pi}{2}$, 则 $f(x)$ 的最大值为 ()
 A. 1 B. 2
 C. $\sqrt{3} + 1$ D. $\sqrt{3} + 2$
- 若定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(\frac{\pi}{3} + x) = -f(x)$, 且 $f(-x) = f(x)$, 则 $f(x)$ 可以是 ()
 A. $f(x) = 2\sin \frac{1}{3}x$ B. $f(x) = 2\sin 3x$
 C. $f(x) = 2\cos \frac{1}{3}x$ D. $f(x) = 2\cos 3x$
- (2010·黄冈) 已知函数 $f(x) = \pi \sin \frac{x}{4}$, 如果存在实数 x_1, x_2 , 使得对任意的实数 x , 都有 $f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2)$, 则 $|x_1 - x_2|$ 的最小值是 ()
 A. 8π B. 4π
 C. 2π D. π
- 设函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A \neq 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象关于直线 $x = \frac{2}{3}\pi$ 对称, 它的周期是 π , 则下列说法错误的是 ()
 A. $f(x)$ 的图象过点 $(0, \frac{1}{2})$
 B. $f(x)$ 的图象在 $[\frac{5}{12}\pi, \frac{2}{3}\pi]$ 上是减函数
 C. $f(x)$ 的最大值为 A
 D. $f(x)$ 的一个对称中心是点 $(\frac{5}{12}\pi, 0)$
- 若在 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 内有两个不同的实数值满足等式 $\cos 2x$

$+\sqrt{3}\sin 2x = k + 1$, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $-2 \leq k \leq 1$ B. $-2 \leq k < 1$
C. $0 \leq k \leq 1$ D. $0 \leq k < 1$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. $\sin 14^\circ \cos 16^\circ + \sin 76^\circ \cos 74^\circ$ 的值是_____.
14. 设 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则函数 $y = \frac{2\sin^2 x + 1}{\sin 2x}$ 的最小值为_____.

15. 已知函数 $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3}\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, $g(x) = \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, 直线 $x = m$ 与 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象分别交于 M, N 两点, 则 $|MN|$ 的最大值为_____.

16. (2009·宁夏、海南)有四个关于三角函数的命题:

$$p_1: \exists x \in \mathbf{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2};$$

$$p_2: \exists x, y \in \mathbf{R}, \sin(x - y) = \sin x - \sin y;$$

$$p_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}} = \sin x;$$

$$p_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}.$$

其中是假命题的是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 74 分)

17. (12 分)(2010·宿迁)已知向量 $\mathbf{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\mathbf{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$, $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = \frac{4\sqrt{13}}{13}$.

(1) 求 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值;

(2) 若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$ 且 $\sin \beta = -\frac{4}{5}$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

18. (12 分)已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}\sin 4x}{\cos 2x} + a\sin^2 x$ 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 时取得最大值.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;
(2) 求实数 a 的值.

19. (12分) 已知向量 $\mathbf{m} = \left(\cos \frac{x}{2}, \cos \frac{x}{2}\right)$, $\mathbf{n} = \left(\cos \frac{x}{2}, \sin \frac{x}{2}\right)$, 且 $x \in [0, \pi]$, 令函数 $f(x) = 2a\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} + b$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 的递增区间;

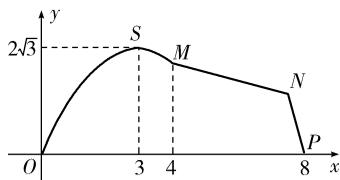
(2) 当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 的值域是 $[3, 4]$, 求 a, b .

20. (12分) (2009·江西) 已知函数 $f(x) = \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}$, 其中 $\mathbf{m} = (\sin \omega x + \cos \omega x, \sqrt{3} \cos \omega x)$, $\mathbf{n} = (\cos \omega x - \sin \omega x, 2 \sin \omega x)$, 其中 $\omega > 0$, 若 $f(x)$ 相邻两对称轴间的距离不小于 $\frac{\pi}{2}$.

(1) 求 ω 的取值范围;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, $a = \sqrt{3}, b + c = 3$, 当 ω 最大时, $f(A) = 1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. (12分)(2009·福建)如图,某市拟在长为8 km的道路 OP 的一侧修建一条运动赛道,赛道的前一部分为曲线段 OSM ,该曲线段为函数 $y = A\sin \omega x (A > 0, \omega > 0)$, $x \in [0, 4]$ 的图象,且图象的最高点为 $S(3, 2\sqrt{3})$;赛道的后一部分为折线段 MNP ,为保证参赛运动员的安全,限定 $\angle MNP = 120^\circ$.



- (1) 求 A, ω 的值和 M, P 两点间的距离;
- (2) 应如何设计,才能使折线段赛道 MNP 最长?

22. (14分) 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) + B (A > 0, 0 < \omega < 2, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的一系列对应值如下表:

x	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{3}$	$\frac{17\pi}{6}$
y	-1	1	3	1	-1	1	3

- (1) 根据表格提供的数据求函数 $y = f(x)$ 的解析式;
- (2) 若对任意的实数 a , 函数 $y = f(kx) (k > 0)$, $x \in (a, a + \frac{2\pi}{3}]$ 的图象与直线 $y = 1$ 有且仅有两个不同的交点, 又当 $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$ 时, 方程 $f(kx) = m$ 恰有两个不同的解, 求实数 m 的取值范围.

第四章测试卷

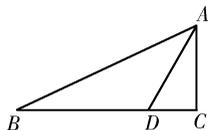
(时间:120分钟 满分:150分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分)

1. 已知向量 $\mathbf{a}=(1,1), \mathbf{b}=(2,x)$. 若 $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ 与 $4\mathbf{b}-2\mathbf{a}$ 平行, 则实数 x 的值是 ()

- A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

2. 如图, 已知 $\vec{AB}=\mathbf{a}, \vec{AC}=\mathbf{b}, \vec{BD}=3\vec{DC}$, 用 \mathbf{a}, \mathbf{b} 表示 \vec{AD} , 则 \vec{AD} 等于 ()



- A. $\mathbf{a} + \frac{3}{4}\mathbf{b}$ B. $\frac{1}{4}\mathbf{a} + \frac{3}{4}\mathbf{b}$
C. $\frac{1}{4}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b}$ D. $\frac{3}{4}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b}$

3. 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}|=1, |\mathbf{b}|=2, |2\mathbf{a}+\mathbf{b}|=2$, 则向量 \mathbf{b} 在向量 \mathbf{a} 方向上的投影是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -1
C. $\frac{1}{2}$ D. 1

4. 对任意复数 $z=x+yi(x, y \in \mathbf{R}), i$ 为虚数单位, 则下列结论正确的是 ()

- A. $|z-\bar{z}|=2y$ B. $z^2=x^2+y^2$
C. $|z-\bar{z}| \geq 2x$ D. $|z| \leq |x|+|y|$

5. 已知 $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|=1, \mathbf{a}$ 与 \mathbf{b} 的夹角是 $90^\circ, \mathbf{c}=2\mathbf{a}+3\mathbf{b}, \mathbf{d}=k\mathbf{a}-4\mathbf{b}, \mathbf{c}$ 与 \mathbf{d} 垂直, 则 k 的值为 ()

- A. -6 B. 6 C. 3 D. -3

6. $\triangle ABC$ 中, $\sin B \cdot \sin C = \cos^2 \frac{A}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()

- A. 直角三角形
B. 等边三角形
C. 等腰三角形
D. 等腰直角三角形

7. 若点 P 分有向线段 \vec{AB} 所成的比为 $-\frac{1}{3}$, 则点 B 分有向线段 \vec{PA} 所成的比是 ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 3

8. 已知 A, B, C 是平面上不共线的三点, O 为平面 ABC 内任一点, 动点 P 满足等式 $\vec{OP} = \frac{1}{3}[(1-\lambda)\vec{OA} + (1-\lambda)\vec{OB} + (1+2\lambda)\vec{OC}]$ ($\lambda \in \mathbf{R}$ 且 $\lambda \neq 0$), 则点 P 的轨迹一定通过

$\triangle ABC$ 的 ()

- A. 内心 B. 垂心 C. 外心 D. 重心

9. 已知非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} , 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$, 则 $\frac{|\mathbf{a}-2\mathbf{b}|}{|\mathbf{a}+2\mathbf{b}|}$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. 2
C. $\frac{1}{2}$ D. 1

10. 已知平面上不共线的四点 O, A, B, C . 若 $\vec{OA} - 3\vec{OB} + 2\vec{OC} = \mathbf{0}$, 则 $\frac{|\vec{AB}|}{|\vec{BC}|}$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$
C. 1 D. 2

11. 在 O 点测量到远处有一物体在做匀速直线运动, 开始时该物体位于 P 点, 1 min 后, 其位置在 Q 点, 且 $\angle POQ = 90^\circ$, 再过 2 min 后, 该物体位于 R 点, 且 $\angle QOR = 60^\circ$, 则 $\tan^2 \angle OPQ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$
C. $\frac{4}{27}$ D. 以上均不正确

12. 设 $\mathbf{a}=(a_1, a_2), \mathbf{b}=(b_1, b_2)$. 定义一种向量积: $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = (a_1, a_2) \otimes (b_1, b_2) = (a_1 b_1, a_2 b_2)$. 已知 $\mathbf{m} = (2, \frac{1}{2}), \mathbf{n} = (\frac{\pi}{3}, 0)$, 点 $P(x, y)$ 在 $y = \sin x$ 的图象上运动, 点 Q 在 $y = f(x)$ 的图象上运动, 满足 $\vec{OQ} = \mathbf{m} \otimes \vec{OP} + \mathbf{n}$ (其中 O 为坐标原点), 则 $y = f(x)$ 的最大值 A 及最小正周期 T 分别为 ()

- A. 2, π B. 2, 4π
C. $\frac{1}{2}, 4\pi$ D. $\frac{1}{2}, \pi$

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分)

13. 若复数 $z=1-2i$ (i 为虚数单位), 则 $z \cdot \bar{z} + z =$ _____.

14. 已知三个向量 $\vec{OA}=(k, 12), \vec{OB}=(4, 5), \vec{OC}=(10, k)$, 且 A, B, C 三点共线, 则 $k =$ _____.

15. 已知 A, B 是直线 l 同侧的两个定点, 且到 l 的距离分别为 a, b , 点 P 是直线 l 上的一个动点, 则 $|\vec{PA} + 3\vec{PB}|$ 的最小值是 _____.

16. 已知直线 $ax+by+c=0$ 被曲线 $M: \begin{cases} x=2\cos\theta \\ y=2\sin\theta \end{cases}$ 所截得的弦 AB 的长为 2, O 为原点, 那么 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 的值为 _____.

三、解答题(本大题共6小题,共74分)

17. (12分)在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 所对的边分别为 $a, b, c, A =$

$$\frac{\pi}{6}, (1 + \sqrt{3})c = 2b.$$

(1)求 C ;

(2)若 $\vec{CB} \cdot \vec{CA} = 1 + \sqrt{3}$,求 a, b, c 的值.

18. (12分)已知向量 $a = (3, -4)$,求:

(1)与 a 平行的单位向量 b ;

(2)与 a 垂直的单位向量 c ;

(3)将 a 绕原点逆时针方向旋转 45° 得到的向量 e 的坐标.