

《宁夏回族自治区教育厅中小学教辅材料评议推荐目录》

推荐教辅图书

经人民教育出版社授权

配人教版®

主
编◎李朝东



本册主编：高志强

第二次修订

精讲精练

君子曰：学不可以已。青，取之于蓝而青于蓝；冰，水为之而寒于水。木直中绳，揉以为轮，其曲中规；虽有槁暴，不复挺者，揉使之然也。故木受绳则直，金就砺则利，君子博学而日参省乎己，则知明而行无过矣。

吾尝终日而思矣，不如须臾之所学也；吾尝跂而望矣，不如登高之博见也。登高而招，臂非加长也，而见者远；顺风而呼，声非加疾也，而闻者彰。假舆马者，非利足也，而致千里；假舟楫者，非能水也，而绝江河。君子生非异也，善假于物也。

积土成山，风雨兴焉；
小流，无以成江海；
牙之利，筋骨之强，
利而致千里；
假舟楫者，非能水也，而绝江河。君子生非异也，善假于物也。

RJ

学生用书



黄河出版传媒集团
宁夏人民出版社

必修5

高中数学

图书在版编目(CIP)数据

精讲精练:人教A版·高中数学·5:必修 / 李朝东主编.
—银川:宁夏人民教育出版社,2009.01(2013.3再版)
ISBN 978-7-80764-065-3

I. ①精… II. ①李… III. ①数学课—高中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第007802号

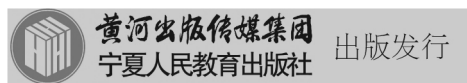
精讲精练——数学 必修5(人教A版)

李朝东 主编

责任编辑 李亚慧

封面设计 杭永鸿

责任印制 殷戈



地址 银川市北京东路139号出版大厦(750001)

网址 www.yrpubm.com

网上书店 www.hh-book.com

电子信箱 jiaoyushe@yrpubm.com

邮购电话 0951-5014284

经销 全国新华书店

印刷装订 宁夏锦绣彩印包装有限公司银川分公司

开本 880mm×1230mm 1/16 印张 11.5 字数 170千

印刷委托书号 (宁)0011316 印数 5923册

版次 2013年3月第2版

印次 2013年8月第2次印刷

书号 ISBN 978-7-80764-065-3/G·1006

定价 13.59元

版权所有 翻印必究 33

目 录

CONTENTS

第一章 解三角形

1.1 正弦定理和余弦定理	001
1.1.1 正弦定理	001
1.1.2 余弦定理(一)	004
1.1.2 余弦定理(二)	006
1.2 应用举例	008
1.2.1 解三角形的实际应用举例——距离问题	008
1.2.2 解三角形的实际应用举例——高度、角度问题	011
1.2.3 三角形中的几何计算	014
单元知识整合	017

第二章 数列

2.1 数列的概念与简单表示法	023
2.1.1 数列的概念与简单表示法	023
2.1.2 数列的通项公式与递推公式	026
2.2 等差数列	029
2.2.1 等差数列	029
2.2.2 等差数列的性质	032
2.3 等差数列的前 n 项和	035
2.3.1 等差数列的前 n 项和	035
2.3.2 等差数列前 n 项和的性质	039
2.4 等比数列	042
2.4.1 等比数列	042
2.4.2 等比数列的性质	045

目 录

CONTENTS

2.5 等比数列的前 n 项和	048
2.5.1 等比数列的前 n 项和	048
2.5.2 等比数列前 n 项和的性质	050
单元知识整合	054

第三章 不等式

3.1 不等关系与不等式	061
3.1.1 不等关系与比较大小	061
3.1.2 不等式的性质	064
3.2 一元二次不等式及其解法	068
3.2.1 一元二次不等式及其解法	068
3.2.2 一元二次不等式及其解法的应用	072
3.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	076
3.3.1 二元一次不等式(组)与平面区域	076
3.3.2 简单的线性规划问题(一)	081
3.3.2 简单的线性规划问题(二)	085
3.4 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$	088
3.4.1 基本不等式	088
3.4.2 基本不等式的应用	091
单元知识整合	094

《巩固训练》 《单元测试卷》 《答案解析》单独成册

第一章

解三角形

1.1 正弦定理和余弦定理

1.1.1 正弦定理

课标导学

课标要求

1. 了解正弦定理的推导过程,掌握正弦定理及其基本应用.
2. 能用正弦定理解三角形,并能判断三角形的形状.

重难点提示

掌握正弦定理及其基本应用既是本节重点,也是难点.

基础梳理

1. 正弦定理

在一个三角形中,各边和它所对角的正弦的比_____,即 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (其中 R 为这个三角形外接圆的半径).

2. 正弦定理的常见变形

(1) $a = \frac{b \sin A}{\sin B}$, $b = \frac{a \sin B}{\sin A}$, $c = \frac{a \sin C}{\sin A}$.

(2) $\sin A = \frac{a}{2R}$, $\sin B = \frac{b}{2R}$, $\sin C = \frac{c}{2R}$.

(3) $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$,
 $\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = 2R$.

3. 解三角形

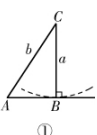
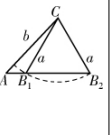
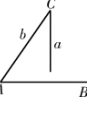
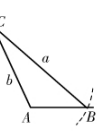
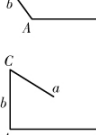
一般地,把三角形的三个角 A, B, C 和它们的对边 a, b, c 叫做三角形的_____,已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做_____.

典型例题

► 题型一 正弦定理的基本应用

方法规律 正弦定理主要用于解决下列两类解三角形的问题:

- (1) 已知两角与一边,用正弦定理,有解时,只有一解.
 (2) 已知两边及其中一边的对角,用正弦定理,可能有两解、一解或无解.在 $\triangle ABC$ 中,已知 a, b 和 A 时,解的情况如下:

	A 为锐角			A 为钝角或直角	
图形	 ①	 ②			
关系式	① $a = b \sin A$ 且 $a < b$ ② $a \geq b$	$b \sin A < a < b$	$a < b \sin A$	$a > b$	$a \leq b$
解的个数	一解	两解	无解	一解	无解

例题 1 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{2}, B = 45^\circ$,求 A, C 和 c .

听课记录

总结 判断三角形解的个数也可由“三角形中大边对大角”来判定(A 为锐角):若 $a \geq b$,则 $A \geq B$,从而 B 为锐角,有一解;若 $a < b$,则 $A < B$,此时,由正弦定理得 $\sin B = \frac{b \sin A}{a}$ 的值.① $\sin B > 1$,无解;② $\sin B = 1$,一解;③ $\sin B < 1$,两解.

变式训练 1 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{6}, B = 45^\circ$,求 A, C 和 c .

► 题型二 判断三角形的形状

方法规律 依据条件中的边角关系判断三角形的形状时,主要有以下两种途径:

- (1) 利用正弦定理把已知条件转化为边边关系,通过因式分解、配方等得出边的相应关系,从而判断三角形的形状;
 (2) 利用正弦定理把已知条件转化为三角形内角的三角函数间的关系,通过三角函数恒等变形,得出三角形内角的关系,从而判断出三角形的形状,此时要注意应用 $A+B+C=\pi$ 这个结论.

在两种解法的等式变形中,一般两边不要约去公因式,应移项提取公因式,以免漏解.

例题 2 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a \cos A = b \cos B$. 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

听课记录

况, 即 $A=B$ 或 $A+B=\frac{\pi}{2}$.

变式训练 2 在 $\triangle ABC$ 中, $(a^2+b^2) \sin(A-B) = (a^2-b^2) \cdot \sin(A+B)$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

总结 (1) 判断三角形的形状, 主要看其是否是正三角形、等腰三角形、直角三角形、钝角三角形和锐角三角形, 要特别注意“等腰直角三角形”与“等腰或直角三角形”的区别.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 满足 $\sin 2A = \sin 2B$ 时, 则有两种情

随堂演练

1 已知在 $\triangle ABC$ 中, $a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{3}$, $B=60^\circ$, 则 A 等于 ()

- A. 135° B. 90°
C. 45° D. 30°

2 已知在 $\triangle ABC$ 中, $b=4\sqrt{3}$, $c=2$, $C=30^\circ$, 那么解此三角形可得 ()

- A. 一解 B. 两解
C. 无解 D. 解的个数不确定

3 在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- A. 等腰三角形 B. 等边三角形
C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

4 在 $\triangle ABC$ 中, $A = 60^\circ$, $a = 3$, 则

$$\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5 已知一个三角形的两个内角分别是 $45^\circ, 60^\circ$, 它们所夹边的长是 1, 求最小边长.

/ 1.1.2 余弦定理(一) /

课标导学

▶ 课标要求

1. 理解用向量的数量积证明余弦定理的方法.
2. 掌握并熟记余弦定理.
3. 能运用余弦定理及其推论解三角形.

▶ 重难点提示

1. 理解用向量法推导余弦定理的过程 (重点).
2. 能利用余弦定理及其推论解决三角形中的边角问题 (重难点)

基础梳理

▶ 余弦定理

余弦定理	公式表达	$a^2 = \underline{\hspace{2cm}}, b^2 = \underline{\hspace{2cm}}, c^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
	语言叙述	三角形中任意一边的平方等于其他两边的平方的和减去这两边与它们夹角的余弦的积的两倍
	推论	$\cos A = \underline{\hspace{2cm}}, \cos B = \underline{\hspace{2cm}}, \cos C = \underline{\hspace{2cm}}$
	作用	实现三角形中边与角的互化

典型例题

▶ 题型一 已知两边及一角解三角形

方法规律 (1) 若此角是两边的夹角, 先直接利用余弦定理求另一边, 然后根据三边的大小关系, 利用正弦定理解三角形. (2) 若此角是两边中一边的对角, 有两种解题思路: 一种是利用余弦定理列出方程, 运用解方程的方法求出另一边长, 这样可以避免取舍的麻烦; 另一种思路是直接运用正弦定理, 先求角再求边.

例题 1 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=2, b=2\sqrt{2}, C=15^\circ$, 求 A 、 B 和 c .

听课记录

总结 已知三角形的两边及其夹角解三角形, 主要根据余弦定理求解, 在求解过程中, 当然也可用正弦定理.

变式训练 1 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=8, B=60^\circ, c=4(\sqrt{3}+1)$, 解此三角形.

► 题型二 已知三角形的三边求角

方法规律 已知三角形的三边求角, 可先用余弦定理求一角, 再用正弦定理(也可继续用余弦定理)求另一个角, 进而求出第三个角. 用正弦定理求角时, 要注意根据大边对大角的原理, 确定角的大小, 防止产生多解或漏解.

例题 2 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=7, b=3, c=5$, 求最大角和 $\sin C$.

听课记录

总结 (1) 已知三角形的三边求角, 主要利用余弦定理的变形公式即推论求解.

(2) 本题求 $\sin C$ 也可采用下面方法求解:

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{7^2 + 3^2 - 5^2}{2 \times 7 \times 3} = \frac{11}{14} > 0,$$

$$\therefore C \text{ 为锐角}, \therefore \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \frac{5\sqrt{3}}{14}.$$

变式训练 2 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a:b:c=2:\sqrt{6}:(\sqrt{3}+1)$, 求 $\triangle ABC$ 各角的度数.

随堂演练

1 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=1, BC=2, B=60^\circ$, 则 AC 等于 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

2 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a=1, b=\sqrt{7}, c=\sqrt{3}$, 则 B 等于 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

3 若 $\triangle ABC$ 的三边满足 $a^2 + b^2 = c^2 - \sqrt{3}ab$, 则此三角形的最大内角度数为 ()

- A. 150° B. 135° C. 120° D. 60°

4 在 $\triangle ABC$ 中, $B=45^\circ, a=1, c=\sqrt{2}$, 则 $c:\sin C =$ _____.

5 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\cos A = \frac{1}{4}, a=4, b+c=6$, 且 $b < c$, 求 b, c 的值.

1.1.2 余弦定理(二)

课标导学

课标要求

1. 掌握利用正、余弦定理判断三角形形状的方法.
2. 利用正、余弦定理解决一些综合问题.

重难点提示

1. 利用正、余弦定理判断三角形的形状(重点).
2. 正、余弦定理在三角形中的综合应用(重难点).

基础梳理

1. 解三角形的类型

- (1) 已知三边求三角,利用_____定理.
- (2) 已知两边和它们的夹角,求第三边和其他两个角,利用_____定理.
- (3) 已知两角和任一边,求其他两边和另一个角,利用_____定理.
- (4) 已知两边和其中一边的对角,求第三边和其他两角,用_____定理或_____定理.

2. 利用余弦定理判断 $\triangle ABC$ 的形状

在 $\triangle ABC$ 中,若 c 为最大边,则有:

- (1) $a^2 + b^2 < c^2 \Leftrightarrow \cos C < 0 \Leftrightarrow C > \frac{\pi}{2}$, 可得此三角形为_____三角形.
- (2) $a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow \cos C = 0 \Leftrightarrow C = \frac{\pi}{2}$, 可得此三角形为_____三角形.
- (3) $a^2 + b^2 > c^2 \Leftrightarrow \cos C > 0 \Leftrightarrow C < \frac{\pi}{2}$, 可得此三角形为_____三角形.

典型例题

题型一 判断三角形的形状

方法规律 判断三角形形状的方法:

判断三角形的形状应围绕三角形的边角关系进行思考,可用正、余弦定理将已知条件转化为边与边之间的关系,通过因式分解、配方等方式得出边的相应关系,从而判断三角形的形状;也可利用正、余弦定理将已知条件转化为角与角之间的关系,通过三角变换,得出三角形各内角之间的关系,从而判断三角形的形状.

例题 1 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$, 且

$2\cos A \sin B = \sin C$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

听课记录

总结 在判断三角形的形状时,一般考虑从两个方向进行变形:一个方向是边,走的是代数变形途径,通常是正、余弦定理结合使用;另一个方向是角,走的是三角变形途径,通常是运用正弦定理.

变式训练 1 在 $\triangle ABC$ 中,若 $(a-c \cdot \cos B) \cdot \sin B = (b-c \cdot \cos A) \cdot \sin A$,试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

听课记录

总结 对于解三角形问题,首先分析所求元素与已知条件能否建立起直接的联系,即能否直接利用正弦定理或余弦定理解决;若不能,则往往转移三角形,借此利用正弦定理或余弦定理求出一个或多个未知元素,然后再在某个三角形中运用正弦定理或余弦定理求出所要求的未知元素,这便是综合运用正、余弦定理解三角形问题.

变式训练 2 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $B=45^\circ, AC=\sqrt{10}, \cos C = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

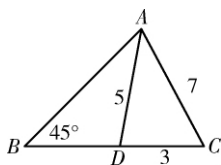
- (1) 求 BC 边的长;
- (2) 设 AB 的中点为 D ,求中线 CD 的长.

► 题型二 正、余弦定理的综合应用

方法规律 正弦定理和余弦定理揭示的都是三角形的边角关系,要解三角形,必须已知三角形的一边的长,对于两个定理,根据实际情况可以选择性地运用,也可以综合运用,要注意以下关系式的运用:

$A+B+C=\pi$	
$\sin(A+B) = \sin C$	$\cos(A+B) = -\cos C$
$\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$	$\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$

例题 2 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $B=45^\circ, D$ 是 BC 边上一点, $AD=5, AC=7, DC=3$,求 AB .



随堂演练

- 1 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5, BC=6, AC=8$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
- A. 锐角三角形 B. 直角三角形
- C. 钝角三角形 D. 非钝角三角形
- 2 在 $\triangle ABC$ 中, $b=8, c=3, A=60^\circ$, 则此三角形外接圆的面积为 ()
- A. $\frac{196}{3}$ B. $\frac{196\pi}{3}$ C. $\frac{49}{3}$ D. $\frac{49\pi}{3}$
- 3 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a^4+b^4+c^4=2c^2(a^2+b^2)$, 则 C 等于 ()
- A. 30° B. 60°
- C. 45° 或 135° D. 120°
- 4 在 $\triangle ABC$ 中, $B=60^\circ, b^2=ac$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 _____.
- 5 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边, 且 $2a \sin A = (2b+c) \sin B + (2c+b) \sin C$.
- (1) 求 A 的大小;
- (2) 若 $\sin B + \sin C = 1$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

1.2 应用举例

1.2.1 解三角形的实际应用举例——距离问题

课标导学

课标要求

1. 会运用正、余弦定理解决可到达的两点的距离问题.
2. 会运用正、余弦定理解决不可到达的两点的距离问题.

重难点提示

1. 能够运用正、余弦定理的知识和方法求解距离问题 (重点).
2. 从实际问题中抽象出数学模型 (即画出三角形) (难点).

基础梳理

在测量上, 我们根据测量需要适当确定的线段叫做_____. 在测量过程中, 要根据实际需要选取合适的基线长度, 一般来说, 基线越长, 测量的精确度_____.

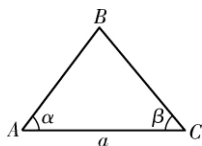
典型例题

► 题型一 可到达的点到不可到达的点之间的距离问题

方法规律 解三角形应用问题的一般步骤:

- (1) 分析: 理解题意, 分清已知与未知, 画出示意图;
- (2) 建模: 根据已知条件与求解目标, 把已知量与求解量尽量集中在有关的三角形中, 建立一个数学模型;
- (3) 求解: 利用正弦定理和余弦定理有顺序地解出三角形, 求得数学模型的解;
- (4) 检验: 检验上述所求的三角形是否具有实际意义, 从而得出实际问题的解.

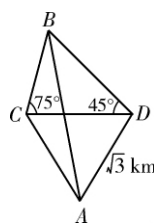
例题 1 如图所示, 设 A (可达到)、 B (不可达到) 是地面上两点, 要测量 A 、 B 两点之间的距离, 测量者在 A 点的附近选定一点 C , 测出 AC 的距离为 a m, $\angle A = \alpha$, $\angle C = \beta$, 求 A 、 B 两点间的距离.



听课记录

总结 解此类问题的关键是确定基线(可测量长度)的位置. 如本题中点 C 不能在直线 AB 上, 否则不能构造出三角形.

变式训练 1 如图, 某炮兵阵地位于 A 点, 两观察所分别位于 C 、 D 两点. 已知 $\triangle ACD$ 为正三角形, 且 $DC = \sqrt{3}$ km, 当目标出现在 B 点时, 测得 $\angle CDB = 45^\circ$, $\angle BCD = 75^\circ$, 求炮兵阵地与目标的距离.

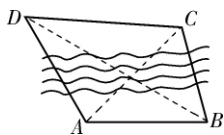


► 题型二 不可到达的两点的距离问题

方法规律 测量不可到达的两点的距离问题要注意:

测量两个不可到达的点之间的距离问题, 一般是把求距离问题转化为求三角形的边长问题, 首先是明确题意, 根据条件和图形特点寻找可解的三角形, 然后利用正弦定理或余弦定理求解, 另外基线的选取要恰当.

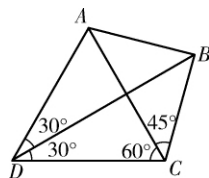
例题 2 如图,为了测量河对岸两个建筑物 C 、 D 两点之间的距离,在河岸这边选取点 A 、 B ,测得 $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle DAC = 75^\circ$, $\angle ABD = 30^\circ$, $\angle DBC = 45^\circ$,又已知 $AB = \sqrt{3}$ km, A 、 B 、 C 、 D 在同一平面内,求 C 、 D 两点之间的距离.



听课记录

总结 实际问题中涉及到两个或两个以上的三角形时,把要求解的问题归于某一个三角形中,通过解三角形来解决问题.

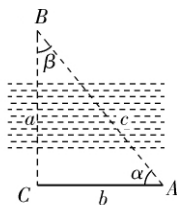
变式训练 2 在某次军事演习中,红方为了准确分析战场形势,在两个相距 $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ 的军事基地 C 和 D 测得蓝方两支精锐部队分别在 A 处和 B 处,且 $\angle ADB = 30^\circ$, $\angle BDC = 30^\circ$, $\angle DCA = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$,如图所示,求蓝方这两支精锐部队的距离.



随堂演练

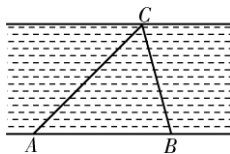
- 1 已知 A 、 B 两地相距 10 km, B 、 C 两地相距 20 km, 且 $\angle ABC = 120^\circ$, 则 A 、 C 两地相距 ()
- A. 10 km B. $10\sqrt{3}$ km
- C. $10\sqrt{5}$ km D. $10\sqrt{7}$ km
- 2 如图所示,在河岸 AC 上测量河的宽度 BC ,测量下列四组数据中,较适宜的是 ()

- A. c 与 a
- B. c 与 b
- C. c 与 β
- D. b 与 α



- 3 江岸边有一炮台高 30 m, 江中有两条船,由炮台顶部测得俯角分别为 45° 和 30° , 且两条船与炮台底部都在一条线上,则两船相距 ()
- A. $30\sqrt{3}$ m B. 30 m
- C. $30(\sqrt{3}-1)$ m D. $30(\sqrt{3}+1)$ m

- 4 一艘船以 4 km/h 的速度沿着与水流方向成 120° 的方向航行,已知河水流速为 2 km/h, 则经过 $\sqrt{3}$ h, 该船实际航程为 _____.
- 5 如图,为了测量河的宽度,在一岸边选定两点 A 、 B , 望对岸的标记物 C , 测得 $\angle CAB = 45^\circ$, $\angle CBA = 75^\circ$, $AB = 120$ m, 求河的宽度.



1.2.2 解三角形的实际应用举例——高度、角度问题

课标导学

课标要求

1. 会用正、余弦定理解决高度问题.
2. 会用正、余弦定理解决角度问题.

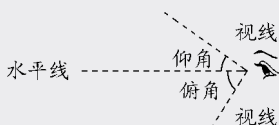
重难点提示

1. 巩固掌握正、余弦定理(重点).
2. 应用正、余弦定理等知识和方法解决高度和角度问题(重难点).

基础梳理

1. 仰角和俯角

与目标视线在同一铅垂平面内的水平视线和目标视线的夹角,目标视线在水平视线上方时叫_____,目标视线在水平视线下方时叫_____(如图所示).



2. 高度问题

测量顶部或底部不可到达的建筑物的高度问题,由于顶部或底部不可到达,这类问题不能直接用解直角三角形的方法解决,但可用正、余弦定理计算出建筑物顶部或底部到一个可到达的点之间的距离,然后转化为解直角三角形的问题.

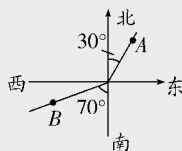
3. 角度问题

测量角度就是在三角形内,利用正弦定理和余弦定理求角的三角函数值,然后求角,再根据要求所求的角.

有关角的概念:

(1) 方位角:指从指正北方向顺时针转到目标方向线的水平夹角.

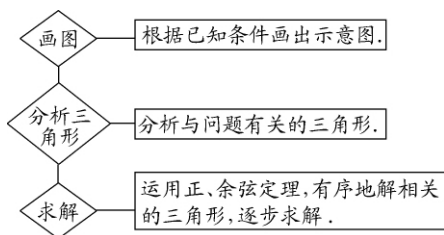
(2) 方向角:从指定方向线到目标方向线所成的小于 90° 的水平角.如图,北偏东 30° ,指以正北方向为始边,顺时针方向向东旋转 30° .



典型例题

题型一 测量高度问题

方法规律 解决测量高度问题的步骤:



例题1 某人在塔的正东沿着南偏西 60° 的方向前行

40 m 后,望见塔在东北方向,若沿途测得塔的最大仰角为 30° ,求塔高.

听课记录

总结 本例中,方向角是属于水平面的角度,而仰角则属于铅垂面上的角度,因而这里的图形为立体图形.在画立体图形时,应有立体感,即水平面的图形应画成倾斜的.

变式训练 1 在某一山顶观测山下两村庄 A 、 B ,测得 A 的俯角为 30° , B 的俯角为 40° ,观测 A 、 B 两村庄的视角为 50° ,已知 A 、 B 在同一海平面上且相距 1 000 m,求山的高度.(精确到 1 m)

题型二 测量角度问题

方法规律 解决测量角度问题需注意:

- (1) 注意作图的准确性,通过积累、归纳,学会根据题目已知的方向角、方位角、仰角、俯角等已知量顺利地作出图形.
- (2) 注意数学思想方法的应用:
 - ①化归与转化思想,即将实际问题抽象概括,转化为解三角形的问题;
 - ②方程思想,即在三角形中应用正、余弦定理列方程(组)求解;
 - ③函数思想,题目中涉及最值问题的往往需要考虑构建函数解析式求最值.

例题 2 某渔船在航行中不幸遇险,发出呼叫信号,我海军舰艇在 A 处获悉后,立即测出该渔船在方位角为 45° ,距离为 10 海里的 C 处,并测得渔船正沿方位角为 105° 的方向,以 10 海里/小时的速度向小岛靠拢,我海军舰艇立即以 $10\sqrt{3}$ 海里/小时的速度前去营救,求舰艇的航向和靠近渔船所需的时间.

听课记录

总结 理清题意,准确地画出示意图,并反映有关数据是解题的关键,这样就把实际问题转化为数学问题,最后的结果还要还原到实际问题中.

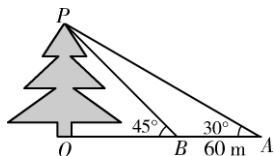
变式训练 2 某海上养殖基地 A 接到气象部门预报,位于基地南偏东 60° 距离 $20(\sqrt{3}+1)$ 海里的海面上有一台风中心,影响半径为 20 海里,正以每小时 $10\sqrt{2}$ 海里的速度沿某一方向匀速直线前进,预计台风中心将从基地东北方向刮过且 $(\sqrt{3}+1)$ h 后开始影响基地持续 2 h,求台风移动的方向.

随堂演练

- 1 从 A 处望 B 处的仰角为 α , 从 B 处望 A 处的俯角为 β , 则 α, β 的关系是 ()

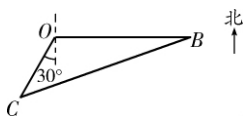
A. $\alpha > \beta$
 B. $\alpha = \beta$
 C. $\alpha + \beta = 90^\circ$
 D. $\alpha + \beta = 180^\circ$

- 2 如图所示, 为测一棵树的高度, 在地面上选取 A, B 两点, 在 A, B 两点分别测得树尖的仰角为 $30^\circ, 45^\circ$, 且 A, B 两点间的距离为 60 m , 则树的高度为 ()



A. $(30 + 30\sqrt{3}) \text{ m}$
 B. $(30 + 15\sqrt{3}) \text{ m}$
 C. $(15 + 30\sqrt{3}) \text{ m}$
 D. $(15 + 15\sqrt{3}) \text{ m}$

- 3 如图所示, 海平面上的甲船位于中心 O 的南偏西 30° , 与 O 相距 10 海里的 C 处, 现甲船以 30 海里/小时的速度沿直线 CB 去营救位于中心 O 正东方向 20 海里的 B 处的乙船, 则甲船需要 _____ 小时到达 B 处.



- 4 一艘轮船由海平面上的 A 地出发向南偏西 40° 的方向行驶 40 海里到达 B 地, 再由 B 地向北偏西 20° 的方向行驶 40 海里到达 C 地, 则 A, C 两地相距 _____ 海里.

- 5 如图所示, 港口 A 北偏东 30° 方向的点 C 处有一

观测站, 港口正东方向的 B 处有一艘轮船, 测得 BC 为 31 海里. 该轮船从 B 处沿正西方向航行 20 海里后到达 D 处, 测得 CD 为 21 海里, 问此时轮船离港口 A 还有多少海里?

