12

一九七七年各省(市)自治区

高考数学试题解答

郑州市第七中学

1.40元

说　明

为了向外省（市）学习，提高教学质量，我组在去年各省（市）高考以后，就着手收集各地的数学试题，以便从中了解外地的数学教学情况，取人之长，补己之短，尽快把我们的教学质量搞上去。当我们把各地的试题收齐以后，大家感到试题虽有难易之分，但对中学生来说，都是属于应当掌握的数学基础知识，而且多数试题出得非常巧妙，有很强的启发性。学生对试题所包含的基础知识，做到融会贯通，运用自如，就基本掌握了中学数学的基本内容。对教师来说，今后能够结合教学进度，把这些试题当作习题布置给学生练习，或者当作补充题例讲解，对于搞好教学也不无好处。基于这些想法，我们不怕力量薄弱，互相商量，集思广益，把全部试题作了解答，以供学生学习和教师参考之用。在目前教学资料普遍缺乏的情况下，这本《题解》对于师生或许有点益处。

为了便于对数学有兴趣的学生钻研学习，我们附录了一九六四年以前，京、津、沪、宁、汉等地的数学竞赛题和部份解答。

由于传抄的原因，各地试题难免有讹误之处。加之我们水平有限，时间仓促，解错和不妥之处，在所难免，恳请使用本书的同志教正。

郑州第七中学数学教研组

1978年1月

目录

北京市1977年高考数学试题解

（理　科）

一、解方程： $\sqrt{x-1}=3-x$

解：原方程两边平方

$$x-1=9-6x+x^2$$

$$x^2-7x+10=0$$

$$(x-2)(x-5)=0$$

$\therefore x_1=2，x_2=5$

经验根，$x=5$ 不适合原方程，是增根舍去

故原方程的解为　　$x=2$

二、计算　$2^{-\frac{1}{2}}+\dfrac{2^0}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$

解：原式$=\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}-(\sqrt{2}+1)$

$=\sqrt{2}-(\sqrt{2}+1)$

$=-1$

三、证明： $(1+\mathrm{tg}\alpha)^2=\dfrac{1+\mathrm{Sin}2\alpha}{\mathrm{Cos}^2\alpha}$

〔证〕：左边$=1+\mathrm{tg}^2\alpha+2\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{1}{\mathrm{Cos}^2\alpha}+\dfrac{2\mathrm{Sin}\alpha}{\mathrm{Cos}\alpha}$

$$=\frac{1+2\mathrm{Sin}\alpha\mathrm{Cos}\alpha}{\mathrm{Cos}^2\alpha}=\frac{1+\mathrm{Sin}2\alpha}{\mathrm{Cos}^2\alpha}=\text{右边.}$$

$$\therefore (1+\mathrm{tg})^2=\frac{1+\mathrm{Sin}2\alpha}{\mathrm{Cos}^2\alpha}$$

四、已知$lg2=.3010$，$lg3=0.4771$，求$lg\sqrt{45}$

解：$lg\sqrt{45}=\dfrac{1}{2}lg\left(\dfrac{10\times3^2}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\left(lg10+2lg3-lg2\right)$

$=\dfrac{1}{2}+lg3-\dfrac{1}{2}lg2=0.5+0.4771-\dfrac{1}{2}\times0.3010$

$=0.5+0.4771-0.1505=0.8266$

五、求过两直线$x+y-7=0$和$3x-y-1=0$的交点，并且过点（1，1）的直线方程。

解：直线$x+y-7=0$和$3x-y-1=0$的交点坐标（x，y）应适合下面方程组

$$\begin{cases}x+y-7=0\\3x-y-1=0\end{cases}$$

解之，得$x=2$，$y=5$，即两直线交点的坐标为（2，5）.

根据两点式直线方程，可得所求的直线方程为

$$\frac{y-1}{x-1}=\frac{5-1}{2-1}$$

即 $4x-y-3=0$.

六、某工厂今年七月份的产值为100万元，以后每月产值比上月增加20%，问今年七月份到十月份的总产值是多少？

解：若今年七月份到10月份的总产值是x，则依题意有

$$x=100+100(1+0.2)+100(1+0.2)^2+100(1+0.2)$$
$$=100(1+1.2+1.2^2+1.2^3)$$
$$=100(1+1.2+1.44+1.728)$$
$$=536.8\text{（万元）}$$

答：今年七月份到十月份的总产值是536.8万元.

七、已知二次函数 $y=x^2-6x+5$.

1．求它的顶点的坐标和对称轴方程；

2．画出它的图象；

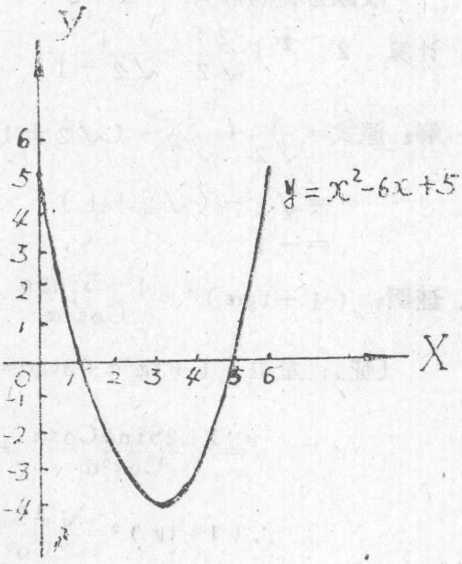
3．分别求出图象和x轴、y轴的交点坐标

解：1．$y=x^2-6x+5=(x-3)^2-4$

∴顶点坐标为（3，－4）；

对称轴方程为 $x=3$.

2．图象如下：



x	…	0	1	2	3	4	5	6	…
y	…	5	0	-3	-4	-3	0	5	…

3．由图可看出，图象和x轴的交点为（5，0），（1，0）和y轴的交点为（0，5）

八、一船以20浬／小时的速度向正东航行，起初船在A处看见一灯塔B在船的北45°东（即北偏东45°）方向，一小时后，船在C处看见这灯塔在船的北15°东（即北偏东15°），求这时船与灯塔的距离CB。

解：如图，依题意有

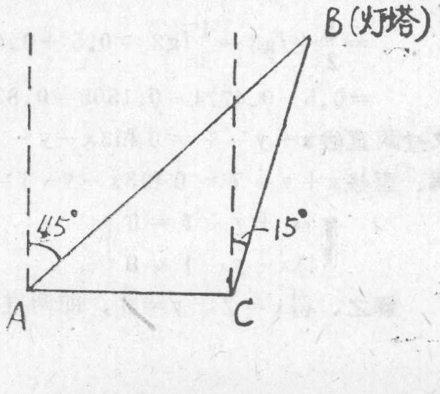
$AC=20$浬/小时×1小时

$=20$浬.

$\angle A=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\angle C=90^\circ+15^\circ=105^\circ$

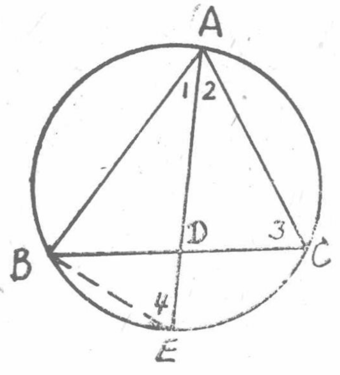
$\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)=30^\circ$



由正弦定理

$$BC=\frac{ACSinA}{SinB}=\frac{20Sin45^\circ}{Sin30^\circ}=\frac{20\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=20\sqrt{2}\approx 28.28\text{（浬）}$$

答：这时船与灯塔的距离CB约为28.28浬.



九、有一个圆内接△ABC，∠A的平分线交BC于D，交外接圆于E，求证：AD·AE＝AC·AB.

证明：连接BE ∵∠1＝∠2（已知）.

∠3＝∠4（同弧所对的圆周角相等）.

∴△ACD∽△AEB

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AC}{AE}$

∴AD·AE＝AC·AB.

十、当m取哪些值时，直线$y=x+m$与椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$有一个交点？两个交点？没有交点？当它们有一个交点时，画出它们的图象.

解：直线和椭圆交点的坐标（x，y）必须适合方程组：

$$\begin{cases} y=x+m & (1) \\ \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1. & (2) \end{cases}$$

由（1）代入（2），得 $9x^2+16(x+m)^2=144$

整理后得 $25x^2+32mx+16m^2-144=0.$

这个二次方程的判别式

$$\triangle=(32m)^2-4\times 25\times(16m^2-144)$$
$$=-576m^2+14400$$

当△＞0， $-576m^2+14400>0.$

$m^2<25$

∴当 $-5<m<5$时，直线$y=x+m$与椭园$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$有两个交点.

当△＝0， $-576m^2+14400=0$

$m^2=25$

∴当 $m=\pm 5$时，直线$y=x+m$与椭园$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$有一个交点.

当△＜0， $-576m^2+14400<0$

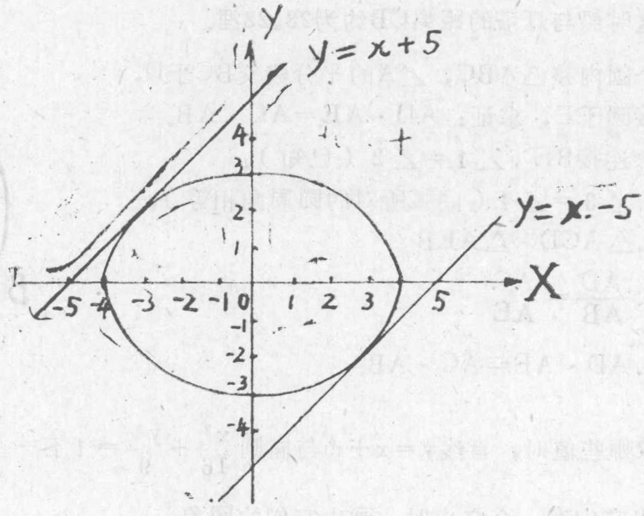
$m^2>5$

$m>5$ 或 $m<-5$

$\therefore$当 $m>5$ 或 $m<-5$ 时，直线 $y=x+m$ 与椭园 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 没有交点

当它们有一个交点时，这样的直线有二条：$y=x+5$ 和 $y=x-5$．

它们的图象如下：



参考题：

一、

1．求函数 $f(x)=\begin{cases} x^2\mathrm{Sin}\frac{\pi}{x}, & (x\neq 0) \\ 0, & (x=0) \end{cases}$ 的导数．

解：当 $x\neq 0$ 时，$f'(x)=\dfrac{d\left(x^2\mathrm{Sin}\frac{\pi}{x}\right)}{dx}=2x\mathrm{Sin}\frac{\pi}{x}-\pi\mathrm{Cos}\frac{\pi}{x}$．

当 $x=0$ 时，由导数的定义得

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2\mathrm{Sin}\frac{\pi}{x}-0}{x-0}=\mathrm{Lin}_{x\to 0}\,x\,\mathrm{Sin}\frac{\pi}{x}=0$$

$$\therefore\ f'(x)=\begin{cases} 2x\mathrm{Sin}\frac{\pi}{x}-\pi\mathrm{Cos}\frac{\pi}{x}, & (x\neq 0) \\ 0\ , & (x=0). \end{cases}$$

2．求椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 绕x轴旋转而成的旋转体的体积．

解：旋转体的体积

$$V=\int_{-a}^{a}\pi y^2dx=\int_{-a}^{a}\pi b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)dx$$

$$=\left(\pi b^2x-\frac{\pi b^2}{3a^2}x^3\right)\Big|_{-a}^{a}=\frac{4}{3}\pi ab^2.$$

二、

1．试用ε—δ语言叙述函数$f(x)$在$x=x_0$点连续的意义．

答：若对任意正数ε，存在$\delta>0$，使当$|x-x_0|<\delta$时，成立不等式

$$|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon,$$

则称函数$f(x)$在点$x=x_0$连续．

2．试证明：若$f(x)$在$x=x_0$处连续，且$f(x_0)>0$，则存在一个x_0的邻域$(x_0-\delta,x_0+\delta)$，在这个邻域内处处有$f(x)>0$．

证明：由于$f(x)$在$x=x_0$处连续，所以对于$\varepsilon=\frac{f(x_0)}{2}>0$，存在$\delta>0$，使当

$|x-x_0|<\delta$时〔也就是存在一个x_0的邻域$(x_0-\delta,x_0+\delta)$〕，成立不等式 $|f(x)-f(x_0)|<\frac{f(x_0)}{2}$

即 $0<\frac{f(x_0)}{2}<f(x)<\frac{3f(x_0)}{2}$．

〔证毕〕

福建第七题的一般解答

题见82页。

解：由数列的前n项之和S_n，可知数列的通项有如下形式：

$$a_n=\begin{cases}S_1=a+b+c+d,\ (n=1\text{时})；\\ S_n-S_{n-1}=b+(2n-1)c+(3n^2-3n+1)d,\ (n\geqslant2\text{时})。\end{cases}$$

已知数列前三项$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=4$，从而得方程组$\begin{cases}a+b+c+d=1,\\ b+3c+7d=2,\\ b+5c+19d=4。\end{cases}$

此方程组中未知数的个数大于方程的个数，其系数矩阵的秩和增广矩阵的秩都等于3，小于未知数个数，因此方程组有无数组解。

令$a=k$，求得$b=\frac{5-11k}{6}$，$c=k$，$d=\frac{1-k}{6}$．因而得到通项公式为

$$a_n=\begin{cases}1,\ (n=1\text{时})；\\ 1-3k+\frac{5k-1}{2}n+\frac{1-k}{2}n^2\ (n\geqslant2\text{时}).\end{cases}$$

其中k可取任意常数。

（注82页中解答是$k=0$时的特例。）

上海市1977年高考数学试题解

（理　科）

一、

（1）化简：$\left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2+2ab+b^2}\right)\div\left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$

解：原式$=\left[\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{(a+b)^2}\right]\div\left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$

$=\frac{a(a+b-a)}{(a+b)^2}\div\frac{a(a-b-a)}{a^2-b^2}=\frac{ab}{(a+b)^2}\times\frac{a^2-b^2}{-ab}$

$=\frac{a^2-b^2}{-(a+b)^2}=\frac{b-a}{a+b}$

（2）计算：$\frac{1}{2}\mathrm{Lg}25+\mathrm{Lg}\,2+\mathrm{Lg}\sqrt{0.1}-\mathrm{Log}_2 9\times\mathrm{Log}_3 2$

解：原式$=\frac{1}{2}\mathrm{Lg}5^2+\mathrm{Lg}\,2-\frac{1}{2}-2\log_2 3\times\frac{\mathrm{Log}_2 2}{\mathrm{Log}_2 3}$

$=\mathrm{Lg}\,5+\mathrm{Lg}2-\frac{1}{2}-2\mathrm{Log}_2 3\times\frac{1}{\mathrm{Log}_2 3}$

$=\mathrm{Lg}10-\frac{1}{2}-2=1-\frac{1}{2}-2=-1\frac{1}{2}$

（3）$\sqrt{-1}$记作i，验算i是不是方程　$2x^4+3x^3-3x^2+3x-5=0$的根

解：把x=i代入方程的左边：

$2i^4+3i^3-3i^2+3i-5=2-3i+3+3i-5=0$

因此　x=i 是方程

$2x^4+3x^3-3x^2+3x-5=0$的根

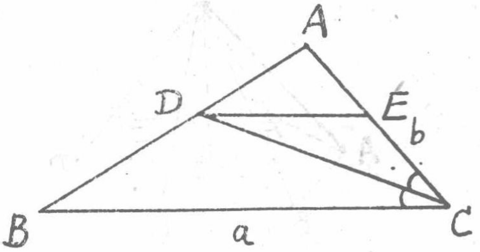
（4）求证：$\frac{\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)}{\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}+\frac{\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)}{\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}=\frac{2}{\mathrm{Cos}2\theta}$

证明：左边$=\frac{\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)+\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}{\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}$

$=\frac{\mathrm{Sin}\left[\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)+\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)\right]}{\frac{1}{2}\mathrm{Sin}\;2\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}=\frac{2\mathrm{Sin}\frac{\pi}{2}}{\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{2}-2\theta\right)}=\frac{2}{\mathrm{Cos}2\theta}$=右边

$$\therefore \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}+\frac{\cos\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}=\frac{2}{\cos 2\theta}$$

、在△ABC中，∠C的平分线交AB于D，过D作BC的平行线交AC于E．已知BC＝a，AC＝b，求DE的长．



已知：△ABC中，∠ACD＝∠DCB，

DE∥BC，BC＝a，AC＝b．

求：DE．

解：∵∠ACD＝∠DCB（已知）

$\therefore \frac{AD}{BD}=\frac{AC}{BC}=\frac{b}{a}$（三角形内角平分线性质）

$$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AD}{BD+AD}=\frac{b}{a+b}$$

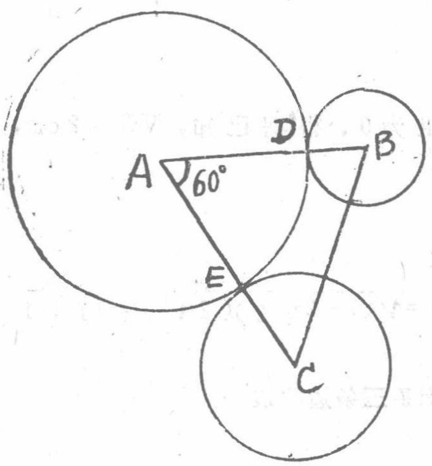
又∵DE∥BC

$$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{b}{a+b}$$

从而得

$$DE=BC\times\frac{b}{a+b}=\frac{ab}{a+b}$$

三、已知⊙A的直径为$2\sqrt{3}$，⊙B的直径为$4-2\sqrt{3}$，⊙C的直径为2．⊙A与⊙B外切，⊙A与⊙C外切，∠A＝60°，求BC、∠C．



解：如图，D、E为切点。

由已知得

$$AD=\sqrt{3},BD=2-\sqrt{3},\quad CE=1$$

因而

$$AB=AD+BD=2$$

$$AC=AE+CE=AD+CE=1+\sqrt{3}$$

在△ABC中，根据余弦定理，有

$$BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB\times AC\times \cos A}$$

$$=\sqrt{2^2+(\sqrt{3}+1)^2-2\cdot2\cdot(1+\sqrt{3})\cdot\cos60^\circ}$$

$$=\sqrt{6}$$

根据正弦定理，有

$$\sin C=\frac{AB\cdot\sin A}{BC}=\frac{2\cdot\sin60^\circ}{\sqrt{6}}=\frac{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

因为$AB=2<\sqrt{6}=BC$，所以$\angle C<\angle A$. 因此$\angle C$必定是个锐角. 据$\mathrm{Sin}C=\frac{\sqrt{2}}{2}$

可知$\angle C=45°$.

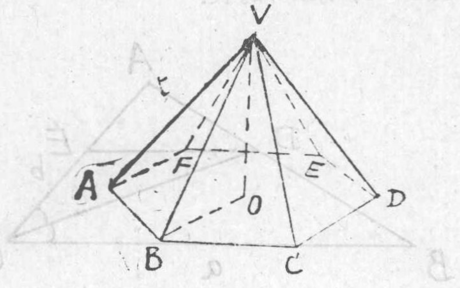
答：$BC=\sqrt{6}$，$\angle C=45°$.

四、正六棱锥V—ABCDEF的高为2 cm，底面边长为2 cm，

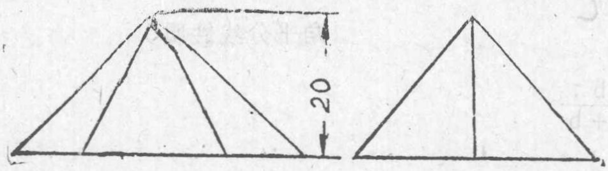
（1）按1：1画出它的三视图；

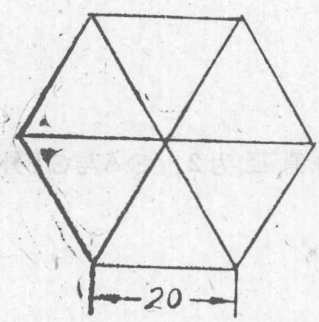
（2）求它的侧面积；

（3）求它的棱与底面的夹角.



解：（1）正六棱锥的三视图如下：





比例1：1

（2）从顶点V作底面ABCDEF的垂线，垂足为0，根据已知，VO＝2 cm，

$OB=BC=2\,cm$

$\therefore$棱长$VB=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$（cm）

$\therefore\triangle VBC$的面积

$$S_{\triangle VBC}=\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}=\sqrt{(1+2\sqrt{2})(2\sqrt{2}-1)\cdot 1\cdot 1}$$
$$=\sqrt{7}(cm^2)$$

式中的S表示$\triangle VBC$的半周长，a、b、c分别是三条边的边长.

$\therefore$侧面积

$S_{侧}=6\times S_{\triangle VBC}=6\sqrt{7}(cm)^2$

（3）因为

$$\mathrm{Sin}\angle VBO=\frac{VO}{VB}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

所以

$$\angle VBO=45^\circ$$

即棱与底面的夹角是45°.

五、解不等式组：

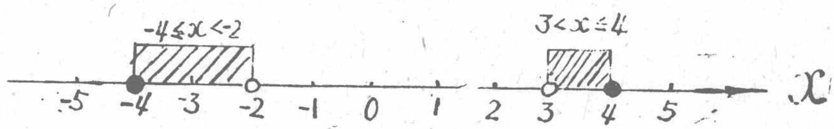
$$\begin{cases}16-x^2\geqslant 0\\ x^2-x-6>0\end{cases}$$

并在数轴上把它的解表示出来

解：$\begin{cases}16-x^2\geqslant 0\\ x^2-x-6>0\end{cases}$，$\begin{cases}x^2\leqslant 16\\ (x-3)(x+2)>0\end{cases}$ $\begin{cases}-4\leqslant x\leqslant 4\\ x>3\text{或者}x<-2\end{cases}$

∴原不等式组的解为：$3<x\leqslant 4$ 或者 $-4\leqslant x<-2$

在数轴上表示：



六、已知两定点A（−4，0），B(4，0)，一动点P(x，y)与两定点的连线PA、PB斜率的积为$\frac{1}{4}$，求P点的轨迹方程，并把它化成标准形式，指出这是什么曲线？

解：PA的斜率$K_1=\frac{y-0}{x+4}=\frac{y}{x+4}$；PB的斜率$K_2=\frac{y-0}{x-4}=\frac{y}{x-4}$

根据题意$K_1K_2=\frac{1}{4}$，即得到P点的轨迹方程

$$\frac{y^2}{x^2-4^2}=\frac{1}{4}$$

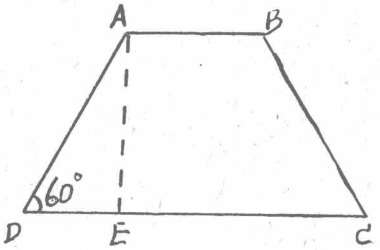
化为标准形式：

$$\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{2^2}=1$$

这轨迹是双曲线.

七、等腰梯形的周长为60，底角为60°，而这梯形的边长各为多少时，面积最大？

解：如图，设等腰梯形ABCD的腰长AD=BC=x，则梯形的高



$$AE=x\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}x$$

而周长为

$$(AB+DC)+2x=60$$

所以$AB+DC=60-2x$.

等腰梯形的面积

$$S=\frac{1}{2}(AB+DC)\times AE=\frac{1}{2}(60-2x)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}x=-\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+15\sqrt{3}x$$

这是一个面积S关于腰长x的二次函数。

$$\because a=-\frac{\sqrt{3}}{2}<0,$$

$$\therefore 当\ x=-\frac{b}{2a}=-\frac{15\sqrt{3}}{-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=15时，S有最大值.$$

这时，

$$BA+DC=60-2x=60-2\times15=30$$

$$DE=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times x=\frac{1}{2}\times15=7.5$$

$\therefore$上底$AB=(30-2\times7.5)\div2=7.5$

下底$CD=30-7.5=22.5$

答：当等腰梯形的腰为15，上底长为7.5，下底长为22.5时，面积最大.

八、当K为何值时，方程组

$$\begin{cases}x-\sqrt{y-2}=0\\ kx-y-2k-10=0\end{cases}$$

的两组解相同，并求出这组解.

解：
$$\begin{cases}x-\sqrt{y-2}=0 & (1)\\ kx-y-2k-10=0 & (2)\end{cases}$$

把（1）式中的$\sqrt{y-2}$移到等号右边，然后两边平方，得

$$\begin{cases}x^2=y-2 & (3)\\ kx-(y-\ \ )-2k-12=0 & (4)\end{cases}$$

把（3）式中的$y-2=x^2$代入（4）式，得

$$kx-x^2-2k-12=0$$

即

$$x^2-kx+2k+12=0 \qquad (5)$$

要使方程组（1）、（2）有两组相同解，其充要条件是二次方程（5）有两个相等的实数根。因而令方程（5）的判别式$\triangle_1=0$，$\triangle_1=(-k)^2-4(2k+12)=0$

得到关于k的一个二次方程

$$k^2-8k-48=0$$

解得

$$k_1=12,\ k_2=-4$$

（i）当$k=12$时，方程组（1）、（2）化为

$$\begin{cases}x-\sqrt{y-2}=0\\ 12x-y-34=0\end{cases}$$

其解为

$$\begin{cases}x_1=x_2=6\\ y_1=y_2=38\end{cases}$$

（ii）当$k=-4$时，方程组（1）、（2）化为

$$\begin{cases} x-\sqrt{y-2}=0 \\ -4x-y-2=0 \end{cases}$$

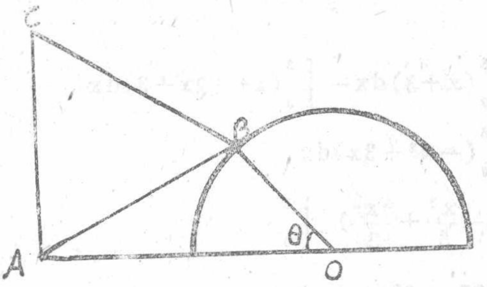
此方程组无解

因此，当且仅当k＝12时，原方程组（1）、（2）的两组解相同，其解是

$$\begin{cases} x_1=x_2=6 \\ y_1=y_2=38 \end{cases}$$

附加题：

九、如图所示，半圆的直径为2，A为直径延长线上的一点，而OA＝2，B为半圆上任意一点，以AB为一边，作等边三角形ABC。问B在什么位置时，四边形OACB的面积最大？求其面积的最大值.



解：把OB与OA之间的夹角记为θ（θ是个变量，$0\leqslant\theta\leqslant\pi$）从图中可以看出，四边形OACB的面积（$S_{OACB}$）是△AOB的面积($S_{\triangle AOB}$)与△ABC的面积（$S_{\triangle ABC}$）之和，即

$$S_{OACB}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle ABC}$$

而

$$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OB\cdot OA\cdot \mathrm{Sin}\theta=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1\cdot \mathrm{Sin}\theta=\mathrm{Sin}\theta$$

$$S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2=\frac{\sqrt{3}}{4}(OB^2+OA^2-2\cdot OB\cdot OA\cdot \mathrm{Cos}\theta)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}(1^2+2^2-2\cdot 1\cdot 2\cdot \mathrm{Cos}\theta)$$

$$=\frac{5\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}\,\mathrm{Cos}\theta$$

因此

$$S_{OACB}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle ABC}=\mathrm{Sin}\theta+\frac{5\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}\,\mathrm{Cos}\theta$$

$$=2\left(\frac{1}{2}\mathrm{Sin}\,\theta-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{Cos}\theta\right)+\frac{5\sqrt{3}}{4}$$

$$=2\mathrm{Sin}\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{5\sqrt{3}}{4}$$

很显然，当$\theta-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$时，即$\theta=\frac{5\pi}{6}$时，$S_{OACB}$达到最大值$2+\frac{5\sqrt{3}}{4}$

答：当OB与OA的夹角为$\frac{5\pi}{6}$时，四边形OACB的面积最大。最大面积是$2+\frac{5\sqrt{3}}{4}$.

十、已知曲线$y=x^2-2x+3$与直线$y=x+3$相交于P（0，3）；Q（3，6）两点

（1）分别求出曲线在各交点的切线斜率；

（2）求出曲线与直线所围成的图形的面积.

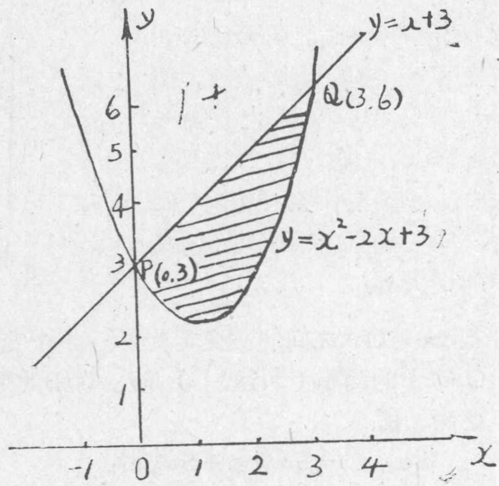
解：（1）曲线的导数：$y'=2x-2$

$\therefore$ 曲线在P（0，3）点的切线的斜率$k_1=y'\big|_{x=0}=-2$

曲线在Q（3，6）点切线的斜率$k_2=y'\big|_{x=3}=4$

（2）曲线与直线所围成的图形的

面积：



$S=\int_0^3(x+3)dx-\int_0^3(x^2-2x+3)dx$

$=\int_0^3(-x^2+3x)dx$

$=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right)\Bigg|_0^3$

$=-\frac{27}{3}+\frac{27}{2}=4\frac{1}{2}$.

天津1977年高考数学试题解

一、每小题6分，共30分

（1）在什么条件下$\frac{y}{2x}$　i）是正数；ii）是负数；iii）等于零；iV）没意义.

答： i）$x\neq 0$，$y\neq 0$，且y和x同号时，$\frac{y}{2x}$是正数；

ii）$x\neq 0$，$y\neq 0$，且y和x异号时，$\frac{y}{2x}$是负数.

iii）$x\neq 0$，$y=0$时，$\frac{y}{2x}$等于零；

iv）$x=0$时，$\frac{y}{2x}$无意义.

（2）比较$\log_2 1$和$\log_2\frac{1}{4}$的大小，并说明理由.

解： $\because \log_2 1=0$，$\log_2\frac{1}{4}<0$，　$\therefore \log_2 1>\log_2\frac{1}{4}$