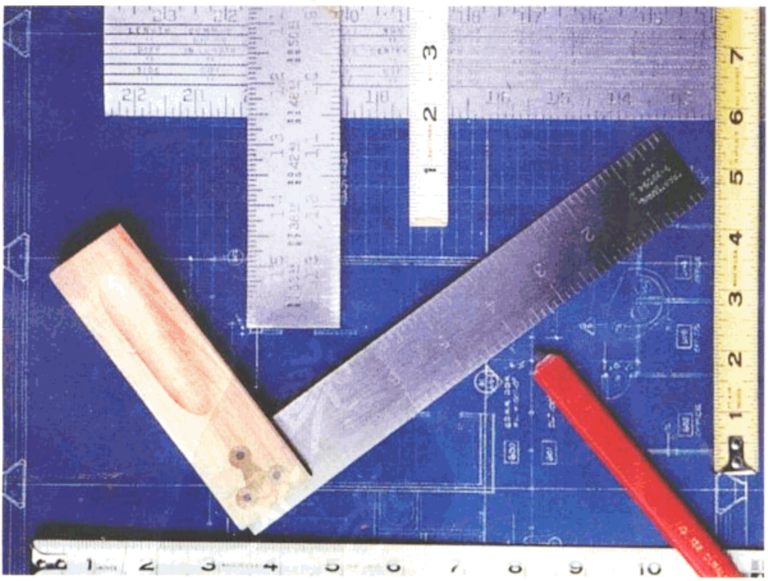
分册

数理化重点难点·疑点剖析

数学



总策划/车世家

主　编/李金华

高中新版

经济日报出版社

前　言

全国统一高考，数学是文理科考生共同的必考科，是对逻辑思维能力、空间想象力等各种能力的综合考查。由于高中数学知识点较多，不少同学为提高数学成绩绞尽脑汁，在茫茫题海中苦苦摸索，希望能找到一条通向彼岸的金光大道。为此，特组织编写了一套根据全国统一高考要求和新编高中教学大纲的内容，供广大考生以及参加全国成人高考的学员自学参考的丛书。

全书按知识系统分为十三章，每章又按专题划分若干节，每节又按“教学大纲”和“高考要求”提出了复习要求，对重要的概念、公式、定理、法则进行归纳整理，对重点、难点、疑点进行了深刻的剖析，对解题规律、方法、技巧进行了小结；对近年来的高考热点，选择了适量的典型例题进行分析、解答并配备了一定量的综合训练，以及根据现行高考题型设计的模拟试题，为考生检查自学辅导效果。

由于成书时间仓促，加之水平有限，书中缺点、错误在所难免，敬请广大读者和同行批评、指正。

李金华于湖南师大

T0226717

目　录

第一章　函　数

§1　集合与映射

一、[复习要求]

1. 了解集合与映射的概念

2. 掌握集合的表示方法

二、[基础练习题]

1. 判断下列命题的正误，并说明理由

(1)同学优异的同学组成集合 A

(2)$0=\{0\}$　　(3)$\{1、2\}=\{(1、2)\}$

(4)$\{\varnothing\}$是空集　(5)$\{1、2、3\}\neq\{2、3、1\}$

(6)方程$(x-1)(x+1)^2=0$ 的解集为$\{1、-1、-1\}$

2. 下列哪些对应是从集合 A 到 B 的映射？

(1)$A=\{0、1、2\}$　$B=\{0、1\}$　$f:x\to y=x-1$

(2)$A=\{-1、0、1\}$　$B=\{0\}$　$f:x\to y=lg|x|$

(3)$A=\{$平面 α 内的平行四边形$\}$　$B=\{$平面 α 内的圆$\}$　f:作四边形的外接圆

(4)$A=\{0°、90°、180°\}$　$B=\{-1、0、1\}$　$f:x\to y=Sinx$

3. 分别用描述法和列举法表示圆 $x^2+y^2=1$ 和双曲线 $x^2-y^2=1$ 的公共点的集合

三、[例题]

1. 设 $A=\{0、1\}$　$B=\{x|x\subseteq A\}$用列举法写出集合 B，并说明 A 与 B 的关系

解：$B=\{\varnothing、\{0\}、\{1\}、\{0,1\}\}$ A 与 B 的关系是 $A\in B$

2. 已知 $A=\{1、2、3、k\}$ $B=\{4、7、a^4、a^2+3a\}$ $(a、k\in N)$ A 到 B 的映射 f 为：$x\rightarrow y=mx+n$ 且 $1\rightarrow 4$ $2\rightarrow 7$ 求 $m、n、a、k$ 的值。

解：由题意知

$\begin{cases} m+n=4 \\ 2m+n=7 \end{cases}$ 解得：$m=3,n=1$

$\because 3\times 3+1=10$ $3\rightarrow 10, k\rightarrow a^4$

$\therefore a^2+3a=10(\because a^4\neq 10, a\in N)$

$\therefore a=2$ $a^4=16$ $\therefore 3k+1=16$ $\therefore k=5$

$\therefore m=3$ $n=1$ $a=2$ $k=5$

3. 已知 $A=\{a^2、a+1、-3\}$ $B=\{a-3、a^2+1、2a-1\}$ $A\cap B=\{-3\}$ 求 a 及 $A\cup B$

解：$\because A\cap B=\{-3\}$ $\therefore a-3=-3$ 或 $2a-1=-3$ 若 $a-3=-3$ 则 $a=0$，此时 $A=\{0、1、-3\}$ $B=\{-3、1、-1\}$ $A\cap B=\{1、-3\}$ 与题意不符

若 $2a-1=-3$ 则 $a=-1$ 此时 $A=\{1、0、-3\}$ $B=\{-4、2、-3\}$，则 $A\cup B=\{1、0、-3、-4、2\}$

$\therefore a=-1$ $A\cup B=\{1、0、-3、-4、2\}$

四、[小结]

1. 集合的表示方法有两种：列举法，描述法

2. 集合中的元素具有确定性，互异性，无序性

3. 元素与集合的关系只有“$\in$”和“$\notin$”

五、[课后练习]

1. 设 $A=\{x|x\leqslant\sqrt{46}\}$，$a=3\sqrt{5}$ 则下列关系中正确的是 [ ]

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(A) $a \subset A$　(B) $a \notin A$　(C) $\{a\} \in A$　(D) $\{a\} \subset A$

2. (1)若 $\{x \mid ax^2+bx+2>0 \quad x \in R\}=\{x \mid -\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3} \quad x \in R\}$

则 $a=$__________　$b=$__________

(2)点 $(x、y)$ 在映射 f 作用下的象为 $(2x+y、x-2y)$ 在 f 作用下点 $(3、-2)$ 的原象为__________。

3. $A=\{(x、y) \mid x \in Z \quad |x|>2 \quad y \in N \quad x+y<3\}$　$B=\{0、1、2\}$ 从 A 到 B 的对应法则为 $f:(x、y) \to x+y$，画出对应图，并判断 f 是否为映射。

§2　集合的运算

一、[复习要求]

1. 理解子、交、并、补集的定义及数学符号表达

2. 掌握子，交、并、补集的求法及集合相等的定义

二、[基础练习题]

1. 设 $A=\{$本班的男同学$\}$　$B=\{$本班的团员同学$\}$

则 $A \cap B=$____________________；

$A \cup B=$____________________。

2. 设 $I=R, A=\{x \mid x^2-2x-8>0\}$　$B=\{y \mid y^2-2y-15<0\}$　求 $\overline{A \cap B}$、$\overline{A \cup B}$、$\overline{A} \cap \overline{B}$、$\overline{A} \cup \overline{B}$

3. $A=\{x \mid x=2m+1 \quad m \in N\}$　$B=\{x \mid x=4n-1 \quad n \in N\}$　$C=\{x \mid x=4n \pm 1 \quad n \in N\}$　证明①$B \subset A$　②$A=C$

三、[例题]

1. 已知集合 $A=\{1、2、3、a\}$　$B=\{3、a^2\}$ 且 $A \cup B=A$，求满足条件的实数 a 的个数

解：$\because A \cup B=A$　$\therefore B \subseteq A$　则 $a^2=1$ 或 $a^2=2$ 或 $a^2=a$

若 $a^2=1$ 则 $a=\pm 1$　$a=1$ 时 $A=\{1、2、3、1\}$　$\therefore a=-1$

若 $a^2=2$　则 $a=\pm\sqrt{2}$

若 $a^2=a$ 则 $a=0$ 或 $a=1$　$a=1$ 不合题意

$\therefore$满足条件的实数 a 有 4 个

2. 48 名学生，每人至少参加一个活动小组，参加数、理、化小组的人数分别为 28、25、15，同时参加数、理小组的 8 人，同时参加数，化小组的 6 人，同时参加理、化小组的 7 人，问同时参加数、理、化小组的有几人？

解：根据

$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$ 得同时参加三个小组的人数为：

$48-28-25-15+8+6+7=1$

$\therefore$同时参加数、理、化三个小组的有 1 人

3. 全集 $I=\{x|x$ 为不大于 20 的质数$\}$，$A\cap\overline{B}=\{3、5\}$，$\overline{A}\cap B=\{7、19\}$，$\overline{A}\cap\overline{B}=\{2、17\}$，求 $A\cap B$。

解：$\because I=\{2、3、5、7、11、13、17、19\}$　$\therefore A\cap B=\{11、13\}$

四、[小结]

1. 集合 $\overline{A\cup B}$、$\overline{A\cap B}$、$\overline{A}\cup\overline{B}$、$\overline{A}\cap\overline{B}$ 的关系是 $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

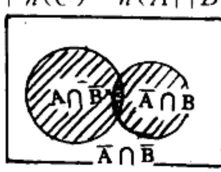
2. 设 $n(A)$ 表示集合 A 的元素的个数则

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$

3. 集合 $A\cap\overline{B}$、$\overline{A}\cap B$、$\overline{A}\cap\overline{B}$

$A\cap B$ 的关系图为



说明：图中长方形表示全集 I，

左右圆分别表示集 A、B

五、[课后练习]

1. 设 $A=\{x|x^2-16<0\}$　$B=\{x|x^2-4x+3\geqslant 0\}$　$I=R$ 求 $A\cap B$　$A\cup B$　$\overline{A\cap B}$　$\overline{A\cup B}$，并把它们在数轴上表示出来

2. $A=\{x|x^2+3x+2\leqslant 0\}B=\{x|mx^2-4x+m-1>0,m\in R\}$若 $A\cap B=\varnothing$ $A\cup B=A$ 求 m 的取值范围。

3. $A=\{(x,y)||x|=4、|y|\leqslant 3\quad x,y\in R\}$　$B=\{(x,y)|(x-2k)^2+(y-k)^2=1\ x,y,k\in R\}$且 $B\subset A$ 求 k 的取值范围。

4. $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$　$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$ $C=\{x|log_2(x^2+2x-6)=1\}$　若$\varnothing\subset A\cap B$ 且$\varnothing\subset A\cap C$，求实数 a 和集合 A

§3　函数的概念

一、[复习要求]

1. 理解函数的定义、函数符号及函数的三要素

2. 掌握反函数的求法

二、[基础练习题]

1. 已知 $A=\{x|0°\leqslant x\leqslant 180°\}$　$B=\{y|-1\leqslant y\leqslant 1\}f:x\to y=Sinx$ 问映射 $f:A\to B$ 是不是函数？为什么？

2. 下列各组中，$f(x)$和 $g(x)$是不是同一个函数？

(1)$f(x)=1$　　$g(x)=x^0$

(2)$f(x)=\begin{cases}x+1 & x\in(-1,0)\\ x-1 & x\in(0,1)\end{cases}$ $g(x)=f^{-1}(x)$

3. 已知 $f(\frac{2}{x}+1)=lgx$　求 $f(x)$

三、[例题]

1. 已知 $f(x)$过点$(-3,0)$　$(0,1)$　$(1,2)$且其反函数 $y=f^{-1}(x)$在$(-\infty,2)$上为一个二次函数，试求 $f(x)$的解析式

解：设 $f^{-1}(x)=ax^2+bx+c \quad (a\neq 0)$ 依题意 $y=f^{-1}(x)$ 的图象过点(0、-3)、(1、0)、(2、1)

$$\therefore\begin{cases}C=-3\\a+b+c=0\\4a+2b+c=1\end{cases}\quad 解得：\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=-3\end{cases}$$

$\therefore f^{-1}(x)=-x^2+4x-3 \quad (x\in(-\infty、\quad)$

$y=f^{-1}(x)=-(x-2)^2+1 \quad (x-2)^2=1-y$

$\therefore x-2=-\sqrt{1-y} \qquad x=-\sqrt{1-y}+2$

$\therefore y=f(x)=-\sqrt{1-x}=2$

2. 求下列函数的反函数

(1) $y=\sqrt{1-x^2}\,(-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 0)$

(2) $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & (x\geqslant 0)\\-x^2+1 & (x<0)\end{cases}$

解：$y=\sqrt{1-x^2}\Rightarrow y^2=1-x^2\Rightarrow x^2=1-y^2\Rightarrow x=-\sqrt{1-y^2}$
$\Rightarrow y=f^{-1}(x)=-\sqrt{1-x^2}$

在 $y=\sqrt{1-x^2}$ 中，$-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 0$ 时，$\frac{3}{4}\leqslant y\leqslant 1$

$\therefore y=f^{-1}(x)=-\sqrt{1-x^2}\,(\frac{3}{4}\leqslant x\leqslant 1)$

(2) $y=x^2+1\,(x\geqslant 0)\Rightarrow x=\sqrt{y-1}$

$y=-x^2+1 \quad (x<0)\Rightarrow x=-\sqrt{1-y}$

$$\therefore f^{-1}(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & (x\geqslant 1)\\-\sqrt{1-x} & (x<1)\end{cases}$$

3. 若 $f(x)$ 的定义域为[0、1]，求 $f(x^2)+f[log_{0.5}(x-0.5)]$ 的定义域

解：依题意有

$$\begin{cases}0\leqslant x^2\leqslant 1 & ①\\0\leqslant log_{0.5}(x-0.5)\leqslant 1 & ②\end{cases}$$

由②有 $0.5\leqslant x-0.5\leqslant 1$

$\therefore 1\leqslant x\leqslant 1.5$

由①有　$-1\leqslant x\leqslant 1$　　$\therefore x=1$

$\therefore f(x^2)+f[log_{0.5}(x-0.5)]$的定义域为$\{1\}$

四、[小结]

1. 函数有三要素：定义域、对应法则、值域。只有在三要素全部相同时，两个函数才是同一个函数

2. 求出函数的反函数后，应标出反函数的定义域，求非单调函数的反函数时，应分单调区间分别求

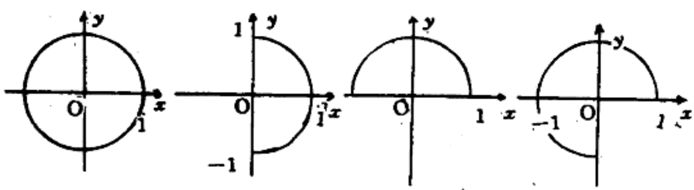
五、[课后练习]

1. (1)使一次函数 $y=ax+b$ 的反函数与原函数相同的条件是[　　]

$(A)a=1\quad b=0$　$(B)a=1\quad b\in R$　$(C)a=1\quad b\in R$

(D)不同于上述条件的其它条件

(2)下列各图中，可以作为函数图象的是[　　]



2. (1)已知 $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & (x>0) \\ \pi & (x=0) \\ 0 & (x<0) \end{cases}$ 则 $f\{f[f(-1)]\}=$

________。

(2)已知 $3f(2x-3)+2f(3-2x)=2x$　$f(x)=$________。

(3)已知 $f(x)=a^{3x-5}$且 $f(lga)=100$，则 $a=$________。

3. 求下列函数的反函数

(1)$f(x)=\dfrac{5x+1}{2x-3}$　　(2)$y=e^{3x-1}+5$

(3)$y=x^2-2x+3$ $x\in(1、+\infty)$

4. 已知 $f(x+1)=x^2-3x+2$，且 $f(x)$ 的定义域为$(-\infty、2、5)$，求 $f^{-1}(2)$

§4 函数的定义域

一、[复习要求]

1. 理解函数定义域的概念

2. 掌握求函数定义域的基本方法

二、[基础练习题]

1. 填空

(1)函数 $y=1+\sqrt{x^2-1}$ 的定义域是____________。

(2)函数 $y=log_x(x+1)$ 的定义域是____________。

2. 若函数 $f(x)$ 的定义域为$[-1、2]$，则函数 $f(x^2)$ 的定义域为[　　]

(A)$[-1、\sqrt{2}]$　(B)$[0\ \sqrt{2}]$　(C)$[-\sqrt{2}、\sqrt{2}]$　(D)$[1、4]$

三、[例题]

1. 求下列函数的定义域

(1)$y=\dfrac{\sqrt{x^2-3x-4}}{|x+1|-2}$　　(2)$y=\sqrt{25-x^2}+lgCosx$

解　(1)函数的定义域应满足

$\begin{cases}x^2-3x-4\geqslant 0\\ |x+1|-2\neq 0\end{cases}$　解得 $x\geqslant 4$ 或 $x\leqslant -1$ 但 $x\neq -3$

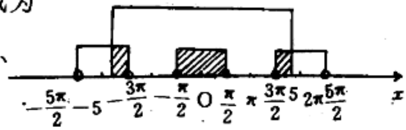
∴函数的定义域为$(-\infty、-3)\cup(-3、-1)\cup(4、+\infty)$

(2)函数的定义域应满足

$\begin{cases}25-x^2\geqslant 0 & \text{解①得} -5\leqslant x\leqslant 5\\ Cosx>0 & \text{②得 } k\pi-\frac{\pi}{2}<x<2k\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases}$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

∴函数的定义域为



$[-5、-\frac{3\pi}{2}]\cup[-\frac{\pi}{2}、\frac{\pi}{2}]\cup[\frac{3\pi}{2}、5]$

2. 求函数 $f(x)=log_a(x-ka)+log_a\sqrt{x^2-a^2}$ ($a>0$ 且 $a\neq1$)的定义域。

解:函数的定义域应满足

$$\begin{cases} x-ka>0 & ① \quad 由①得\quad x>ka \\ \sqrt{x^2-a^2}>0 & ② \quad 由②得\quad x>a 或 x<-a \end{cases}$$

∴当 $k\geqslant1$ 时　$x>ka$

当 $k\leqslant1$ 时　$ka<x<-a$ 或 $x>a$

当 $-1<k<1$ 时,无公共解

∴函数的定义域当 $k\geqslant1$ 时 $\{x|x>ka\}$ 当 $k\leqslant-1$ 时为 $\{x|ka<x<-a$ 或 $x>a\}$

3. 函数 $f(x^2)$ 的定义域是[0、2],求 $f(x)$ 的定义域

解:依题意　$0\leqslant x\leqslant2$　　∴$0\leqslant x^2\leqslant4$

∴$f(x)$ 的定义域为 $\{x|0\leqslant x\leqslant4\}$

说明:此题中 $f(x^2)$ 中的 x 为 $f(x)$ 中的 x 不是同一个量,$f(x^2)$ 的定义域为[0、2]是指 x 的取值范围,而不是 x^2 的取值范围

四、[小结]

1. 求函数的定义域就是求使函数解析式有意义的自变量的取值范围(由实际问题得出的函数其定义域应使实际问题有意义)

2. 函数的定义域应用集合(或区间)表示

3. 函数解析式中含参数时，应对参数进行讨论

五、[课后练习]

1. 求下列函数的定义域

(1)$y=\sqrt{1-2x}+\sqrt{2x-1}+4$　(2)$y=(tgx+1)^{\circ}$

(3)$y=log_{(x+1)}\ (x^2-3x+2)$

2. 已知 $y=f(lg(x+1))$的定义域为[0、9]，求 $y=f(x)$的定义域。

3. 已知 $f(x)$的定义域为[0、1]，求 $y=f(2x)+f(x+m)$的定义域。

§5　函数的值域

一、[复习要求]

1. 理解函数的值域的概念

2. 掌握求函数值域的基本方法

二、[基础练习题]

1. (1)函数 $y=x^{\circ}$的定义域是______值域是______。

(2)函数 $y=Cos\,\frac{n\pi}{3}$的值域是为__________$(n\in Z)$

2. 求下列函数的值域

(1)$y=-x^2+4x-5$　(2)$y=\frac{2x-2}{x+4}$

(3)$y=\frac{1}{2x^2-3x+1}$　$(x\neq1$ 且 $x\neq\frac{1}{2})$

三、[例题]

1. 求函数 $y=log_2(-x^2+4x-2)$的值域

解：$-x^2+4x-2=-(x-2)^2+2$　$\therefore -x^2+4x-2\in(0、2]$

$\therefore lg_2(-x^2+4x-2)\leqslant1$　$\therefore$函数的值域为$\{y|y\leqslant1\}$

2. 求下列函数的值域

(1) $y=\frac{4x+2}{4x+3}$ (2) $y=\frac{2x^2-2x+1}{x^2-x+1}$ (3) $y=x-\sqrt{1-2x}$

解：(1)解法一：$y=\frac{4x+2}{4x+3}=\frac{4x+3-1}{4x+3}=1-\frac{1}{4x+3}$

$\because \frac{1}{4x+3}\neq 0$、　　$\therefore y\neq 1$

$\therefore$函数的值域为$\{y|y\in R$，但 $y\neq 1\}$

解法二：$y=\frac{4x+2}{4x+3}$的反函数为 $y=\frac{2-3x}{4x-4}$其定义域为$\{x|x\neq 1\}$

$\therefore$函数 $y=\frac{4x+2}{4x+3}$的反函数为$\{y|y\neq 1\}$

(2)由 $y=\frac{2x^2-2x+1}{x^2-x+1}$得$(y-2)x^2-(y-2)x+y-1=0$

当 $y-2\neq 0$　即 $y\neq 2$ 时

$\triangle=(y-2)^2-4(y-2)(y-1)=-3y^2+8y-4\geqslant 0$

则$\frac{3}{2}\leqslant y\leqslant 2$　当 $y=2$ 时　$y=\frac{2x^2-2x+1}{x^2-x+1}$不成立

$\therefore$函数的值域为$[\frac{3}{2}$、$2)$

(3)解法一：令 $\sqrt{1-2x}=t$　则 $x=-\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}$

$\therefore y=x-\sqrt{1-2x}=-\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}-t=-\frac{1}{2}(t+1)^2+1$

$\because t\geqslant 0$　　$\therefore y\leqslant\frac{1}{2}$　　$\therefore$函数的值域为$[\frac{1}{2}$、$+\infty)$

解法二：$y=x-\sqrt{1-2x}=\frac{-1}{2}(1-2x)+\frac{1}{2}-\sqrt{1-2x}$

$=-\frac{1}{2}(\sqrt{1-2x})^2-\sqrt{1-2x}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}(\sqrt{1-2x}+1)^2+1$

$\because \sqrt{1-2x}\geqslant 0$　　　$\therefore y\leqslant\frac{1}{2}$

∴函数的值域为$(\frac{1}{2}、+\infty)$

四、[小结]

1. 求函数的值域时应注意定义域

2. 求函数值域的基本方法有，观察法，反函数法，换元法，配方法，判别式法，单调函数法

3. 反函数法求值域并非对所有情况适用，当原函数不是单调函数时，一般不用反函数法以避免错误

4. 对形如 $f(x)=\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}$ 的函数当 $\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}$ 为既约分式时，一般用判别式法求值域，利用判别式时，应注意二次项系数不为零，而将二次项系数为零的情况另行考虑

5. 函数的值域应用集合(或区间)表示

五、[课后练习]

1. (1)函数 $f(x)=2x-3\quad x\in\{0、1、3、5\}$ 的值域为____________。

(2)函数 $y=\frac{1}{\sqrt{1-a^x}}(0<a<1)$ 的值域为__________。

2. 求下列函数的值域

(1)$y=log_{0.5}(x^2-6x+17)$　　(2)$y=2x+\sqrt{3x+2}$

(3)$y=\frac{x^2-1}{x^2+2}$　　(4)$y=\frac{x-1}{x+2}$

§6　函数的奇偶性

一、[复习要求]

1. 理解奇、偶函数的概念

2. 掌握奇、偶函数的判定方法及图象特征

二、[基础练习题]

1. 设 $f(x)$ 是偶函数，$g(x)$ 是奇函数，则$[f(x)]^3g(x)-[g$

$(x)]^3$ 是[　　]

(A)奇函数　(B)偶函数　(C)非奇非偶函数　(D)非上述答案

2. 奇函数的图象关于________对称，偶函数的图象关于________对称

3. 判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=x^5(x^2+1)$　(2) $f(x)=x^2 \quad x\in[-2,4]$

(3) $f(x)=\sqrt{x^2-1}\cdot\sqrt{1-x^2}$　(4) $S=\pi r^2$（r 为圆半径）

(5) $f(x)=\begin{cases} x^2-2x+3 & (x>0) \\ 0 & (x=0) \\ -x^2-2x-3 & (x<0) \end{cases}$　(6) $f(x)=x^n(n\in Z)$

三、[**例题**]

1. 设 $f(x)$ 是偶函数，且 $x\geqslant 0$ 时 $f(x)=x^2-x$，当 $x<0$ 时，求 $f(x)$ 的表达式，并画出 $f(x)$ 图象

解：设 $x<0$ 则 $-x>0$　由题意有

$f(-x)=(-x)^2-(-x)=x^2+x$

而 $f(-x)=f(x)$　$\therefore f(x)=x^2+x$

$\therefore x<0$ 时，$f(x)$ 的表达式为 $f(x)=x^2+x$　（图象略）

2. 已知函数 $f(x)=x\cdot(\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2})$

(1) 证明：$f(x)$ 是偶函数　(2) 求证 $f(x)>0$

证明：(1) $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty、0)\cup(0、+\infty)$

$f(-x)=-x\cdot(\frac{1}{2^{-x}-1}+\frac{1}{2})=-x(\frac{1}{\frac{1}{2^x}-1}+\frac{1}{2})$

$=-x(\frac{2^x}{1-2^x}+\frac{1}{2})=-x(\frac{-2^x}{2^x-1}+\frac{1}{2})=-x\cdot\frac{-2^x-1}{2(2^x-1)}=$

$$x\cdot\frac{2^x+1}{2(2^x-1)}=x\cdot\frac{\frac{1}{2}(2\cdot 2^x-2)+2}{2(2^x-1)}=x(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x-1})=f(x)$$

$\therefore f(x)$是偶函数

(2)$x>0$ 时，$\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2}>\frac{1}{2}$ $\therefore f(x)=x\cdot(\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2})>0$

$x<0$ 时　　$f(x)=f(-x)>0$　　$\therefore f(x)>0$

四、[小结]

1. 讨论函数的奇偶性时，应先求函数的定义域，看定义域是否关于原点对称

2. 对于奇、偶函数，若已知它在 y 轴一边的图象（或解析式），可根据性质，求出另一边图象（或解析式）

五、[课后练习]

1.（1）已知函数 $y=f(x)$　$x\in(-a、a)$，则 $F(x)=f(x)+f(-x)$是[　　]

（A）奇函数　（B）偶函数　（C）是奇函数又是偶函数

（D）非奇非偶函数

（2）$f(x)=\frac{1+Sinx-Cosx}{1+Sinx+Cosx}$是[　　]

（A）奇函数　（B）偶函数　（C）奇函数，又是偶函数

（D）非奇非偶函数

2. 判断下列函数的奇偶性

（1）$f(x)=xCos(x-\frac{\pi}{2})$

（2）$f(x)=log_a(x+\sqrt{x^2+1})$　（$a>0$ 且 $a\neq1$）

（3）$f(x)=\frac{\sqrt{1-x^2}}{|x+2|-2}$（4）$f(x)=\frac{x(a^x-1)}{a^x+1}$（$a>0$ 且 $a\neq1$）

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com