



高等职业教育“十二五”规划教材

计算机应用数学

JISUANJI
YINGYONG
SHUXUE

◎主编 陈艳平



重庆大学出版社

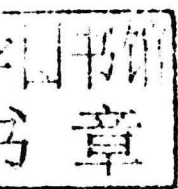
<http://www.cqup.com.cn>

高等职业教育“十二五”规划教材

计算机应用数学

主 编 陈艳平

副主编 黄开健



重庆大学出版社

内容提要

本书按照教育部制定的《高职高专高等数学课程教学基本要求》,从当前高职高专教育的实际情况出发,贯彻“必须、够用”的原则,结合编者多年的教学实践和探索编写而成。

内容包括:函数极限与连续、导数与微分、不定积分、定积分及其应用、线性代数、概率初步、统计初步、图论、二元关系与数理逻辑、数学软件包 MATLAB 及其应用等 10 个项目(书中标*的为选学内容)。本书每项目各任务后都配有一定的习题,并在书后附有参考答案。

本书可作为高职高专、成人高校的计算机及相关专业的数学教材或自学用书,其他专业也可参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

计算机应用数学/陈艳平主编. —重庆:重庆大学出版社,2013.12
高等职业教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5624-7837-9

I. ①计… II. ①陈… III. ①电子计算机—应用数学
—高等职业教育—教材 IV. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 273027 号

计算机应用数学

主 编 陈艳平
副主编 黄开健
策划编辑:范 莹
责任编辑:文 鹏 版式设计:范 莹
责任校对:邬小梅 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行
出版人:邓晓益
社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号
邮编:401331
电话:(023) 88617190 88617185(中小学)
传真:(023) 88617186 88617166
网址:<http://www.cqup.com.cn>
邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)
全国新华书店经销
POD:重庆书源排校有限公司

*

开本:787×960 1/16 印张:24.5 字数:427 千
2014 年 8 月第 1 版 2014 年 8 月第 1 次印刷
印数:1—2 000
ISBN 978-7-5624-7837-9 定价:46.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换
版权所有,请勿擅自翻印和用本书
制作各类出版物及配套用书,违者必究

编写委员会

- 主任:**林 彬 福建商业高等专科学校党委书记
- 副主任:**黄克安 福建商业高等专科学校校长、教授、硕士生导师、政协福建省
常委、国务院政府特殊津贴专家、国家级教学名师
- 吴贵明 福建商业高等专科学校副校长、教授、博士后、硕士生导师、
省级教学名师
- 秘书长:**刘莉萍 福建商业高等专科学校教务处副处长、副教授
- 委员:**(按姓氏笔画排序)
- 王 瑜 福建商业高等专科学校旅游系主任、教授、省级教学名师
- 叶林心 福建商业高等专科学校商业美术系副教授、福建省工艺美术
大师、高级工艺美术师
- 庄惠明 福建商业高等专科学校经济贸易系党总支书记兼副主任(主
持工作)、副教授、博士后、硕士生导师
- 池 玫 福建商业高等专科学校外语系主任、教授、省级教学名师
- 池 琛 中国抽纱福建进出口公司总经理
- 张荣华 福建冠福家用现代股份有限公司财务总监
- 陈增明 福建商业高等专科学校教务处长、副教授、省级教学名师
- 陈建龙 福建省长乐力恒锦纶科技有限公司董事长
- 陈志明 福建商业高等专科学校信息管理工程系主任、副教授
- 陈成广 东南快报网站主编
- 苏学成 北京伟库电子商务科技有限公司中南大区经理
- 林 娟 福建商业高等专科学校基础部主任、副教授
- 林 萍 福建商业高等专科学校思政部主任、副教授、省级教学名师
- 林常青 福建永安物业公司董事长
- 林军华 福州最佳西方财富大酒店总经理
- 洪连鸿 福建商业高等专科学校会计系主任、副教授、省级教学名师
- 章月萍 福建商业高等专科学校工商管理系主任、副教授、省级教学名师
- 黄启儒 福建海峡服装有限公司总经理
- 董建光 福建交通(控股)集团副总经理(副厅级)
- 谢盛斌 福建锦江科技有限公司人力行政副总经理
- 廖建国 福建商业高等专科学校新闻传播系主任、副教授

序

胡锦涛同志在清华大学百年校庆讲话中提出,人才培养、科学研究、服务社会、文化传承创新是现代大学的四大功能。高校是人才汇集的高地、智力交汇的场所,在这里,古今中外的思想、理论、学说相互撞击、相互交融,理论实践相互充实、相互升华,百花齐放、百家争鸣,并以其强大的导向功能辐射影响全社会,堪称社会新思想、新理论、新观念的发源地和集散中心。教师扮演着人类知识传承者和社会责任担当者的角色,更应践行“立德、立功、立言”人生三不朽。

当下许多教师,特别是青年教师尚未脱离从家门到校门、从校门再到校门的“三门学者”的路径依赖,致使教学内容单调、研究成果片面。要在教学上有所成绩、学术上有所建树、事业上有所成就,不仅要做“出信息、出对策、出思想”的“三出学者”,更要从“历史自觉”的高度有效克服自身存在的“历史不足”,勇于探索出一条做一名“出门一笑大江横”“出类拔萃显气度”“出人头地见风骨”的“三出学者”路径。作为高职高专院校的教师,要培养学生成为“应用型”“高端技能型”人才,更要亲密接触社会、基层获取实践经验,做到既博览群书又博采众长,既“书中学”更“做中学”,成为既有理论又有实践经验的综合型人才。

百年商专形成了“铸造做人之行,培育做事之品”的“品行教育”特色。学校在做强硬实力的同时,不遗余力致力于软实力建设。要求教师一要敢于接触社会,不能“两耳不闻窗外事,一心只读圣贤书”,要广泛接触社会,了解社情民意,与企事业单位“亲密接触”;二要勇于深入基层,唯有对基层、对实际有深入的了解,才能做到“春江水暖鸭先知”,才能适时将这些知识与信息传播给学生;三要勤于实践锻炼,教师只有自觉增强实践能力,接受新信息、新知识、新概念,了解新理念,跟踪新技术,不断更新自身的知识体系和能力结构,才能更加适应外界环境变化和学生发展的需求。俗话说:“要给学生一杯水,自己就要有一桶水”,现在看来,教师拥有“一桶水”远远不够了,教师应该是“一条奔腾不息的河流”!教师要有“绝知此事要躬行”的手、要有“留心处处皆学问”的眼、要有“跳出庐山看庐山”的胆,在“悬思—苦索—顿悟”之后,以角色自信和历史自觉,厚积薄发,沉淀思想、观点、经验、体悟。

百年商专,在数代前贤和师生的共同努力下,取得了无数的荣誉,形成了自己的特色和性格,拥有了自己的尊严和声誉,奠定了自己的地位和影响,也创出

了自己的品牌和名气。不同时代的商专人都应为丰富商专的内涵作出自己的贡献。当下的“商专人”更应以“商专人”为荣,靠精神、靠文化、靠人才、靠团结、靠拼搏,敬业精业、齐心协力、同舟共济,强基固本、争先创优,攻坚克难、奋发有为。在共同感受学生成长、丰富自己人生、铸就学校未来的同时,服务社会、奉献社会,为我国的高职教育作出自己一份贡献。

源于此,学校在长乐企业鼎力支持下建立“校本教材出版基金”,鼓励和支持有丰富教学与企业经验、较高学术水平与教材编写能力的教师和相关行业企业专家共同编写校本教材。本系列校本教材在编写过程中,力求实现体现“校企合作、工学结合”的基本内涵;符合高职教育专业建设和课程体系改革的基本要求,以“基于工作过程或以培养学生实际动手能力”为主线设计教材总体架构;符合实施素质教育和加强实践教学的要求;反映科学技术、社会经济发展和教育改革的要求;体现当前教学改革和学科发展的新知识、新理念、新模式。

斯言不尽,代以为序。

福建商业高等专科学校党委书记 林 彬

2011 年 12 月

前言

根据高职高专的培养目标,计算机数学教学的任务不仅仅是满足计算机类各专业后续课程对数学的需要,培养学生应用数学的意识、兴趣和能力,满足学生自主学习能力的培养和形成的需求,还要具有把社会生活问题转化为数学问题,并能借助于计算机与数学软件求解实际问题的能力。

本书是编者在多年教学的基础上,本着“应用为主,够用为度,学有所用,用有所学”的定位原则,遵循“拓宽基础、培养能力、重在应用”的宗旨,结合高职高专学生特殊层次的实际情况编写的。内容包括函数极限与连续、导数与微分、不定积分、定积分及其应用、线性代数、概率初步、统计初步、图论、二元关系与数理逻辑,数学软件包 MATLAB 及其应用等各项目,书中标“*”的为选学内容。

本书力求体现以下几点特色:

- 1.分项目,用任务驱动,链接相关专业知识需要等,明确每个项目学习的必要性。
- 2.精选例题与习题,贯彻由浅入深的原则,让教材“读得进,用得上”。
- 3.在科学性的原则下,尽量借助于几何直观,力求使抽象的概念形象化,帮助学生理解。
- 4.强化图形与实例的结合,降低学生掌握同等程度知识的难度。
- 5.多用一题多解、类比迁移等方法,有效沟通知识间的联系,突破教学难点,有利于学生消化所学的内容,培养与提高学生自主学习的能力。
- 6.强调重要数学思想方法的突出作用。例如,在极值问题、图论的最短路径、最优支撑树等内容强调最优化思想;在积分中强调极限思想。
- 7.注重数学建模思想、方法的渗透。通过应用实例引入数学概念,培养学生用数学知识解决实际问题的意识与能力。
- 8.弱化复杂的及技巧性很强的计算内容,引入了交互性好、功能强大、易于掌握的 MATLAB 数学软件,让学生养成借助计算机及数学软件求解数学模型的能力。

本书由陈艳平担任主编,负责拟订全书的框架、统稿、定稿等;福建富士通

信息软件有限公司的高级工程师黄开健任副主编,参与商讨大纲、体例、编写项目及任务。全书的编写分工如下:项目1至项目7和项目9由陈艳平编写,项目8由陈黎钦编写,项目10由庄金洪编写。林娟教授对本书的部分内容的编写提出了许多有益的建议,在此表示感谢。

本书在编写过程中,得到福建商业高等专科学校的领导及重庆大学出版社的鼎力支持,在此深表谢意!

由于编者水平有限、编写时间仓促,书中难免存在疏漏和不妥之处,恳请读者批评指正。

编 者
2013 年 8 月

目 录

项目 1 函数、极限与连续	1
任务 1.1 认知函数	2
任务 1.2 探究函数的极限	13
任务 1.3 用无穷小量与极限性质计算极限	18
任务 1.4 用两个重要极限与等价无穷小计算极限	24
任务 1.5 探究函数的连续性	29
项目 1 任务关系结构图	35
自我检测 1	36
项目 2 导数与微分	38
任务 2.1 认知导数	39
任务 2.2 求函数导数	46
任务 2.3 求函数微分	51
任务 2.4 探究导数的应用	56
项目 2 任务关系结构图	65
自我检测 2	66
项目 3 不定积分	68
任务 3.1 认知不定积分	69
任务 3.2 用换元积分法求不定积分	74
任务 3.3 用分部积分法求不定积分	78
项目 3 任务关系结构图	82
自我检测 3	83

项目 4 定积分及其应用	86
任务 4.1 认知定积分	87
任务 4.2 认知微积分基本定理	94
任务 4.3 用换元积分法与分部积分法求积分	98
任务 4.4 计算广义积分	102
任务 4.5 探究定积分的应用	106
项目 4 任务关系结构图	111
自我检测 4	112
项目 5 线性代数	115
任务 5.1 认知行列式	117
任务 5.2 计算行列式与用克莱姆法则解方程组	124
任务 5.3 认知矩阵及矩阵的初等变换	131
任务 5.4 矩阵运算	138
任务 5.5 求逆矩阵	145
任务 5.6 求解线性方程组	153
项目 5 任务关系结构图	160
自我检测 5	161
项目 6 概率初步	164
任务 6.1 认知随机事件与概率	166
任务 6.2 计算随机变量的分布	181
任务 6.3 计算随机变量的数字特征	198
项目 6 任务关系结构图	205
自我检测 6	206
项目 7 统计初步	210
任务 7.1 数理统计的基本概念	211
任务 7.2 参数的点估计	217
任务 7.3 对参数区间估计	224
任务 7.4 假设检验	229
任务 7.5 方差分析与回归分析	241
项目 7 任务关系结构图	253

自我检测 7	254
项目 8 图论	257
任务 8.1 认知图	258
任务 8.2 用矩阵表示图	268
任务 8.3 认知欧拉图与哈密顿图	272
任务 8.4 求最优树	277
项目 8 任务关系结构图	293
自我检测 8	294
项目 9 二元关系与数理逻辑	297
任务 9.1 认知二元关系	298
任务 9.2 认知命题逻辑	309
任务 9.3 认知谓词逻辑	323
项目 9 任务关系结构图	330
自我检测 9	330
项目 10 数学软件包 MATLAB 及其应用	334
任务 10.1 初识数学软件包 MATLAB	335
任务 10.2 MATLAB 在微积分、线性代数、概率统计中的应用	343
任务 10.3 用 MATLAB 绘制函数图形	359
项目 10 任务关系结构图	368
自我检测 10	368
参考答案	371
附 录	
附录 1 反三角函数与常用的三角函数公式	387
附录 2 概率预备知识	389
附录 3 标准正态分布表	390
参考文献	391

项目1 函数、极限与连续

【知识目标】

- 1.理解函数概念;了解反函数和复合函数的概念;掌握基本初等函数的性质.
- 2.知道函数极限及左、右极限的概念;了解无穷小与无穷大的概念,知道无穷小的性质;掌握极限的四则运算法则;知道两个重要极限.
- 3.理解函数在一点连续的概念,知道闭区间上连续函数的性质.

【技能目标】

- 1.会求函数的定义域并能用区间表示;会求函数值及函数表达式;能作简单的函数图像;能列出简单的实际问题中的函数关系.
- 2.会判定无穷大、无穷小;会进行极限的运算,会用两个重要极限求函数的极限,会用极限求解简单的应用题.
- 3.会判定函数在一点的连续性,会求函数的间断点并判定其类型.
- 4.会应用“有限到无限”极限的思想方法.

【相关链接】

计算机学科最初来源于数学学科与电子学学科.计算机硬件制造的基础是电子科学和技术,计算机系统设计、算法设计的基础是数学,所以数学与电子学知识是计算机学科重要的基础知识.计算机学科在基本的定义、公理、定理和证明技巧等很多方面都要依赖数学知识和数学方法.

软件工程学导师北京工业大学应用数理学院的王仪华教授曾经教导过他的弟子们,数学系的学生到软件企业中大多做软件设计与分析工作,而计算机系的学生做程序员的居多,原因就在于数学系学生受到的分析推理能力的训练远远超过他们.

由于分析研究的问题解决方案是连续的,因而微分(项目1、项目2)、积分(项目3、项目4)是必需的知识与工具.

【推荐资料】

1. 华罗庚. 高等数学引论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009.

这本书的最大优点并不在于理论的阐述, 而是在于他的理论完全实例化, 在生活中去找模型. 正因为理论是从实践当中抽象出来的, 所以理论的研究才能够更好地指导实践.

2. 张筑生. 数学分析新讲[M]. 北京: 北京大学出版社, 1990.

这本书不仅是在传授数学知识, 而且是在让读者体会科学的方法与对事物的认识方法.

3. 陈为. 计算机中的数学[05]_《数学分析(五): 隐函数》[OL].

http://v.youku.com/v_show/id_XNTgyNjQ0NTY4.html?f=19476662

指出电影《终结者》中水银人变形的动画, 是采取变形球曲面生成的方法将球的势能函数表达为隐函数来做成的; 在讲到隐函数可以用于图形分割时, 指出二维图形中分割心脏的两个门腔, 其核心是隐函数表达不同物质之间的界面.

注: “计算机中的数学”系列视频[OL].

http://www.youku.com/playlist_show/id_19476662.html

由浙江大学计算机学院庄越挺院长总策划、8位老师、10讲内容, 生动地介绍了微积分和线性代数基本概念在计算机学科中的各种有趣应用!

【案例导入】气温与时间的关系

将一盆 80°C 的热水放在一间室温为 20°C 的房间里, 如何准确地表示水温随时间变化的关系呢?

任务 1.1 认知函数

1.1.1 函数的概念

1) 函数的定义

定义 1 设 x 和 y 是同一变化过程中的两个变量, D 是一个给定的非空数集. 如果对于每个数 $x \in D$, y 按一定的法则总有一个确定的数值和它对应, 则称

y 是 x 的函数, 记作 $y=f(x)$. 这里, x 称为自变量, y 称为因变量. 自变量的取值范围 D 称为函数的定义域, 记为 D_f . 相应地, 因变量的取值范围称为函数的值域, 记作 R_f .

称 $y_0=f(x_0)$ 为函数在 $x=x_0$ 处的函数值.

对于自变量的每一个取值, 函数 y 有唯一确定的一个值与之对应, 这样的函数称为单值函数, 否则称为多值函数. 例如, 函数 $y=x^3$ 是单值函数, 而 $x^2+y^2=r^2$ 是多值函数.

注 在讨论函数时, 经常会用到邻域的概念. 称开区间 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ 为点 x_0 的 δ 邻域, 简称为点 x_0 的邻域; 称 $(x_0-\delta, x_0) \cup (x_0, x_0+\delta)$ 为点 x_0 的去心邻域, 其中 δ 为正数, 称为邻域的半径.

2) 函数的两个要素

定义域 D_f 和对应法则 f 是函数的两大要素. 两个函数相同的充要条件是定义域和对应法则分别一致.

(1) 对应法则 f

函数 $f(x)$ 中的 f 反映了自变量与因变量之间的对应规则. 对应规则也常常用 φ, h, g, F 等表示, 那么相应的函数也就记作 $\varphi(x), h(x), g(x), F(x)$ 等. 有时为简化符号, 函数关系也可记作 $y=y(x)$, 此时等号左边的 y 表示函数值, 右边的 y 表示对应规则.

例 1 $f(x)=x^2 \cdot \sin x$, 求 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

解 f 的对应规则为 $f(\quad)=(\quad)^2 \cdot \sin(\quad)$,
所以 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi^2}{4}$.

例 2 $f(x-1)=x^2+3x$, 求 $f(x)$.

解 令 $x-1=t$, 则 $x=t+1$, 从而
$$f(t)=(t+1)^2+3(t+1)=t^2+5t+4.$$

所以 $f(x)=x^2+5x+4$.

例 3 判断函数 $y=x$ 和 $y=\frac{x^2}{x}$ 是否是相同的函数关系.

解 函数 $y=x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$. 而函数 $y=\frac{x^2}{x}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. 它们的定义域不同, 所以这两个函数是不同的函数关系.

例 4 判断函数 $y=1$ 和 $y=\sin^2x+\cos^2x$ 是否是相同的函数关系.

解 函数 $y=1$ 与 $y=\sin^2x+\cos^2x$ 的定义域都是 $(-\infty, +\infty)$, 而 $\sin^2x+\cos^2x=1$, 由于它们的定义域相同, 对应规则也相同, 所以它们是相同的函数.

(2) 定义域

对于由数学解析表达式所表示的函数, 其定义域就是使函数的表达式有意义的自变量所取的一切实数组成的集合. 在求解过程中我们通常要注意以下几点:

- ①在分式 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 中, 分母 $g(x) \neq 0$;
- ②在根式 $\sqrt[n]{f(x)}$ 中, 当 n 为偶数时, $f(x) \geq 0$; 当 n 为奇数时, $f(x) \in \mathbf{R}$;
- ③在对数 $\log_a f(x)$ 中, 真数 $f(x) > 0$, 底数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$;
- ④在反三角函数(见附录 1)中, 应满足反三角函数的定义要求;
- ⑤如果函数的解析表达式中含有分式、根式、对数式和反三角函数式中的两者或两者以上的, 求定义域时应取各部分定义域的交集.

例 5 求函数 $y=\sqrt{x-2}+\frac{1}{3-x}$ 的定义域.

解 要使函数有意义, 必须满足

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 3-x \neq 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 3 \end{cases},$$

所以该函数的定义域为 $D=[2, 3) \cup [3, +\infty)$.

在实际问题中, 函数的定义域应根据实际意义来确定. 例如, 圆的面积 $S=\pi \cdot r^2$, 其定义域为 $r \in (0, +\infty)$; 设某种书籍的单价为 8.5 元, 订购此种书籍 x 本, 需要的总费用为 y 元, 则有 $y=8.5x$, 其定义域为 $x \in \mathbf{N}$, 其中 $\mathbf{N}$ 为非负整数.

3) 函数的表示法

常用的函数表示法有表格法、图形法和公式法.

例 6 某一时期中国银行人民币整存整取定期储蓄的存期与年利率如表 1.1 所示.

表 1.1

存期	三个月	半年	一年	二年	三年	五年
年利率/%	2.85	3.05	3.25	3.75	4.25	4.75

这是用表格表示的函数.

例7 案例导入中的水温与时间的关系,可用图 1.1 表示.

例8 某市出租车的收费标准为:3 km 内收费 10 元,超过 3 km 后每 km 收费 2 元. 该市出租费与千米数的函数关系如图 1.2 所示.

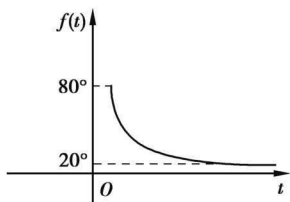


图 1.1

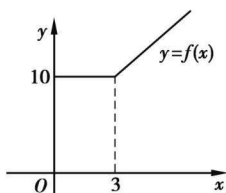


图 1.2

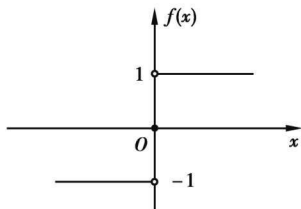


图 1.3

图 1.2 所示的函数关系,也可用解析表达式表示为

$$f(x) = \begin{cases} 10, & 0 \leq x \leq 3 \\ 10 + 2x, & x > 3 \end{cases}.$$

容易看出,上述函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, +\infty)$, 但它在定义域的不同区间上是用不同的解析式来表示的,这样的函数称为**分段函数**. 分段函数是定义域上的一个函数,不是多个函数. 分段函数需要分段求值、分段作图.

例9 设 $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, 求: (1) $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$; (2) $f(x)$ 的定义域; (3) 作出函数图.

解 (1) $f(-2) = -1$, $f(0) = 0$, $f(2) = 1$;

(2) $f(x)$ 的定义域为: $(-\infty, +\infty)$;

(3) 函数图如图 1.3 所示.

1.1.2 函数的几个特性

1) 单调性

定义 2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $I \subseteq D$. 若对于区间 I 内任意两点 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 总有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内**单调增加**, 区间 I 称为**单调增区间**; 若当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内**单调减少**, 区间 I 称为**单调减区间**. 若当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内**单调不减**; 若当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) \geq f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内**单调不减**.

由定义易知, 单调增加函数的图形当自变量从左向右变化时, 函数的图像

是逐渐上升的[图 1.4(a)],单调减少函数的图形当自变量从左向右变化时,函数的图像是逐渐下降的[图 1.4(b)]. 单调不增的图形见图 1.1,单调不减的图形见图 1.2.

单调增加函数和单调减少函数统称为**单调函数**,函数的这种特性称为**单调性**.

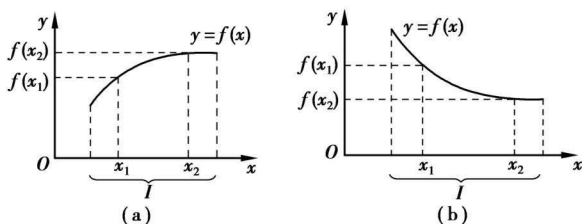


图 1.4

在项目 2 任务 2.4 中,将专门研究函数单调性的判定.

2) 奇偶性

定义 3 设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称,若对任意 $x \in D$,恒有 $f(-x) = -f(x)$,则称 $f(x)$ 为**奇函数**;若对于任意 $x \in D$,恒有 $f(-x) = f(x)$,则称 $f(x)$ 为**偶函数**.

奇函数的图形关于坐标原点对称,如图 1.5 所示;偶函数的图形关于 y 轴对称,如图 1.6 所示.

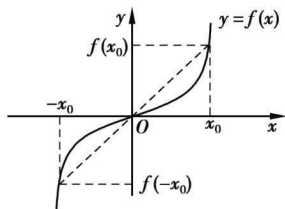


图 1.5

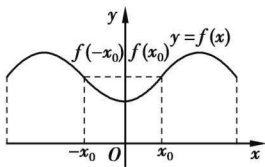


图 1.6

例 10 判断 $f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$ 的奇偶性.

解 函数的定义域为 $D_f = (-1, 1)$, D_f 关于原点对称.

因为 $f(-x) = \lg \frac{1-(-x)}{1+(-x)} = \lg \frac{1+x}{1-x} = \lg \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{-1} = -\lg \frac{1-x}{1+x} = -f(x)$, 所以

$f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$ 为 $(-1, 1)$ 内的奇函数.