

本书基于Sagemath免费开源系统，全面论述了其作为高等数学、大学物理等基础课程运用平台的实用性及其应用方法。为提高理工科教学的实际教学质量，培养学生自学习和科学探究的能力，开辟了新的途径和方法。该书图表丰富，内容广泛，也是理工科学生从事科学研究的有益参考资料。●

# Sagemath 与物理学

马治 张铁炳 宋金国●编著



黄河出版传媒集团  
宁夏人民出版社

## 作者简介 ZUOZHE JIANJIE



马治，甘肃省平凉市庄浪县人。2012年6月毕业于兰州大学，获得理学博士学位。2012年8月开始任职于宁夏大学。目前主要从事凝聚态物理铁磁、铁电、铁弹材料的理论与实验研究工作。

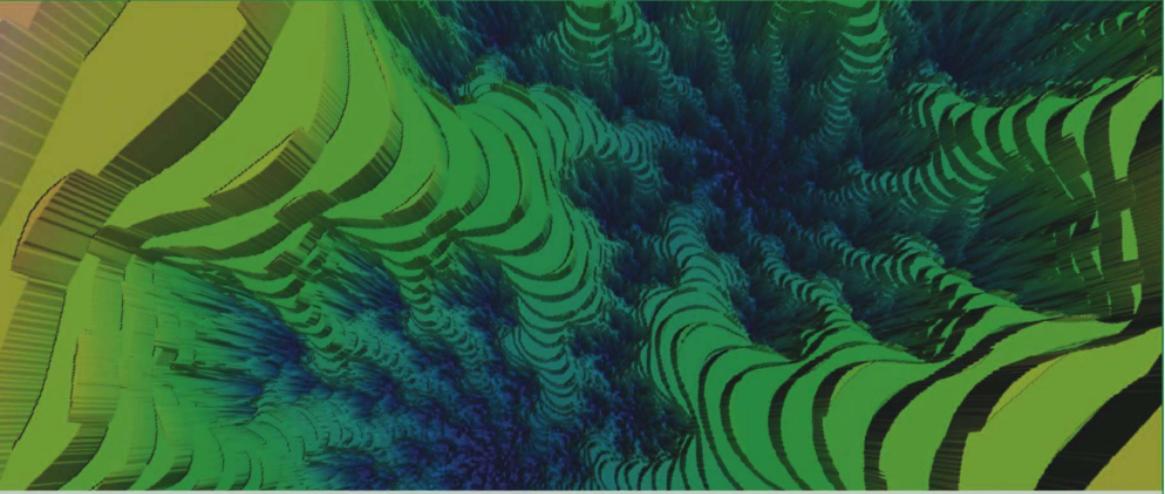


张轶炳，教授，硕士生导师，主要研究领域是大学、中学物理教育，主持各级各类研究课题十余项，公开发表研究论文三十多篇。



宋金国，本科毕业于宁夏大学，获山东大学硕士学位，从事基础数学、应用数学方面的教学研究工作，出版著作《微积分方法论》。发表论文十余篇。

责任编辑 姚小云  
封面设计 伊 青



## 著述特色

本书详细论述了Sagemath的在线免费开源系统与软件系统及其在问题研究中的应用方法，为大学生和研究生进行科研训练、问题研究提供必要的方法支持。主要具有下面几个方面的特色：

1. 该书是国内第一本全面系统地论述基于Sagemath的在线开源系统与软件系统应用的图书。书中以高等数学、大学物理中的典型例题为例，通过代码编写、交互学习等，展示了其优越性。
2. 深入浅出，内容丰富。该书以在线的Sagemathcloud为工具，通过易于书写的代码编写，就可轻松实现高等数学中复杂的多重微积分，物理学中复杂的常微分方程与偏微分方程求解。图谱多样，参考性强，物理图像清晰明了。
3. 上网即学，可扩展，可深化。不管采用任何移动终端，只要可浏览网页，就可在线编程、研究数学物理问题。本书也详细地为在线编程提供了学习蓝本，同时补充说明了许许多多的相关资源，既可扩展学习，亦可深化学习。
4. 该书以高等数学、大学物理为例，为大学高等数学、大学物理等公共课以及专业课的学习，提供了一种变革的教师教学与学生学习的根本方法。力图避免只会聊天，不会编程的尴尬。该书是理工科大学生、研究生的良师益友。
5. 该书图谱云集，也是科学研究绘图的参考集。为科学的研究中复杂的数值关系研究、数据可视化研究提供了众多的绘图方法。

ISBN 978-7-227-06319-3

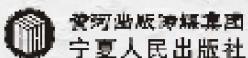
9 787227 063193

定价：38.00元

谨以此书献给所有  
为爱与自由不屈奋斗的人们

# *Sagemath* 与物理学

马 治 张轶炳 宋金国●编著



## 图书在版编目 ( C I P ) 数据

Sagemath与物理学 / 马治, 张轶炳, 宋金国编著. —  
银川 : 宁夏人民出版社, 2016.4  
ISBN 978-7-227-06319-3

I . ①S … II . ①马 … ②张 … ③宋 … III . ①数学 —  
应用软件 IV . ①O245

中国版本图书馆CIP数据核字 (2016) 第079831号

Sagemath 与物理学

马 治 张轶炳 宋金国 编著

责任编辑 姚小云

封面设计 伊 青

责任印制 肖 艳



黄河出版传媒集团  
宁夏人民出版社 出版发行

出版人 王杨宝

地 址 宁夏银川市北京东路139号出版大厦 (750001)

网 址 <http://www.nxpph.com> <http://www.yrpubm.com>

网上书店 <http://shop126547358.taobao.com> <http://www.hh-book.com>

电子信箱 [nxrmcbs@126.com](mailto:nxrmcbs@126.com) [renminshe@yrpubm.com](mailto:renminshe@yrpubm.com)

邮购电话 0951-5019391 5052104

经 销 全国新华书店

印刷装订 宁夏精捷彩色印务有限公司

印刷委托书号 (宁) 0000761

开 本 787mm × 1092mm 1/16

印 张 22 字 数 350千字

版 次 2016年4月第1版

印 次 2016年4月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-227-06319-3/O · 11

定 价 38.00 元

版权所有 侵权必究

| 宁夏大学优秀学术著作出版基金资助 |

# 学习方法说明

本书是一本简明的学习指导,目的是让读者学到有效的学习方法,并在短时间内尽可能多的掌握本书的内容。这本书建议用四种方法来读。

第一种:通读学习法。在本书写作的结构构思中,围绕三个大问题来写作本书。这三个问题是:一、Sage 软件是干什么的?它能解决哪些领域和范围内的问题?二、Sage 怎么输入数据和信息?它能将输入的信息进行怎样的处理?得到的结果是如何保存的?三、如何简明扼要且通俗易懂地与他人分享我们的编程经验学习方法?如果你带着这些问题来阅读本书,那么这本书就是最符合您阅读习惯的书了。它主要阐述 Sage 软件的功能,基本操作与结构框架,而细枝末节的问题尽量避免。当然,若想进一步深入学习,有了该书的基础,相信你也能顺风顺水。通读全书,观明张目,然后根据需要,精读或粗读,这样学习的目的明确,学习效率就高了。

第二种:实例学习法。首先,你需要知道在哪里输入代码,怎么运行程序。然后你可以找到书中任何一个你感兴趣的例子进行编程尝试,看能否得到你想要的结果。等你实践的例子多了,很多知识你也就掌握了,你的编程能力也提高了,解决实际问题就轻而易举了。学习的目的,就在于掌握知识然后运用之。实例学习,要做到举一反三,触类旁通。对于典型的例子,要反复多次琢磨其精妙之处,揣摩其适用的条件和环境。同时,要概括其鲜明特征,在脑海中形成深刻印象。这样,在碰见同类问题时,才能做到了然于胸,决胜千里。

第三种:“按图索骥”法。现在的书籍资料浩如烟海,我们若要博览群书,耗尽心血也难以尽读。既然事业无限而生命有限,何妨来个按图索骥?有了现实的具体问题,带着问题在本书中查找解决该问题的可借鉴方法,不失为明智之举。

事实上,我们正处在一个读图时代。图,不止能传递丰富的信息,同时也能表达某种思想或者情感。读图,我们能掌握许多信息,同时从精美的图片中,也能感受色彩的和谐,构思的精巧,也便于形成形象思维,构筑形象记忆。要把图的绘制看作除文字之外的另一种表达方式。它往往能做到抽丝剥茧,化抽象为具体,给人鲜明的印象体验。我时常拿起这本书,寻找某个精美图片的绘制方法,就是如此。

第四种:“日新月异”法。学习是一种旷日持久、与生相随的事情,要学会循序渐进,以期取得“日新月异”的进步。年轻的时候,对学识之渴望十分炽烈,往往每日“狼吞虎咽”。这样的日子其实坚持不了多久便生厌倦。厌倦会使得学习产生停滞、倦怠。时日拖久了,学习的情绪便由爱转恨,再难进行,终究导致效果不佳。思来想去,不若循序渐进,持之以恒。坚持一日,便有一日所得。坚持一月,便有大差异。若坚持若干年,学已大成矣。

软件的设计,是为了解决我们生活中或者科学的研究中某个具体问题。Sage就为此建立了一个方便简易的平台。因此,学习的时候,不妨多提几个问题,看能否找到答案。在摸索之后,看是否可以找到相关的参考。最后,要学会归纳和总结。它应包括失败原因的分析,成功经验的借鉴和解决问题方法的总结。

程序与软件,在一定程度上反映了人们处理事情的顺序和解决问题的思路。既有“策略”框架,也有“战术”细节。既有经验的总结,也有对未知领域的探索。所以,不妨多“摸索”,多总结。实践出真知,“简单常在复杂后”。

最后,或许需要强调的是,学习的过程,是一个塑造完美自我、解放和发展自我的过程,不能过于急功近利。所谓“读书志在圣贤,非徒科第”。有了这样的学习支点,学习就不再是痛不欲生的事了,就有了长久的动力。当你喜欢学习之后,本书提供的学习方法可以作为今后学习的引导和参考。希望本书提供的学习方法能为刚刚开始研究性学习的人们提供些许帮助,为他们的学习“远征”注入永恒生命力。

# 序

当代科学研究的发展已经将我们带入到一个全新的数字化时代。数字化、可视化互联成为大势所趋。在这一伟大进程中,计算机担当了不可替代的角色。时代的发展呼唤富有创新价值与人文精神的教育。使用计算机进行创作引发对科学的深度思考,这已然成为现代教育与科学研究的一个重要课题。

理论物理、实验物理、计算物理将物理学三分天下。而今,物理学的进展与计算能力的提升密不可分。可是,本科与研究生教学往往将计算机与物理学自然割裂。学生热衷于计算机带来的娱乐享受,而无法将基于计算机的物理探究作为乐趣之一。物理教学中,许多理论知识泛泛而谈,学生兴趣不大。数学教学,学生也感到枯燥乏味。

普通民众对数学、物理学亦颇感兴趣,但惧怕它们概念与定律的深奥难懂,时常产生对这些基础科学有什么用的疑问。人们对技术的应用是有深刻感知的,比如电脑、手机、互联网。但很少理解“科学是技术的根脉,技术是科学的叶芽”——它们之间这一脉相承的关系。从技术入手去探求科学的原理,可以为新发现奠定基础。基于计算机与互联网技术,我们可以对数学、物理等基础科学有更加明晰、准确的理解。这无疑是普通民众掌握科学基本原理、形成基本科学素养的一个全新通道。基础科学领域的学者,也应随着时代的变迁,运用新的沟通交流工具或表达方式,架设一座桥梁,以跨越彼此之间的鸿沟,达到传道、授业、解惑之目的。

将物理学的理论性与计算机的实践性、高效性、可视化结合起来,一定会使得教与学别有一番天地。掌握物理理论、数学理论,使用计算机进行推导探究、计算模拟、图像可视化呈现,一方面避免学生只动脑不动手,感到枯燥厌倦;另

一方面,通过动手实践,提高学生求解问题,进行科学探究的能力。同时,也为各领域工作的人们,解决他们所面临的问题,提供了一个新渠道,一种可以借鉴的新方法。

开源软件的开发和使用,对教育及科学研究具有强大的支撑作用。然而,软件功能的强弱与掌握难易程度往往影响其使用范围和教学实效。Sagemath 是众多科学家精诚合作的结晶,它功能强大但不失简单易学。Sagemath 选择 Python 为其编程语言,正是看到了该语言的简洁与灵活。由此,我们可以专注于探究科学问题的本质,而不必关注计算机语言自身。Sagemath 的目标是替代 Maple、Matlab、Mathematica、Magma 等,使之成为教育与科学领域的一把“瑞士军刀”。这一雄心壮志的结果解决了学习众多语言的混杂繁琐,“毕其功于一役”。

然而,使用这把“瑞士军刀”却并非易事。在网络中与其相关的信息纷繁芜杂,其在物理学中应用举例更是难得一见。要把它全部内容理想化地尽情呈现,难度非常大。加之平日琐事繁多,生活捉襟见肘,本书写作过程十分艰难。本书凝聚了我的亲人、同事、领导的大量心血和劳动。我的父母始终热情地、忘我地支持我的教学与科学工作。我的妻子竭尽所能地照顾家人,给我留出了写作时间。我的同事张轶炳教授、宋金国教授、陈焕铭教授、王旭明教授、任克亮教授对本书的各章节提出了许多好的改进意见。宁夏大学物理电气信息学院的领导对本书的出版给予了热情的支持和帮助。宁夏人民出版社姚小云编辑则热情细致地组织了本书的出版。我在此对他们表示深切的感谢。

掌握 Sagemath 软件系统,对物理学问题进行研究,对物理专业本科生与研究生现有教学进行方法革新,内容十分丰富并饶有兴味。在物理学与计算机科学著作的汪洋大海中,本书之见,是为一家之言,一孔之见,难免有许多不妥甚至错误,恳请读者给予批评和指正。

马 治

二〇一六年四月二十五日于宁夏大学金波湖畔

# 目 录

<b>第一章 简述软件学习背景 .....</b>	<b>1</b>
1.1 Sage 软件简介 .....	1
1.1.1 什么是 Sage 或者 Sagemath? 有何特点? .....	1
1.1.2 Sage 为什么以 Python 作为编程语言? .....	3
1.1.3 Sage 软件的产生和发展 .....	3
1.1.4 Sage 软件的基本功能 .....	4
1.1.5 Sage 软件的运行方式 .....	5
1.2 Sage 软件的学习方法 .....	5
1.2.1 从读书开始 .....	5
1.2.2 从实践开始 .....	5
1.3 Sage 在网络上的运行和计算 .....	6
1.3.1 注册与登录 .....	6
1.3.2 创建工程与文件管理 .....	7
1.3.3 创建程序文件与在线计算 .....	8
1.3.4 简单计算与作图 .....	9
1.3.5 账户管理与信息变更 .....	11
<b>第二章 软件的基本操作 .....</b>	<b>13</b>
2.1 软件的下载与安装 .....	13
2.1.1 在 Windows 下面进行安装 Sage .....	13
2.1.2 VirtualBox 的安装 .....	14
2.1.3 Sage.ova 的安装 .....	14
2.1.4 Sage Notebook 程序运行结果的存储 .....	16
2.2 软件的组织结构以及相关组件的调用方法 .....	21
2.2.1 Sage 软件的功能结构图 .....	21

2.2.2 Sage 软件紧密相关组件 .....	21
2.3 基本数据类型、运算级别、精度控制 .....	22
2.3.1 基本数值类型与序列类型 .....	22
2.3.2 Python 中的常用关键字 .....	24
2.3.3 运算符及其运算级别 .....	24
2.3.4 数值计算的精度控制 .....	26
2.3.5 Python 中的内建函数 .....	27
2.3.6 Python 中的几个容易忽略的语法 .....	28
2.4 Sage 软件基本操作归纳 .....	28
2.4.1 数据结构、常用命令、符号函数 .....	28
2.4.2 基本输入与输出 .....	34
2.4.3 绘图类型与图片保存格式 .....	35
2.4.4 二维图常见类型和绘图命令 .....	35
2.4.5 三维图常见类型以及绘图函数 .....	37
2.4.6 获取帮助模式 .....	38
2.4.7 模块调用与安装方法 .....	39
2.4.8 文本与图片中的 Latex 格式化输出 .....	40
2.5 定义函数、类、模块 .....	41
2.5.1 定义函数、六个基本常用函数 .....	41
2.5.2 定义类 .....	43
2.5.3 创建模块 .....	44
2.6 循环结构控制 .....	45
2.6.1 if 条件语句进行循环控制 .....	45
2.6.2 for 循环控制 .....	46
2.6.3 while 当循环控制 .....	47
2.6.4 循环语句的相互嵌套实例 .....	48
2.6.5 循环语句的 CPU 耗时 .....	49
2.7 基于 Python 的界面编写——Boa constructor .....	49
2.7.1 Boa 的安装 .....	49
2.7.2 Boa 中创建工程与添加控件 .....	51

2.7.3 在 Boa 中添加控件动作与程序运行 .....	52
2.7.4 将 Boa 程序 py 文件打包成 exe 文件 .....	54
2.7.5 在框架中添加菜单栏、工具栏、状态栏 .....	60
2.7.6 在窗口中添加 notebook, 进行分页设计 .....	62
2.7.7 StaticText、TextCtrl、SpinCtrl 中的赋值与取值 .....	63
2.7.8 进度条 gauge 的使用 .....	65
<b>第三章 Sage 软件的应用展示 .....</b>	<b>67</b>
<b>3.1 数值计算方面 .....</b>	<b>67</b>
3.1.1 作为高级计算器 .....	67
3.1.2 产生复数的运算 .....	68
3.1.3 矩阵运算与操作 .....	68
3.1.4 求解定积分 .....	69
3.1.5 线性方程组求解 .....	70
3.1.6 分解因式 .....	71
<b>3.2 符号运算方面 .....</b>	<b>71</b>
3.2.1 复杂表达式的化简 .....	71
3.2.2 使用微积分进行公式推导 .....	72
3.2.3 多项式方程的求解 .....	73
3.2.4 常微分方程的求解 .....	74
3.2.5 级数展开 .....	80
3.2.6 拉普拉斯变换 .....	80
<b>3.3 绘图功能 .....</b>	<b>80</b>
3.3.1 常用的数学函数名称的写法 .....	80
3.3.2 常见二维函数的绘图 .....	81
3.3.3 多个函数绘图的控制 .....	84
3.3.4 极坐标函数的二维绘图 .....	85
3.3.5 条状二维图的绘制 .....	90
3.3.6 参数函数二维图的绘制 .....	91
3.3.7 复变函数图的绘制 .....	94
3.3.8 等高线二维图的绘制 .....	101

3.3.9 隐函数二维图的绘制 .....	112
3.3.10 区域二维图的绘制 .....	117
3.3.11 密度二维图的绘制 .....	118
3.3.12 盘状图的绘制 .....	118
3.3.13 网络图的绘制 .....	119
3.3.14 矢量场图的绘制 .....	132
3.3.15 点图的绘制 .....	134
3.3.16 散点图的绘制 .....	134
3.3.17 文本图的绘制 .....	135
3.3.18 三维函数图绘制 .....	135
3.3.19 含有交互功能的三维函数图绘制 .....	143
3.3.20 含参数函数三维图的绘制 .....	145
3.3.21 隐函数三维图的绘制 .....	148
3.3.22 箭头状图的绘制 .....	150
3.3.23 贝兹曲线图的绘制 .....	150
3.3.24 参数函数表面三维图的绘制 .....	151
3.3.25 旋转三维图的绘制 .....	151
3.3.26 三维矢量图的绘制 .....	153
3.3.27 三维列表图的绘制 .....	154
3.3.28 多面体图的绘制 .....	156
3.3.29 渲染图的绘制 .....	159
3.3.30 绘图方式不同时的比较 .....	166
3.4 三维图浏览设置与绘图应用实例 .....	168
3.4.1 多角度图形方法研究函数的性质 .....	170
3.4.2 综合练习实例:晶体的点阵结构 .....	173
3.4.3 综合练习实例:头戴斗篷的飞人 .....	174
3.4.4 动画制作 .....	174
3.5 使用 matplotlib 进行静态绘图 .....	175
3.5.1 绘制正弦曲线图与三维散点图 .....	175
3.5.2 绘制二维曲线图 .....	178

3.5.3 绘制函数图 .....	178
3.5.4 绘制随机数图 .....	179
3.5.5 绘制三维等高线图 .....	180
3.5.6 绘制三维空间曲线图 .....	184
3.5.7 绘制饼形图 .....	187
3.5.8 绘制基于极坐标与直角坐标的作图 .....	188
3.5.9 绘制平行排列图 .....	189
3.5.10 绘制平面矢量图 .....	191
3.6 使用 matplotlib 进行动态绘图 .....	195
3.6.1 数据更新时动态绘图 .....	195
3.6.2 数据随机动态绘图 .....	197
3.6.3 数据衰减动态绘图 .....	199
3.7 数据拟合 .....	200
3.7.1 线性拟合 .....	200
3.7.2 非线性拟合 .....	201
3.7.3 数据拟合补充说明 .....	202
3.8 数理统计 .....	204
3.8.1 描述性统计 .....	204
3.8.2 假设检验 .....	210
3.9 公式排版与网页交互 .....	210
3.9.1 Latex 的安装与数学公式排版 .....	210
3.9.2 proTeXt 的安装和调试 .....	211
3.9.3 基于 Sage 的网页交互 .....	212
3.10 利用 pylab 进行绘图 .....	222
3.10.1 绘制三维曲面及其投影图 .....	222
3.10.2 绘制二维等高线图 .....	223
3.10.3 使用 imshow 命令绘图 .....	224
3.10.4 使在图片中显示公式 .....	224
<b>第四章 Sage 软件与其他软件(包)之间的交互 .....</b>	<b>226</b>
4.1 数值计算与 Python .....	226

4.1.1 NumPy .....	226
4.1.2 Scipy .....	229
4.1.3 Cvxopt .....	231
4.2 编译代码之间的交互 .....	231
4.2.1 从 Fortran 到 Python(F2py) .....	231
4.2.2 从 C/C++到 Python(Weave) .....	232
4.2.3 从 MPI 到 Python(MPI4py) .....	232
4.3 并行计算 .....	233
4.4 可视化 .....	233
4.4.1 使用 Easyviz 的例子 .....	234
4.4.2 下载和安装 Mayavi .....	234
4.4.3 使用 Mayavi 的已有范例 .....	239
4.4.4 Mayavi 中工程文件和二维图像的保存 .....	242
4.4.5 Mayavi 中使用命令编程的过程 .....	243
4.4.6 Mayavi 中绘制三维图 .....	245
4.4.7 Mayavi 中使用 mlab 模块进行动画编程 .....	275
4.4.8 Mayavi 中的设置 .....	278
<b>第五章 软件 Sage 在物理领域中的应用实例 .....</b>	<b>279</b>
5.1 Sage 在牛顿力学中的应用实例 .....	279
5.1.1 Sage 求解运动学问题 .....	279
5.1.2 Sage 求解动力学问题 .....	287
5.1.3 Sage 求解刚体转动问题 .....	288
5.1.4 变质量物体的运动 .....	295
5.2 Sage 在热学领域的应用实例 .....	296
5.2.1 理想气体的状态方程 .....	296
5.2.2 光子热输运问题中的权重因子函数 .....	297
5.3 Sage 在光学领域的应用实例 .....	297
5.3.1 波动光学经典知识回顾 .....	297
5.3.2 牛顿环 .....	299
5.4 Sage 在电磁学领域的应用实例 .....	301