应用数学学习指导书

国家中等职业教育改革发展示范学校建设教材

主编 冯耀川
主审 徐福成

西南交通大学出版社
www.xnjdcbs.com

国家中等职业教育改革发展示范学校建设教材

应用数学学习指导书

冯耀川　主编

徐福成　主审

西南交通大学出版社
·成　都·

图书在版编目（CIP）数据

应用数学学习指导书 / 冯耀川主编. —成都：西南交通大学出版社，2014.7
国家中等职业教育改革发展示范学校建设教材
ISBN 978-7-5643-3148-1

Ⅰ. ①应… Ⅱ. ①冯… Ⅲ. ①应用数学–中等专业学校–教学参考资料 Ⅳ. ①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 142086 号

国家中等职业教育改革发展示范学校建设教材

应用数学学习指导书

冯耀川 主编

责任编辑	孟秀芝
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 （四川省成都市金牛区交大路 146 号）
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http: //www.xnjdcbs.com
印 刷	四川五洲彩印有限责任公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
印 张	11.75
字 数	278 千字
版 次	2014 年 7 月第 1 版
印 次	2014 年 7 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-3148-1
定 价	24.00 元

前　言

为了帮助学习有效地学习应用数学基础，更好地掌握教材的基本内容，培养学生的计算能力和分析问题、解决问题的能力，结合中职学校学生的实际情况，本着实用够用原则，组织数学教师编写了《应用数学学习指导书》. 本学习指导书是与冯耀川老师主编的《应用数学》相配套的学生学习用书.

本学习指导书着重培养学生的应用意识，强化专业课的服务性，增强数学的应用性，强化学生的计算能力，并注重学生未来发展的需要. 具有如下特点：

（1）本书章节和教材相匹配. 本书每一章节由内容提要、例题解析、精选习题和阅读材料四部分组成.

（2）突出应用与实践，注重培养学生的数学应用能力和应用意识. 本书选题难度适中，适合作为中职学生课后自学、练习及复习用书.

（3）强化计算器及 Excel 在专业课程中的计算应用的训练，提高学生计算能力.

本书由冯耀川老师主编，徐福成老师主审. 其中 第一、二章由黄苏华老师编写，第三、五章由冯耀川老师编写，第四、八章由徐福成老师编写，第六、七章由龙薇老师编写.

由于编者水平所限，书中难免存在不妥之处，欢迎使用者批评指正.

编　者

2014 年 4 月

目　录

第 1 章　概率初步

1.1　随机事件

内容提要

1.1.1　基本概念

1. 随机现象

在一定的条件下必然会发生某一结果的现象，称为**确定性现象**；在一定的条件下具有多种可能的结果，究竟发生哪一种结果事先不能肯定的现象，称为**随机现象**.

2. 随机事件

我们把对随机现象的观察称为**随机试验**，简称**试验**. 随机试验的每一种可能的结果称为**随机事件**，简称**事件**.

3. 基本事件

在随机试验中，不能分解的事件称为**基本事件**.

4. 必然事件

每次试验中必然发生的事件称为**必然事件**，记为Ω.

5. 不可能事件

每次试验中不可能发生的事件称为**不可能事件**，记为$\varnothing$.

1.1.2　和事件与积事件

1. 和事件

“事件 A 与事件 B 至少有一个发生”称为事件 A 与事件 B 的**和事件**，记为 $A+B$（或 $A\cup B$）.

“n 个事件 A_1，A_2，…，A_n 至少有一个发生”称为这 n 个事件的**和事件**，记为 $A_1+A_2+\cdots+A_n$（或 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$）.

2. 积事件

“事件 A 与事件 B 同时发生”称为事件 A 与事件 B 的**积事件**，记为 $A\cdot B$（或 $A\cap B$）.

“n 个事件 A_1，A_2，…，A_n 同时发生”称为这 n 个事件的积事件，记为 $A_1\cdot A_2\cdots A_n$（或 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$）.

例题解析

例 1　某人进行一次射击，观察其命中的环数. 试举例说明该随机试验中的随机事件、基本事件、必然事件和不可能事件.

解　在该随机试验中,“中 0 环”“中 1 环”“中 2 环”……“中 10 环”都是随机事件，也是基本事件. 此外，“至少中 9 环”也是随机事件，由于该事件可分解为“中 9 环”与“中 10 环”这两个事件，故不是基本事件.

“命中的环数不超过 10”是每次试验中必然发生的事件，故是一个必然事件.

“命中的环数超过 10”是每次试验中都不可能发生的事件，故是一个不可能事件.

例 2　将一枚硬币掷三次，设 A 为“第一次出正面”，B 为“第二次出正面”，C 为“第三次出正面”，试说明下列各式分别表示什么事件：

（1）$A+B$；　　（2）$A\cdot B$；

（3）$A+B+C$；　　（4）$A\cdot B\cdot C$.

解：（1）$A+B$ 表示“前两次中至少有一次出正面”；

（2）$A\cdot B$ 表示“前两次都出正面”；

（3）$A+B+C$ 表示“三次中至少有一次出正面”；

（4）$A\cdot B\cdot C$ 表示“三次都出正面”.

例 3　甲、乙两人分别向同一目标射击，设 A 为“甲击中目标”，B 为“乙击中目标”，试用 A，B 的和与积表示下列事件：

（1）两人都击中目标；

（2）目标被击中.

解（1）“两人都击中目标”表示 A与B 同时发生，可用 A与B 的积事件 $A\cdot B$ 表示；

（2）“目标被击中”表示 A与B 至少有一个发生，可用 A与B 的和事件 $A+B$ 表示.

精选习题

1. 请列举一些随机现象的例子.

2. 从分别写有 1，2，3，4，5 的 5 张卡片中任取 1 张，指出下列事件中哪些是必然事件？哪些是不可能事件？哪些是随机事件？

（1）出现的数字不超过 5；

（2）出现的数字是 5；

（3）出现的数字小于 5；

（4）出现的数字大于 4；

（5）出现的数字小于 2 且大于 4；

（6）出现的数字大于 2 且小于 4.

3. 一批产品中有若干次品，从中任取 2 件，设 A 表示“没取到次品”，B 表示“取到 1 件次品”，则 $A+B$ 表示(　　).

A. 没取到次品　　B. 取到 1 件次品

C. 至少取到 1 件次品　　D. 至多取到 1 件次品

4. 掷一枚骰子，设 A 表示“出现的点数是 2 的倍数”，B 表示“出现的点数是 3 的倍数”，试说明 $A\cdot B$ 和 $A+B$ 分别表示什么事件.

5. 从去掉大小王牌的 52 张扑克牌中先后 3 次各抽取 1 张，设 A 表示“第一次取的是黑桃”，B 表示“第二次取的是黑桃”，C 表示“第三次取的是黑桃”，试说明 $A\cdot B\cdot C$ 和 $A+B+C$ 分别表示什么事件.

6. 一批产品中有正品也有次品，从中抽取 3 次，每次任取 1 件，设 A 表示“第一次取到正品”，B 表示“第二次取到正品”，C 表示“第三次取到正品”，试用 A, B, C 的和与积表示下列事件：

（1）三次都取到正品；

（2）至少有一次取到正品；

（3）至少有两次取到正品.

1.2　事件的概率

内容提要

1.2.1　事件的频率

若在 n 次重复试验中，事件 A 发生的次数为 m，则称 $\frac{m}{n}$ 为事件 A 发生的**频率**.

1.2.2　事件的概率

如果事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ 在某个常数附近摆动，且 n 越大，$\frac{m}{n}$ 越接近这个常数，则称这个常数为事件 A 发生的**概率**，记作 $P(A)$.

概率从数量上反应了一个事件发生的可能性的大小.由于 $0 \leqslant \frac{m}{n} \leqslant 1$，可知 $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$. 显然，必然事件的概率是 1，不可能事件的概率是 0.

例题解析

例 1　某射手在同一条件下进行射击，射击结果如表 1.1 所示.

表 1.1

射击次数	10	20	50	200	400
击中靶心次数	8	19	44	178	364

（1）求表中击中靶心的各个频率；

（2）估计击中靶心的概率.

解：（1）设 A 表示“击中靶心”这个事件，根据表 1.1 提供的数据，可以计算出 A 发生的频率依次为：0.80，0.95，0.88，0.89，0.91.

（2）在实际应用中，我们常取频率的平均值作为概率的

近似值. 因此,

$$P(A)\approx\frac{0.80+0.95+0.88+0.89+0.91}{5}=0.886$$

精选习题

1. 种子发芽试验中, 若 200 粒中有 191 粒发芽, 求种子发芽的频率.

2. 对某地区几年之内出生的婴儿进行调查, 调查结果如表 1.2 所示.

表 1.2

时间	婴儿总数	男婴数	男婴出生频率
1 年内	5544	2883	
2 年内	9607	4970	
3 年内	13520	6994	
4 年内	17190	8892	

求解下列问题(保留三位小数):

(1)填写表中男婴出生的频率;

(2)估算男婴出生的概率.

3. 对某厂生产的一批产品进行抽查，抽查结果如表 1.3 所示.

表 1.3

抽取产品数	500	1 000	2 000	3 000
合格品数	478	957	1 922	2 859
合格品频率				

求解下列问题（保留三位小数）:

（1）填写表中合格品的频率；

（2）估算抽到合格品的概率.

1.3 等可能事件的概率

内容提要

1.3.1 等可能事件

如果试验的每一个基本事件出现的可能性是相同的，则称这样的事件为**等可能事件**.

1.3.2 等可能事件的概率

如果试验中的基本事件共有 n 个，且每个基本事件的出现是等可能的，则每个基本事件出现的概率都为 $\frac{1}{n}$. 若随机事件 A 包含了 m 个基本事件，则有

$$P(A)=\frac{m}{n} \tag{1.1}$$

例题解析

例 1 判断下列试验中的基本事件是否是等可能事件：

（1）从分别写有 1，2，3，4，5 的 5 张外形相同的卡片中任取 1 张，观察抽到的号码；

（2）某人进行一次射击，观察命中的环数.

解（1）该试验有 5 个基本事件："抽到 1""抽到 2"……"抽到 5". 由于卡片的外形相同，抽到任一张的可能性相同，都为 $\frac{1}{5}$，所以该试验的基本事件是等可能事件.

（2）该试验有 11 个基本事件："中 0 环""中 1 环"……"中 10 环".

由于命中各个环数的可能性各不相同，所以该试验的基本事件不是等可能事件.

例 2 先后掷三枚硬币，用 A 表示"两正一反"这个事件，求解下列问题：

（1）该试验中的基本事件总数；

（2）事件 A 所含的基本事件个数；

（3）事件 A 的概率.

解（1）该试验共有 8 个不同的结果：正正正，正正反，正反正，正反反，反正正，反正反，反反正，反反反. 每一个结果对应一个基本事件，因此基本事件共有 $n=8$ 个. 由于硬币是均匀的，每一个结果的出现是等可能的.

（2）事件 A 含有 3 个基本事件：正正反，正反正，反正正，即 $m=3$.

（3）事件 A 的概率为：$P(A)=\dfrac{m}{n}=\dfrac{3}{8}$.

例 3　在 30 件产品中有 3 件次品，从中任取 3 件，求下列事件的概率：

（1）A："全是正品"；

（2）B："恰有一件次品"；

（3）C："至少有一件次品"；

（4）D："全是次品".

解　从 30 件产品中任取 3 件，共有 C_{30}^3 种不同的取法，每种取法对应一个基本事件，即基本事件共有 $n=C_{30}^3$ 个. 由于是任意抽取，任一种取法的出现是等可能的.

（1）"全是正品"的取法有 $m_A=C_{27}^3$ 种，则

$$P(A)=\frac{C_{27}^3}{C_{30}^3}\approx 0.720\,4$$

（2）"恰有一件次品"的取法有 $m_B=C_3^1C_{27}^2$，则

$$P(B)=\frac{C_3^1\cdot C_{27}^2}{C_{30}^3}\approx 0.259\,4$$

（3）"至少有一件次品"的取法有

$$m_C=C_3^1C_{27}^2+C_3^2C_{27}^1+C_3^3$$

或者

$$m_C=C_{30}^3-C_{27}^3$$

则

$$P(C)=\frac{C_3^1\cdot C_{27}^2+C_3^2\cdot C_{27}^1+C_3^3}{C_{30}^3}=\frac{C_{30}^3-C_{27}^3}{C_{30}^3}\approx 0.279\,6$$

（4）"全是次品"的取法有 $m_D=C_3^3$，则

$$P(D)=\frac{C_3^3}{C_{30}^3}\approx 0.000\,2$$

这里 0.000 2 是个很小的数，这说明在该试验中全抽到次品几乎是不可能的. 我们把概率很小的事件称为小概率事件.

精选习题

1. 从分别标有号码 1、2、3、4、5 的 5 张卡片中任意取出 1 张，求下列事件的概率：

（1）出现的数字不超过 5；

（2）出现的数字是 5；

（3）出现的数字小于 5；

（4）出现的数字大于 4；

（5）出现的数字小于 2 且大于 4；

（6）出现的数字大于 2 且小于 4；

（7）号码是奇数；

（8）号码是偶数.

2. 从分别标有号码 1，2，3，4，5 的 5 张卡片中任取 3 张，排成一个三位数，求下列事件的概率：

（1）所得三位数是奇数；

（2）所得三位数是偶数；

（3）所得三位数以 23 结尾；

（4）所得三位数的百位数是 5.

3. 某测量小组欲选正、副组长各 1 名，现有 7 名男生和 3 名女生候选，求下列事件的概率：

（1）男生当选为正组长；

（2）女生当选为正组长；

（3）女生当选为正组长，男生当选为副组长；

（4）男生当选为正、副组长.

4. 从一副无大、小王牌的 52 张扑克牌中任取 2 张，求下列事件的概率：

（1）取到的两张牌都是黑桃；

（2）取到的两张牌都是 8；

（3）取到的两张牌都是红桃；

（4）取到的两张牌的花色相同.

5. 同时掷甲、乙两枚骰子，求下列事件的概率：

（1）甲出 3 点、乙出 4 点；

（2）一个出 3 点、一个出 4 点；

（3）两枚骰子出现的点数都是偶数；

（4）两枚骰子出现的点数之和为 4.