数制
邏輯代数

A+A=A　　A A=A

$$\begin{array}{r} 101 \\ +\ \ 11 \\ \hline 1000 \end{array}$$

张淦生

华中师范学院数学系
计算机应用研究室

开 头 的 话

为了提高教育质量，使中学数学内容现代化，在全国统编数学教材中，加进了一些原属高等学校的部分数学内容。如数的进位制与逻辑代数就作为高中第三册的一章内容，电子计算机也作为附录被列在课本上。这样，就使现行的数学教材，充实了先进的数学知识及适当渗入了近代或现代的数学思想。为了使中学老师尽快地适应这一需要，各地要求普及这些数学知识和数学思想，要求有合适的参考资料的呼声也比较强烈，据此，我们编写了这个本子，以满足这些要求。

本书包含了高中数学第三册第六章数的进位制与逻辑代数及附录电子计算机简介的全部内容，在内容处理上，笔者试图深入浅出，高屋建瓴，着重于教材内容从系统上进行处理，并从理论上进行论述，使读者不但知其然，而且知其所以然，做到心中有数，更深刻的掌握和理解教材。

本书篇幅虽少，但包含了数的进位制的一般表示及数制之间转换的一般算法；逻辑代数的基本概念；逻辑运算及其完全系；逻辑函数的一些等效性质；逻辑代数在电子线路设计中的应用。电子计算机的原理也尽可能做到通俗易懂，使初次接触这方面内容的老师也能基本上弄清电子计算机的最基本的原理。同时，最后还附上教材中第六章的全部题解和其他一些题解，供教师教学中选用。这些内容，对于教学参考，有一定作用。所以，它是一本高中数学教学参考书之一，适

合中学师生教学和自学时参考。

在本书出版过程中，得到过出版印刷单位和院系有关干部和教师的大力支持和帮助；稿子撰写过程中，我们研究室的毛经中、黄万徽、廖明海，李帮几，胡金柱等几位老师和武汉市教师进修学院的有关老师都提过许多宝贵意见和资料，在此，都表示感谢。

由于笔者水平所限，书中难免有错误之处，恳请读者批评指正。

笔　者

写于1980.4

一　数的进位制

（一）　记数法

我们知道，在日常生活中，在科学技术、工农业生产中，使用着各种不同的进位法，人们不免会提出，这些进位法是如何来的？在数学上又如何表示？它们之间又有什么关系（即如何互相转换的）．这里我们只作概要的回答．

首先，进位法的出现决不是偶然的，它是人类长期生产实践的结果。人类在和大自然的斗争中，在社会生活中，总要不断的进行总结经验，因而就要“记事”“记数”。人类社会在文字产生之前也存在着各种原始的“记数”法．如“结绳计数”“搬指头记数”等。随着社会生产的不断发展，产生了数的概念，于是有了1，2，3，4，…，当然，当时人们还没有无穷的概念，所以，这里的“…”不是无穷的意思，只表示某几个或有限个，随着生产的进一步发展，人们需要对较多的数量进行计数，就需要用到较大的数，如果没有进位记数，要表示一个比较大的数，是不可想象的，所以进位记数法就以人们的经验和生产实践的需要应运而生．例如现在我们最常用的十进制记数法，是由于人们有十个手指头，在计数时，往往借助于这十个手指头帮助计数的缘故，人们发现它可以表示任何数．当然，人们还创造了其他记数制．如，我们的祖先创造的十六两为一斤的老秤，就是十六进制；国际上的十二支为一打，就是十二进制；60分钟为一小时，是60进制；24小时为

一天是24进制；左右两只鞋为一双，是二进制；等等。

其次，由于进位制的不同，就有着完全不同的记数法，同一数量，在不同的进位制下，有着不同的表达式。

我们最常用的数，就是所谓十进制数，它都是用0，1，2，3，4，…，9这十个数字组成的，每个十进制数，都可表示成10的各次幂（各次幂的系数是小于10而大于或等于0的整数）的和。

例如：

$$369=3\cdot10^2+6\cdot10^1+9\cdot10^0$$

$$5074=5\cdot10^3+0\cdot10^2+7\cdot10^1+4\cdot10^0$$

$$3.141=3\cdot10^0+1\cdot10^{-1}+4\cdot10^{-2}+1\cdot10^{-3}$$

一般地对任意一十进制数$S_{(10)}$［这里下标(10)表示十进制］可以表成下列形式：

$$S_{(10)}=A_n\cdot10^n+A_{n-1}\cdot10^{n-1}+\cdots+A_0\cdot10^0+A_{-1}\cdot10^{-1}+\cdots+A_{-m}\cdot10^{-m}.$$

其中A_n，A_{n-1}，…，A_0，A_{-1}，…，A_{-m}（n为非负整数，m为正整数）是0，1，…，9中十个数码中的一个。

根据这个表达式，我们可以将任意的十进制数，表示成10的各次幂分别乘0～9十个数码中的一个数的和，反过来也可以。

这种记数法叫做十进制记数法，我们称10为十进制记数法的基数。用十进制记数法表示的数叫做十进数。它的计算方法是我们所熟知的。

除了10以外，其他任何一个大于1的整数也都可以作为记数法的基数。事实上，数8作为基数就形成八进制数，它可由0，1，2，…，7这八个数字组成，并表成8的各次幂分别乘以0～7中的某个数的和，例如

$$1347_{(8)}=1\cdot8^3+3\cdot8^2+4\cdot8^1+7\cdot8^0.$$

$$56.01_{(8)}=5\cdot8^1+6\cdot8^0+0\cdot8^{-1}+1\cdot8^{-2}.$$

一般的，对于任一八进制数$N_{(8)}$可表成如下形式

$$N_{(8)}=A_n\cdot8^n+A_{n-1}\cdot8^{n-1}+\cdots+A_1\cdot8^1+A_0\cdot8^0$$
$$+A_{-1}\cdot8^{-1}+\cdots+A_{-m}\cdot8^{-m}.$$

其中$A_n, A_{n-1}, \cdots, A_0, A_{-1}, \cdots, A_{-m}$（$n$为非负整数，$m$为正整数）是0，1，…，7这8个数码中的一个。

八进制的运算法则与十进制运算法则相当，只是十进制是“逢十进一，退一当十”，而在八进制中则是“逢八进一，退一当八”。

例如 $367_{(8)}+402_{(8)}=771_{(8)}$

$$\begin{array}{r} 3\,6\,7 \\ +\,4\,0\,2 \\ \hline 7\,7\,1 \end{array}$$

$54.2_{(8)}+65.3_{(8)}=141.5_{(8)}$

$$\begin{array}{r} 5\,4.\,2 \\ +\,6\,5.\,3 \\ \hline 1\,4\,1.\,5 \end{array}$$

$234_{(8)}-51.7_{(8)}=162.1_{(8)}$

$$\begin{array}{r} 2\,3\,4 \\ -\quad 5\,1.\,7 \\ \hline 1\,6\,2.\,1 \end{array}$$

$26_{(8)}\times2_{(8)}=54_{(8)}$

$$\begin{array}{r} 2\,6 \\ \times\quad 2 \\ \hline 5\,4 \end{array}$$

$$14_{(8)} \div 3_{(8)} = 4_{(8)}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3\overline{)14} \\ 14 \\ \hline 0 \end{array}$$

同样，我们可以把数 2 作为基数组成二进制。它由 0，1 这两个数字组成，并表成 2 的各次幂分别与 0 或 1 相乘的和。

一个二进制数可以表成下列形式：

$$N_{(2)} = A_n \cdot 2^n + A_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \cdots + A_1 \cdot 2^1 + A_0 \cdot 2^0 + \\ + A_{-1} \cdot 2^{-1} + \cdots + A_{-m} \cdot 2^{-m}.$$

其中$A_n, A_{n-1}, \cdots, A_0, A_{-1}, \cdots, A_{-m}$（$n$为非负整数，$m$为正整数）是 0 或 1。

例如 一个二进制数101110表成

$101110 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$；

$110.101 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}$.

二进制的计算法则也类似十进制，不过这里是“逢二进一，退一当二”就是了。

法则是：加法　$1 + 0 = 1$，$1 + 1 = 10$。

乘法　$0 \times 0 = 0$，

$1 \times 0 = 0$，

$0 \times 1 = 0$，

$1 \times 1 = 1$.

例如　在二进制中计算

（1）　$11011 + 1110$；　　（2）　$10100 - 1011$；

（3）　1101×101；　　（4）　$1000001 \div 101$.

解　(1)

$$\begin{array}{r} 11011 \\ +\ \ 1110 \\ \hline 101001 \end{array}$$

$\therefore \quad 11011 + 1110 = 101001$,

(2)
$$\begin{array}{r} 10100 \\ -\ \ 1011 \\ \hline 1001 \end{array} \qquad \therefore\quad 10100-1011=1001.$$

(3)
$$\begin{array}{r} 1101 \\ \times\ \ 101 \\ \hline 1101 \\ 1101\ \ \\ \hline 1000001 \end{array} \qquad \therefore\quad 1101\times 101=1000001.$$

(4)
$$\begin{array}{r} 1101 \\ 101\overline{)1000001} \\ 101\quad\ \ \\ \hline 110\ \ \ \\ 101\ \ \ \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \therefore\quad 1000001\div 101=1101.$$

上面我们讲了十进制，八进制，二进制的表示法及它们的计算法则. 我们把10，8，2作基数就可以把相应的进位制的数表示出来. 一般的，我们可以任取一整数$r>1$作为基数，就能把任意进制的数表示出来. 设有一个$n+m+1$个数字的r进制数 $A_{(r)}=A_nA_{n-1}\cdots A_0.A_{-1}\cdots A_{-m}$（其中$A_i$为$0\sim r-1$中的某一整数）表示成：

$$(A_nA_{n-1}\cdots A_0.A_{-1}\cdots A_{-m})_{(r)}=A_n\cdot r^n+A_{n-1}\cdot r^{n-1}+\cdots+A_0\cdot r^0+A_{-1}\cdot r^{-1}+\cdots+A_{-m}\cdot r^{-m}. \qquad (1)$$

r进制的运算类似十进制的运算法则，只不过在r进制中是“逢r进一，退一当r”而已.

（二） 数制之间的转换

在通常情况下，人们多采用十进制记数法，但在解决不同问题时，要采用其他的进位制可能更为方便，例如，在电子计算机中采用的数制是二进制，但较大的数，用二进制书写起来很不方便，因为太长，且容易发生错误，为了解决这个问题，在编制电子计算机解题程序时，往往用八进制。例如一个二进制数110101写成八进制为65。这样字长也短多了。同时，计算机运算是用二进制进行，但当计算的结果要输出给人们看时，由于习惯上的原因，必须又转换成十进制数，各种数制中的数，常常因需要而相互转换。

通常我们讲数制的转换，一般只考虑下面三种情况：

1　把十进制数化为任意进制数；

2　把任意进制数化为十进制数；

3　两任意进制数之间的转换。

1　把一个十进制数转化为任意(r)进制的数.先假定这个十进制数为整数。

根据r进制的表达式(1)，一个十进制数$S_{(10)}$转换成r进制后的表达式必然如下面的形式：

$$S_{(10)}=A_n\cdot r^n+A_{n-1}r^{n-1}+\cdots+A_0r^0. \qquad (2)$$

这时，$A_nA_{n-1}\cdots A_0$便是所求的r进制数。所以，关键是如何求出$A_n,A_{n-1},\cdots,A_0$来。

显然，按(2)式有 $S_{(10)}=(A_n\cdot r^{n-1}+A_{n-1}\cdot r^{n-2}+\cdots+A_1)r+A_0$。所以，把$A_0$看作为$S_{(10)}$除以$r$得商$(A_n\cdot r^{n-1}+A_{n-1}\cdot r^{n-2}+\cdots+A_1)$后的余数.设这个商数为

$$\begin{aligned}S_1&=A_n\cdot r^{n-1}+\cdots+A_2\cdot r^1+A_1\\&=(A_n\cdot r^{n-2}+\cdots+A_3r+A_2)r+A_1.\end{aligned}$$

同样，A_1可以看作是这个商数除以r得商数

$S_2=(A_n\cdot r^{n-2}+\cdots+A_3\cdot r+A_2)$后的余数。

同样，A_2又可以看作S_2除以r得商S_3后的余数。

如此下去，直到商数为0止，便可以得到

A_3，A_4，…，A_n。

这样，我们便得到一列数A_0，A_1，…，A_n，我们把这一列数按$n\to 0$的顺序写在一起，便得到一个r进制数，这个方法叫r除取余法。

例1 我们把十进制数13化为二进制数。

解 $13_{(10)}=A_n\cdot 2^n+A_{n-1}\cdot 2^{n-1}+\cdots+A_1\cdot 2^1+A_0\cdot 2^0$。

A_0看作13除以2得第一个商$S_1=6$后的余数，显然$A_0=1$。

A_1看作S_1除以2得第二商$S_2=3$后的余数，显然$A_1=0$。

A_2看作S_2除以2得商$S_3=1$后的余数。显然$A_2=1$。

A_3看作S_3除以2得商为0后的余数。显然$A_3=1$。

因此，$13_{(10)}=(A_3A_2A_1A_0)_{(2)}$

$$=1\cdot 2^3+1\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0=1101_{(2)}$$

熟悉了这个方法就可以直接求。

例2 把十进制数52化为二进制数。

解

$$\begin{array}{r|l|l}
2 & 52 & \uparrow \\
2 & 26\,(\text{商})\cdots\cdots 0\,(\text{余数}) & A_0=0 \\
2 & 13\,(\text{商})\cdots\cdots 0\,(\text{余数}) & A_1=0 \\
2 & 6\,(\text{商})\cdots\cdots 1\,(\text{余数}) & A_2=1 \\
2 & 3\,(\text{商})\cdots\cdots 0\,(\text{余数}) & A_3=0 \\
2 & 1\,(\text{商})\cdots\cdots 1\,(\text{余数}) & A_4=1 \\
 & 0\,(\text{商})\cdots\cdots 1\,(\text{余数}) & A_5=1
\end{array}$$

$\therefore\ 52_{(10)}=A_5A_4A_3A_2A_1=110100_{(2)}$。

例3 把十进制数568化成八进制数。

解

8 | 568		↑
8 | 71（商）…… 0（余数）		$A_0 = 0$
8 | 8（商）…… 7（余数）		$A_1 = 7$
8 | 1（商）…… 0（余数）		$A_2 = 0$
0（商）…… 1（余数）		$A_3 = 1$

∴ $568_{(10)} = 1070_{(8)}$.

箭头表示所得二进制数由高位到低位的顺序。

上面讨论了把十进制整数化成r进制数，现在来讨论把十进小数化成r进制数。

假设 $R_{(10)}$ 为十进制小数，要把它化成r进制小数，根据表达式应有

$$R_{(10)} = A_{-1}\cdot r^{-1} + A_{-2}\cdot r^{-2} + \cdots + A_{-m}\cdot r^{-m}$$

$$= A_{-1}\cdot\frac{1}{r} + A_{-2}\cdot\frac{1}{r^2} + \cdots + A_{-m}\cdot\frac{1}{r^m}. \qquad (3)$$

问题显然是已知$R_{(10)}$和r，要求出$A_{-1}, A_{-2}, \cdots, A_{-m}$。

将（3）式同乘r得

$$R_{(10)}\cdot r = A_{-1} + \left(A_{-2}\frac{1}{r} + \cdots + A_{-m}\frac{1}{r^{m-1}}\right).$$

因为括号里面的 $A_{-2}, A_{-3}, \cdots, A_{-m}$为$0, 1, \cdots, r-1$中的某一个数，所以括号里是一纯小数。所以，$R_{(10)}\cdot r$的积的整数部分即为$A_{-1}$。

令括号里的小数为B_1，

则有 $$B_1 = (R_{(10)})\cdot r - A_{-1} = A_{-2}\cdot\frac{1}{r} + A_{-3}\cdot\frac{1}{r^2} + \cdots$$

$$+ A_{-m}\cdot\frac{1}{r^{m-1}}, \qquad (4)$$

又将（4）式两端同乘r得

$$B_1\cdot r = A_{-2} + \left(A_{-3}\cdot\frac{1}{r} + \cdots + A_{-m}\cdot\frac{1}{r^{m-2}}\right).$$

和前面同样的理由，括号里是一纯小数。所以，$B_1 \cdot r$的积的整数部分为A_{-2}。

……………

如此类推，可以求得$A_{-3},\cdots,A_{-m}$。

同样，根据r进制数的表达式，把所得的$A_{-1}A_{-2}\cdots A_{-m}$连在一起写，这个数就是$r$进制数。且是由$R_{(10)}$化来的。

从上推证，我们得到化十进制小数为r进制小数的计算方法。

一般说，有限位的十进纯小数，转化为r进纯小数后，不一定是有限位的。所以，一般用这个计算方法则要事先规定取几位有效数字。

对于十进制数我们采取四舍五入法。对二进制数则用0舍1入方法，八进制用3舍4进方法。

例1 把十进制小数0.457化成二进制数（精确到小数点后6位）。

解 用乘2取整法，得

$0.457_{(10)}=0.011101\cdots_{(2)}$

用“0舍1入”的法则得

$0.457_{(10)}\approx 0.011101_{(2)}$

	0.	457
	×	2
A_{-1}	0.	914
		× 2
A_{-2}	1.	828
		× 2
A_{-3}	1.	656
		× 2
A_{-4}	1.	312
		× 2
A_{-5}	0.	624
		× 2
A_{-6}	1.	248
		× 2
↓	0.	496

上面我们讲了把十进整数用r除取余法化成r进整数和把

十进纯小数用r乘取整法化成r进纯小数．如果这个十进数是一般小数，即有整数部分也有小数部分，这时，我们可以将整数部分用r除取余法化为r进整数部分；将小数部分用乘r取整法化为r进小数部分，然后把r进整数部分和r进小数部分结合起来即得．

例 把十进制数26.375化为二进制数．

解 对整数部分26用2除取余法得

$$26_{(10)} = 11010_{(2)}$$

对小数部分0.375用2乘取整法得

$$0.375_{(10)} = 0.011_{(2)}$$

$\therefore$ $26.375 = 11010.011_{(2)}$．

2 把r进制数化成十进制数，先假定在整数情况下．

根据r进制的表达式

$$N_r = A_n \cdot r^n + A_{n-1} \cdot r^{n-1} + \cdots + A_1 \cdot r + A_0 \cdot r^0 . \quad (5)$$

这里A_n（取$0, 1, \cdots, r-1$的某一个）为已知，r也为已知．问题就是寻找一个计算方法把它计算出来，事实上，我们可以把(5)式变形为：

$$A_n \cdot r^n + A_{n-1} \cdot r^{n-1} + \cdots + A_1 \cdot r^1 \cdot + A_0 \cdot r^0$$
$$= \{\cdots[(A_n \cdot r + A_{n-1}) \cdot r + A_{n-2}] \cdot r + \cdots + A_1\} \cdot r + A_0 .$$

我们可以依次求出

$$A_n \cdot r + A_{n-1} = B_1 ,$$
$$B_1 \cdot r + A_{n-2} = B_2 ,$$
$$B_2 \cdot r + A_{n-3} = B_3 ,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$B_{n-2} \cdot r + A_1 = B_{n-1} ,$$
$$B_{n-1} \cdot r + A_0 = (x)_{(10)} .$$

因此，$(x)_{(10)}$就是所求的结果．

具体计算时可以写成下列较方便的格式：

$$
\begin{array}{llllll|l}
 & A_n & A_{n-1} & A_{n-2}\cdots\cdots & A_1 & A_0 & r \\
+) & & r\cdot A_n & r\cdot B_1\cdots\cdots & r\cdot B_{n-2} & r\cdot B_{n-1} & \\
\hline
 & A_n & B_1 & B_2 & B_{n-1} & (x)_{(10)} &
\end{array}
$$

例 1 将$110100_{(2)}$化成十进制数。

解

$$
\begin{array}{lcccccc|l}
 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\
+) & & 2 & 2\cdot3 & 2\cdot6 & 2\cdot13 & 2\cdot26 & \\
\hline
 & 1 & 3 & 6 & 13 & 26 & 52 &
\end{array}
$$

$\therefore\quad 110100_{(2)}=52_{(10)}$.

例 2 将$1235_{(8)}$化成十进制数。

解

$$
\begin{array}{lcccc|l}
 & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 \\
+) & & 8\cdot1 & 8\cdot10 & 664 & \\
\hline
 & 1 & 10 & 83 & 669 &
\end{array}
$$

$\therefore\quad 1235_{(8)}=669_{(10)}$.

以上是化r进整数为十进整数的方法。对r进小数来说，我们只须把它适当扩大一个倍数，变成r进整数，然后根据上面的方法化为十进制整数，最后将所得结果缩小同样的倍数，就得到所求的十进小数。

如果r进数是既有整数部分又有小数部分的数，要把它化成十进制数，只需分别用上面讲过的方法把r进整数部分化为十进数，把r进小数部分化为十进数，然后把两部分结合起来即得十进数。

3 对任意r_1,r_2（r_1,r_2均为正整数，且>1），将r_1进制数化为r_2进制的数。

有了上面$(10)\Longrightarrow(r)$和$(r)\Longrightarrow(10)$，利用(10)搭桥，显然可以将任意r_1进制化为任意r_2进制。即

$$(r_1)\Longrightarrow(10)\Longrightarrow(r_2).$$

例 将二进制数10100011化为十六进制.

解 先将10100011化为十进制数

、	1	0	1	0	0	0	1	1 |2
+		2	4	10	20	40	80	162
	1	2	5	10	20	40	81	163

$10100011_{(2)}=163_{(10)}$.

再将$163_{(10)}$用16除取余法得.

$$
\begin{array}{r|l}
16 & 1\ 6\ 3 \\
\hline
16 & 1\ 0\ (\text{商})\cdots\cdots 3\ (\text{余数}) \\
\hline
 & \quad 0\ (\text{商})\cdots\cdots 10\ (\text{余数})
\end{array}
\uparrow
\quad
\begin{array}{l}
A_0=3 \\
A_1=10=\overline{0}
\end{array}
$$

∴ $163_{(10)}=\overline{0}\,3_{(16)}$ （$\overline{0}$表示16进制中的10）.

故 $10100011_{(2)}=\overline{0}\,3_{(16)}$.

当然，也可以利用进位制基数之间的关系而直接转换，而不要用(10)搭桥.

例1 二进制与八进制之间的转换.

由于数8与2之间有如下的关系：

$$8=2^3.$$

所以，我们可以将八进制中0，1，2，3，4，5，6，7的每个数字用三位二进制数来表示，如下表

二—八对照表

八进制数	0	1	2	3	4	5	6	7
	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
二进制数	000	001	010	011	100	101	110	111

由此得到将八进制化二进制的一般方法：

已知一个八进制数，我们把它的每一个数码写成三位二进制数，依次并排写起来，就把这个八进制数化成了二进制数。

例 化八进制数312.065为二进制数。

根据上面所列二——八对照表

3	1	2	0	6	5
011	001	010	000	110	101

$$\begin{aligned}\therefore\quad 312.065_{(8)} &= 011001010.000110101_{(2)}\\ &= 11001010.000110101_{(2)}.\end{aligned}$$

这里注意整数部分最左边的0可以省略。

同时，由上面的八——二转换中，我们也得到二——八转换的方法，这就是：已知一个二进制数，我们将整数部分自右至左每三个二进制数码换成一个八进制数码；再将小数部分自左至右每三个二进制数码换成一个八进制数码，按原次序排列起来就得到所求的八进制数。

例 把二进制数$(101100011.001111110)_{(2)}$化成八进制数。

解

$$\underbrace{1\,0\,1}_{\substack{\downarrow\\5}}\quad\underbrace{1\,0\,0}_{\substack{\downarrow\\4}}\quad\underbrace{0\,1\,1}_{\substack{\downarrow\\3}}\cdot\underbrace{0\,0\,1}_{\substack{\downarrow\\1}}\quad\underbrace{1\,1\,1}_{\substack{\downarrow\\7}}\quad\underbrace{1\,1\,0}_{\substack{\downarrow\\6}}$$

$$\therefore\quad (101100011.001111110)_{(2)}=543.176_{(8)}.$$

注意，如果最后不够三位二进制数码，若在小数点前的整数部分不足就在前面用0补足三个，若在小数点后不足就在后用0补足三个。

例 把二进制数$(1110111.10110001)_{(2)}$化成八进数。

解 $1\ \underbrace{1\,1\,0}\ \underbrace{1\,1\,1}\cdot\underbrace{1\,0\,1}\ \underbrace{1\,0\,0}\ 0\,1$

补足为：

$$\underbrace{0\ 0\ 1}_{1}\quad \underbrace{1\ 1\ 0}_{6}\quad \underbrace{1\ 1\ 1}_{7}\cdot \underbrace{1\ 0\ 1}_{5}\quad \underbrace{1\ 0\ 0}_{4}\quad \underbrace{0\ 1\ 0}_{2}$$

∴ $(1110111.10110001)_{(2)}=167.542_{(8)}$.

还有计算机里经常用到十六进制。所以，我们也要来研究十六<═══>二的转换问题。

由于$16=2^4$，所以，类似八<═══>二关系，我们可以把十六进制中的十六个数码，每一个用四位二进制数码来表示，这个关系同样可列一十六——二的对照表

十六进	0 ↕	1 ↕	2 ↕	3 ↕	4 ↕	5 ↕	6 ↕	7 ↕
二进	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
十六进	8 ↕	9 ↕	$\overline{0}$ ↕	$\overline{1}$ ↕	$\overline{2}$ ↕	$\overline{3}$ ↕	$\overline{4}$ ↕	$\overline{5}$ ↕
二进	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

根据这个对照表容易得到将十六进制数化成二进制数的方法，就是将十六进制数的每个数码换成相对应的四位二进制数码，并按原次序排列起来，结果就是一个二进制数。

例 将十六进制数$(21\overline{3}6.593)_{(16)}$化成二进数。

解 根据上列十六——二对照表。

$$\overbrace{0010}^{2}\quad \overbrace{0001}^{1}\quad \overbrace{1101}^{\overline{3}}\quad \overbrace{0110}^{6}\cdot \overbrace{0101}^{5}\quad \overbrace{1001}^{9}\quad \overbrace{0011}^{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore\quad (21\overline{3}6.593)_{(16)}&=0010000111010110.010110010011\\&=10000111010110.010110010011.\end{aligned}$$

注意二进数整数部分最左边的0可以省略。