



宁夏育才中学系列教材辅导丛书

育才学案

GAO ZHONG SHU XUE

高中数学

必修4(人教版)

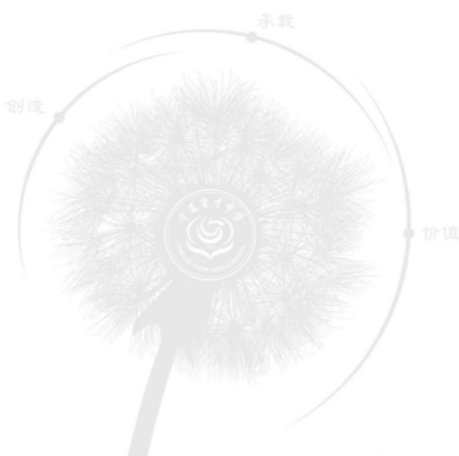
丛书主编 杨 静
分册主编 马瑞娟



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社



宁夏育才中学系列教材辅导丛书



育才学案

GAO ZHONG SHU XUE
高中数学

必修4 (人教版)

丛书主编 杨 静
分册主编 马瑞娟



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

编委会

丛书主编 杨 静

丛书副主编 赵晓龙 开有珍

分册主编 马瑞娟

编 委 杨淑霞 王海龙 马晓英 王东丽

图书在版编目(CIP)数据

育才学案. 高中数学. 必修4: 人教版 / 杨静主编;
马瑞娟分册主编. —银川: 宁夏人民教育出版社,
2016.4

(宁夏育才中学系列教材辅导丛书)

ISBN 978-7-5544-1519-1

I. ①育… II. ①杨… ②马… III. ①中学数学课—
高中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 072192 号

宁夏育才中学系列教材辅导丛书

育才学案 高中数学必修4 (人教版)

杨 静 丛书主编

马瑞娟 分册主编

责任编辑 虎雅琼

装帧设计 段 韬

责任印制 殷 戈



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

出版发行

地 址 宁夏银川市北京东路 139 号出版大厦 (750001)

网 址 www.yrpubm.com

网上书店 www.hh-book.com

电子邮箱 jiaoyushe@yrpubm.com

邮购电话 0951-5014284

印刷装订 宁夏精捷彩色印务有限公司

印刷委托书号 (宁) 0000781

开本 880 mm × 1230 mm 1/16

印张 8 字数 128 千字

印数 2750 册

版次 2016 年 5 月第 1 版

印次 2016 年 5 月第 1 次印刷

书号 ISBN 978-7-5544-1536-8/G·3261

定价 10.44 元

版权所有 侵权必究

亲爱的同学们：

在学习的过程中，面对浩瀚的知识海洋，你是否有过这样的感觉：

——当老师布置了一些预习的内容之后，勤奋好学的你捧起课本便看了起来，可由于教材内容的高度概括性，有些知识你难以理解。

——课堂上你感觉已经听得很明白了的一些内容，课后你在巩固与迁移运用时，有些知识却怎么也不听调遣。

——因为课堂内容的不断增加，你所学知识容易零散化，善于学习的你想系统地归纳所学内容，但常常感到力不从心。

——刚刚学过的知识需要及时巩固，但浩如烟海的练习缺乏针对性，很少有与教材内容完全同步的习题，更少有切合你的学习需求的辅助资料。

这些时候，你是多么希望能有一位“导师”和“帮手”，给你指点迷津、解惑答疑，帮你归纳要点或梳理知识、总结方法啊……

随着高中新课程改革的不断深入，高中学生迫切需要从被动接受向主动学习转变。宁夏育才中学经过近十年的研究与实践，针对较为特殊的生源特点，借助“学生发展指导”课题的深入开展，在学生学习指导方面积累了宝贵的成功经验，在实践中也取得了一定的成效。为满足我校学生学习的实际需求，我们本着“授人以渔”的原则，特意为同学们编写了《育才学案》系列丛书。

丛书遵循“学生在学习中需要什么，我们就提供什么”的基本思路，在课标解读、目标导航、探索研究、要点归纳、基础巩固、好题推荐、拓展提高等诸多方面，突破了传统意义上的习题模式，努力成为一种学习资源汇编和学习方法指引相结合的综合性较强的辅助资料。

这是一套你自己能够看得懂、学得会，能用于课前预习和课后复习，适合自学和训练巩固的教材辅导书，是为你的学习精心构筑的一个互动平台，有了它，相信你的诸多学习问题都会迎刃而解。

“天道酬勤，汗水凝金。”真诚地希望本丛书能成为你学习的良师益友，帮助你解答学习中的疑难问题，点燃你的学习热情，激发你的学习动力，为你的持续进步助力。

杨 静

二〇一五年八月

目 录

第一章 三角函数	1
1.1 任意角和弧度制	1
1.1.1 任意角	1
1.1.2 弧度制	3
1.2 任意角的三角函数	6
1.2.1 任意角的三角函数	6
1.2.2 同角三角函数的基本关系	8
1.3 三角函数的诱导公式	11
1.4 三角函数的图象与性质	14
1.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	14
1.4.2 正弦函数、余弦函数的图象与性质	17
1.4.3 正切函数的性质与图象	22
1.5 函数 $y=A \sin(\omega x+\varphi)$ 的图象与性质	25
1.6 三角函数模型的简单应用	29
第一章测评	33
第二章 平面向量	38
2.1 平面向量的实际背景及基本概念	38
2.2 平面向量的线性运算	42
2.2.1 向量加法运算及其几何意义	42
2.2.2 向量减法运算及其几何意义	45
2.2.3 向量数乘运算及其几何意义	49
2.3 平面向量的基本定理及坐标表示	53
2.3.1 平面向量基本定理	53
2.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示	57
2.3.3 平面向量的坐标运算	59
2.3.4 平面向量共线的坐标表示	62
2.4 平面向量的数量积	65
2.4.1 平面向量的数量积的物理背景及其含义	65
2.4.2 平面向量数量积的坐标表示、模、夹角	68

2.5 平面向量的应用举例	71
2.5.1 平面几何中的向量方法	71
2.5.2 向量在物理中的应用举例	71
第二章测评	75
第三章 三角恒等变换	80
3.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	80
3.1.1 两角差的余弦公式	80
3.1.2 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	84
第1课时 两角和与差的正余弦公式	84
第2课时 两角和与差的正切公式	87
3.1.3 二倍角的正弦、余弦、正切公式	92
3.2 简单的三角恒等变换	96
第三章测评	101

第一章 三角函数

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

● 学习目标

- 1. 了解任意角的概念.
- 2. 理解终边相同的角的关系.

● 预习检测

- 1. 角的概念.

角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形.我们规定:按逆时针方向旋转形成的角叫做_____ ;按顺时针方向旋转形成的角叫做_____ ;不做任何旋转形成的角叫做_____ .

- 2. 象限角.

当角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合,那么角的终边落在第几象限,就说这个角是_____ ;当角的终边与坐标轴重合时,就说这个角为坐标轴上的角(或轴线角).

象限角	集合表示
第一象限的角	
第二象限的角	
第三象限的角	
第四象限的角	

- 3. 终边相同的角

与角 α 终边相同的角,连同角 α 在内,可构成一个集合: _____ .

● 典例剖析

题型一:基本概念

例 1:下列各命题正确的是().

- A. 终边相同的角一定相等
 - C. 锐角都是第一象限角
- B. 第一象限的角都是锐角
 - D. 小于 90° 的角都是锐角

答案: C

点拨:

理解任意角的概念,终边相同的角的关系.

变式 1: 已知集合 $A = \{\text{第一象限角}\}$, $B = \{\text{锐角}\}$, $C = \{\text{小于 } 90^\circ\}$ 的角, 则下列结论正确的是().

- A. $A=B=C$ B. $A \subset B$ C. $A \cap C=B$ D. 以上都不对

题型二: 终边相同的角

例 2: 写出在 $-720^\circ \sim 720^\circ$ 范围内与 -1020° 终边相同的角.

解: $-1020^\circ = -360^\circ \times 3 + 60^\circ$

根据题意有: $-720^\circ \leq k \cdot 360^\circ + 60^\circ < 720^\circ$, $\therefore k = -2, -1, 0, 1$

从而所求角为: $-660^\circ, -300^\circ, 60^\circ, 420^\circ$

点拨:

先写出与 -1020° 终边相同的所有角, 然后取 k 值求满足条件的角.

变式 2: 与 -490° 终边相同的角的集合是_____, 其中最小正角是_____.

限时训练 (时间: 40 分钟)

1. 下列各组角中, 终边相同的是().

- A. 60° 与 150° B. 60° 与 240° C. 60° 与 330° D. 60° 与 420°

2. 将分针拨慢 10 分钟, 则分针转过的角度是().

- A. 60° B. -60° C. 30° D. -30°

3. 下列说法中正确的是().

- A. 第一象限角必是锐角 B. 终边相同的角必相等
C. 相等角的终边位置必相同 D. 不相等的角其终边位置必不相同

4. 下列四个说法中正确的有().

- (1) -75° 是第四象限角; (2) 225° 是第三象限角;
(3) 475° 是第一象限角; (4) -315° 是第一象限角.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 下列各角中与 240° 角终边相同的角为().

- A. 120° B. -150° C. -120° D. 210°

6. 已知 $S = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360^\circ - 170^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 S 中落在 $-360^\circ \sim 360^\circ$ 间的角是().

- A. 185° B. -175° C. $185^\circ, -175^\circ$ D. $175^\circ, -175^\circ$

7. 已知下列各角① 787° , ② -957° , ③ -289° , ④ 1711° , 其中在第一象限的角是().

- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ②④

8. 给出下列命题:

① 小于 90° 的角是锐角; ② 第二象限角是钝角; ③ 终边相同的角相等; ④ 若 α 与 β 有相同的终边, 则必有 $\alpha - \beta = k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. 其中正确命题的个数是().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. 若 α 为第四象限角, 则 $180^\circ + \alpha$ 为_____象限的角.

10. 写出与下列各角终边相同的角的集合 S , 并把集合 S 中适合不等式 $-360^\circ \leq \beta < 360^\circ$ 的元素 β 写出来:

(1) 50° ;

(2) -120° .

11. 在角的集合 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 90^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 中,

(1) 有几种终边不同的角?

(2) 写出区间 $(-180^\circ, 180^\circ)$ 内的角.

尝试高考 & 能力检测

1. 若 α 角的终边落在第三象限, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边落在().

A. 第一或第三象限

B. 第二或第四象限

C. 第一或第四象限

D. 第三或第四象限

2. 已知 α 为第三象限的角, 则 $\frac{\alpha}{3}$ 所在的象限是_____.

1.1.2 弧度制

学习目标

1. 了解弧度制的概念.

2. 能进行弧度制与角度制间的转化.

预习检测

1. 1 弧度的角: 弧度制: 把长度等于_____的弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角, 用符号 rad 表示, 读作弧度.

$l\alpha =$ _____, l 是半径为 r 的圆的圆心角 α 所对弧的长.

2. 弧度与角度的换算: $360^\circ =$ _____ rad, $180^\circ =$ _____ rad, $1^\circ =$ _____ rad ≈ 0.01745 rad, 反过来 $1 \text{ rad} =$ _____ $\approx 57.30^\circ = 57^\circ 18'$.

3. 若圆心角 α 用弧度制表示, 则弧长公式 $l =$ _____; 扇形面积公式 $S_{\text{扇}} =$ _____ =_____.

典例剖析

题型一:角度与弧度的互算

例 1:把下列各角用另一种度量制表示出来:

(1) $36^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad};$

(2) $-\frac{5}{12}\pi = \underline{\hspace{2cm}}.$

解: (1) $36^\circ = \frac{\pi}{5};$

(2) $-\frac{5}{12}\pi = -75^\circ;$

变式 1: (1) 将下列弧度转化为角度:

$\frac{\pi}{12} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ; -\frac{7\pi}{8} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ; \frac{13\pi}{6} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$

(2) 将下列角度转化为弧度:

$36^\circ = \underline{\hspace{2cm}} (\text{rad}); -105^\circ = \underline{\hspace{2cm}} (\text{rad}); 37^\circ 30' = \underline{\hspace{2cm}} (\text{rad}).$

题型二:扇形面积、弧长公式的应用

例 2:扇形 AOB 的周长为 8 cm.

(1) 若这个扇形的面积为 3 cm^2 , 求圆心角的大小;

(2) 求这个扇形的面积取得最大值时圆心角的大小和弦长 AB .

解: (1) 设扇形的圆心角为 θ , 扇形所在圆的半径为 R , 依题意有:
$$\begin{cases} 2R + R\theta = 8, \\ \frac{1}{2}\theta \cdot R^2 = 3. \end{cases}$$

解得: $\theta = \frac{2}{3}$ 或 $\theta = 6$.

(2) 设扇形所在圆的半径为 x cm, 则扇形的圆心角 $\theta = \frac{8-2x}{x}$, 于是扇形的面积 $S = \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{8-2x}{x} = 4x - x^2 = -(x-2)^2 +$

4, 故当 $x=2$ cm 时, S 取得最大值.

此时圆心角 $\theta=2$ 弧度, 弦长 $AB=4 \sin 1$ (cm).

点拨: 灵活运用扇形弧长公式, 面积公式列方程组求解是解决此类问题的关键.

变式 2: 已知扇形的周长为 10 cm, 面积为 4 cm^2 , 求扇形圆心角的弧度数.

限时训练 (时间: 40 分钟)

1. 下列说法正确的是().

A. 1 弧度角的大小与圆的半径无关

B. 大圆中 1 弧度角比小圆中 1 弧度角大

C. 圆心角为 1 弧度的扇形的弧长都相等

D. 用弧度表示的角都是正角

2. 100° 化成弧度是().

A. $\frac{35\pi}{3}$

B. 10π

C. $\frac{28\pi}{3}$

D. $\frac{25\pi}{3}$

3. 半径为 π cm, 中心角为 120° 的弧长为().

A. $\frac{\pi}{3}$ cm

B. $\frac{\pi^2}{3}$ cm

C. $\frac{2\pi}{3}$ cm

D. $\frac{2\pi^2}{3}$ cm

4. 若 2 弧度的圆心角所对的弧长为 4 cm, 则这个圆心角所夹的扇形的面积是().

A. 4 cm^2

B. 2 cm^2

C. $4\pi \text{ cm}^2$

D. $2\pi \text{ cm}^2$

5. 已知弧度数为 2 的圆心角所对的弦长为 2, 则这个圆心角所对的弧长是().

A. 2

B. $2\sin 1$

C. $\frac{2}{\sin 1}$

D. $\sin 2$

6. 若扇形的圆心角为 60° , 半径为 6, 则扇形的面积为_____.

7. 半径为 R 的圆的一段弧长等于 $2\sqrt{3}R$, 则这段弧所对的圆心角的弧度数是_____.

8. 若一扇形的周长为 60 cm, 那么当它的半径和圆心角各为_____cm 和_____rad 时, 扇形的面积最大.

9. 已知 $\alpha = -800^\circ$, 把 α 改写成 $\beta + 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}, 0 \leq \beta < 2\pi$) 的形式, 并指出 α 的终边在第几象限.

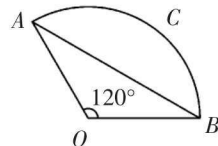
10. 一个半径为 r 的扇形, 若它的周长等于弧所在半圆的长, 那么扇形的圆心角是多少弧度? 扇形的面积是多少?

尝试高考 & 能力检测

1. 如图所示, 已知扇形 AOB 的圆心角 $\angle AOB = 120^\circ$, 半径 $R = 6$, 求:

(1) AB 的长;

(2) 弓形 ACB 的面积.



2. 单位圆(在直角坐标系中,我们称以原点 O 为圆心,以单位长度为半径的圆为单位圆)上两个动点 M 、 N ,同时从 $P(1,0)$ 点出发,沿圆周运动, M 点按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{6}$ 弧度/秒, N 点按顺时针转 $\frac{\pi}{3}$ 弧度/秒,试求它们出发后第三次相遇时的位置和各自走过的弧度.

1.2 任意角的三角函数

1.2.1 任意角的三角函数

学习目标

1. 掌握任意角三角函数的概念,会用三角函数定义求简单的三角函数值.
2. 理解诱导公式一,三角函数线.

预习检测

1. 任意角的三角函数定义: α 是一个任意大小的角,以 α 的顶点 O 为坐标原点,以 α 的始边为 x 轴的非负半轴,建立平面直角坐标系,设 $P(x,y)$ 是 α 的终边与单位圆的交点,规定:

$\sin\alpha = \frac{y}{r}$, $\cos\alpha = \frac{x}{r}$, $\tan\alpha = \frac{y}{x}$.

2. 三角函数值的符号.

α 的终边	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
x 轴正半轴			
第一象限			
y 轴正半轴			
第二象限			
x 轴负半轴			
第三象限			
y 轴负半轴			
第四象限			

3. 诱导公式一: $\sin(\alpha+2k\pi) = \sin\alpha$, $\cos(\alpha+2k\pi) = \cos\alpha$, $\tan(\alpha+2k\pi) = \tan\alpha$, 其中 $k \in \mathbf{Z}$.

典例剖析

题型一:用三角函数的定义求三角函数值

例 1: 已知角 α 的终边经过点 $P(a, 2a)$ ($a > 0$), 求 $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ 的值.

解: $\because$ 角 α 的终边经过点 $P(a, 2a)$ ($a > 0$),

$$\therefore r = \sqrt{5}a, x = a, y = 2a.$$

$$\therefore \sin\alpha = \frac{y}{r} = \frac{2a}{\sqrt{5}a} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{a}{\sqrt{5}a} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{2a}{a} = 2.$$

点拨:

若题目中涉及角 α 终边上一点 P 的相关性质或条件, 往往考虑利用三角函数的定义求解.

变式 1: 已知角 α 的终边在射线 $y = \sqrt{3} (x > 0)$ 上, 求角 α 的正弦、余弦和正切值.

题型二: 诱导公式一的应用

例 2: 计算: (1) $\sin(-\frac{11}{6}\pi) + \cos\frac{12}{5}\pi \cdot \tan 4\pi$; (2) $\sin 1140^\circ \cdot \cos(-690^\circ) + \tan 1845^\circ$.

解: (1) $\frac{1}{2}$; (2) $\frac{7}{4}$.

点拨:

在求三角函数值时, 可以利用诱导公式:

$\sin(\alpha + 2k\pi) = \sin\alpha$, $\cos(\alpha + 2k\pi) = \cos\alpha$, $\tan(\alpha + 2k\pi) = \tan\alpha$, 其中 $k \in \mathbf{Z}$, 将一些角转化在锐角范围内进行求解.

变式 2: 求值:

$$(1) \sin(-\frac{23\pi}{6}) = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (2) \tan\frac{9\pi}{4} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (3) \cos(-\frac{5\pi}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

限时训练 (时间: 40 分钟)

1. 若 $\sin\alpha \cdot \cos\alpha > 0$, 则 α 在 ().

- A. 第一或第二象限 B. 第一或第三象限
C. 第一或第四象限 D. 第二或第四象限

2. (2014·全国) 已知角 α 的终边经过点 $(-4, 3)$, 则 $\cos\alpha = ()$.

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

3. 已知角 α 的终边经过点 $P(-4a, 3a) (a < 0)$, 则 $2\sin\alpha + \cos\alpha$ 的值为 ().

- A. $-\frac{2}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. 0 D. $\frac{2}{5}$ 或 $-\frac{2}{5}$

4. 已知 $\alpha = \frac{5\pi}{8}$, 则 $P(\sin\alpha, \tan\alpha)$ 所在象限是 ().

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. 当 α 为第二象限角时, $\frac{|\sin\alpha|}{\sin\alpha} - \frac{|\cos\alpha|}{\cos\alpha}$ 的值是().

A. 1

B. 0

C. 2

D. -2

6. $\sin 2205^\circ =$ _____; $\sin \frac{13\pi}{6} =$ _____.

7. 角 α ($0 < \alpha < 2\pi$) 的正、余弦线的长度相等, 且正、余弦符号相异, 那么 α 的值为 _____.

8. 若 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$, 则 $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ 的大小关系为 _____.

9. 函数 $y = \frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|}$ 的值域是 _____.

10. 点 P 从 $(1, 0)$ 出发, 沿单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 逆时针方向运动 $\frac{2}{3}\pi$ 弧长到达点 Q , 则点 Q 的坐标为 _____.

11. 作出角 $\alpha = \frac{7\pi}{6}$ 的正弦线、余弦线、正切线.

尝试高考 & 能力检测

1. 若 α 角终边上一点的坐标为 $(1, -1)$, 则角 α 为().

A. $2k\pi + \frac{\pi}{4}$ B. $2k\pi - \frac{\pi}{4}$ C. $k\pi + \frac{\pi}{4}$ D. $k\pi - \frac{\pi}{4}$

2. 利用三角函数线, 写出满足下列条件的角 x 的集合.

(1) $\sin x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$; (2) $\cos x \leq \frac{1}{2}$;

1.2.2 同角三角函数的基本关系

学习目标

1. 掌握同角三角函数的基本关系, 能利用关系式进行三角函数求值, 化简.
2. 体会化归转化的数学思想方法.

● 预习检测

1. 由三角函数的定义,同角三角函数间有以下两个等式:

(1) _____;

(2) _____.

2. 同角三角函数的关系式的基本用途:①根据一个角的某一三角函数值,求出该角的其他三角函数值;

②化简同角的三角函数式;③证明同角的三角恒等式.

● 典例剖析

题型一:利用同角三角函数关系式化简,求值

例 1: 已知 $\cos\alpha = -\frac{8}{17}$, 求 $\sin\alpha, \tan\alpha$ 的值.

解: $\cos\alpha = -\frac{8}{17} < 0, \cos\alpha \neq -1$,

如果 α 是第二象限角, 那么 $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \frac{15}{17}, \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{15}{8}$,

如果 α 是第三象限角, 那么 $\sin\alpha = -\frac{15}{17}, \tan\alpha = \frac{15}{8}$.

点拨:

同角三角函数的基本关系式是求解三角函数值最基本的方法,在求值过程中需要注意角的范围,以判断三角函数值的符号.

变式 1: (1) 已知 $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$, 求 $\cos\alpha, \tan\alpha$ 的值.

(2) 已知 $\tan\alpha = 2$, 求 $\sin\alpha, \cos\alpha$ 的值.

题型二:利用三角函数关系式化简,求值

例 2: 已知 $\tan\alpha = -\frac{1}{3}$, 求 $\frac{4\sin\alpha - 2\cos\alpha}{5\cos\alpha + 3\sin\alpha}$ 的值.

解: (1) 解法一:

由 $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{1}{3}$ 得 $\cos\alpha = -3\sin\alpha$ 代入所求式得 $\frac{4\sin\alpha - (-3\sin\alpha)}{5(-3\sin\alpha) + 3\sin\alpha} = -\frac{5}{6}$.

解法二: $\because \tan\alpha = -\frac{1}{3}, \therefore \cos\alpha \neq 0$, 原式 $= \frac{4\tan\alpha - 2}{5 + 3\tan\alpha} = -\frac{5}{6}$.

点拨:

本题需要利用三角函数关系式进行化简求解.

变式2: 已知 $\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{2}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\tan\alpha =$ ().

- A. -1 B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

限时训练 (时间: 40 分钟)

1. (2013·全国) 已知 α 是第二象限角, $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, 则 $\cos\alpha =$ ().

- A. $-\frac{12}{13}$ B. $-\frac{5}{13}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

2. 已知 $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, 且 α 是第二象限角, 那么 $\tan\alpha$ 的值为 ().

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

3. 已知 $\cos\alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\tan\alpha$ 的值等于 ().

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\pm\frac{4}{3}$ D. $\pm\frac{3}{4}$

4. 若 $\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{2\sin\alpha - \cos\alpha} = 2$, 则 $\tan\alpha =$ ().

- A. 1 B. -1 C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{4}{3}$

5. 已知 $\tan\alpha = -\frac{1}{2}$, 则 $\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}$ 的值是 ().

- A. $\frac{4}{3}$ B. 3 C. $-\frac{4}{3}$ D. -3

6. 若 $\sin\theta, \cos\theta$ 是方程 $4x^2 + 2mx + m = 0$ 的两根, 则 m 的值为 ().

- A. $1 + \sqrt{5}$ B. $1 - \sqrt{5}$ C. $1 \pm \sqrt{5}$ D. $-1 - \sqrt{5}$

7. 求 $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \cdots + \sin^2 89^\circ$ 的值为 ().

- A. 44 B. 44.5 C. 50 D. 40

8. (2010·全国文) 已知 α 是第二象限角, $\tan\alpha = -\frac{1}{2}$, 则 $\cos\alpha =$ _____.

9. 已知 $\tan\alpha = -2$, 求 $\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\cos\alpha}$ 的值为 _____.

10. 已知 $\tan\theta = 2$, 求 $\sin^2\theta + \sin\theta \cdot \cos\theta + \cos^2\theta$ 的值为 _____.

11. 已知 $\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{8}$, 且 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 则 $\cos\alpha - \sin\alpha$ 的值是 _____.

12. 化简: $\frac{\sqrt{1-2\sin 40^\circ \cos 40^\circ}}{\cos 40^\circ - \sqrt{1-\sin^2 50^\circ}}.$

尝试高考 & 能力检测

1. (2014·全国) 设 $a=\sin 33^\circ, b=\cos 55^\circ, c=\tan 35^\circ$, 则().

A. $a>b>c$

B. $b>c>a$

C. $c>b>a$

D. $c>a>b$

2. 设 θ 为斜 $\triangle ABC$ 的一个内角, 则 $\frac{2\cos\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} + \frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\sin\theta} =$ _____.

1.3 三角函数的诱导公式

学习目标

掌握诱导公式, 能利用诱导公式求任意角的三角函数值.

预习检测

1. 诱导公式的内容:

$$\sin(\alpha+2k\pi) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\alpha+2k\pi) = \underline{\hspace{2cm}}, \tan(\alpha+2k\pi) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

其中 $k \in \mathbb{Z}$.

$$\sin(\pi+\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\pi+\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \tan(\pi+\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\sin(\pi-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\pi-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \tan(\pi-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 诱导公式的作用:

诱导公式可以将任意角的三角函数转化为 _____ 三角函数, 因此常用于化简和求值, 其一般步骤是:

