

 “世少赛”(中国区)选拔赛指定专用教材
 海峡两岸数学邀请赛指定专用教材



丛书主编：叶立军
主 编：陈亚楠

我 的 第 一 本 奥 数 书

奥数冠军的

零起步秘笈

七年级

200个以上知识点

帮你构建数学知识体系

75道典型例题+75道深度拓展

让你轻松掌握解题技巧

225道跟踪练习及时学习效果检验



华东理工大学出版社

EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

“世少赛”(中国区)选拔赛指定专用教材
海峡两岸数学邀请赛指定专用教材



我的第一本奥数书

奥数冠军的 零起步秘笈

七年级

丛书主编：叶立军
主 编：陈亚楠
编 委：陈亚楠 王晓楠 刘春江 陈思思 郭 风 王 莹 赵亚云
程龙红 李昱茜 李亚辉 罗 强 高华岳 孟泽琪

华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

我的第一本奥数书：奥数冠军的零起步秘笈. 七年级/陈亚楠主编. —上海：华东理工大学出版社，2015.6

(给力数学·我的第一本奥数书/叶立军)

ISBN 978 - 7 - 5628 - 3920 - 0

I. ①我… II. ①陈… III. ①中学数学课—初中—题解
IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 103309 号

给力数学

我的第一本奥数书：奥数冠军的零起步秘笈(七年级)

丛书主编/叶立军

主 编/陈亚楠

策划编辑/庄晓明

责任编辑/赵子艳

责任校对/成俊

封面设计/裴幼华

出版发行/华东理工大学出版社有限公司

地址：上海市梅陇路 130 号，200237

电 话：(021)64250306(营销部)

(021)64252718(编辑室)

传 真：(021)64252707

网 址：press.ecust.edu.cn

印 刷/南通印刷总厂有限公司

开 本/787 mm×1092 mm 1/16

印 张/13.75

字 数/283 千字

版 次/2015 年 6 月第 1 版

印 次/2015 年 6 月第 1 次

书 号/ISBN 978 - 7 - 5628 - 3920 - 0

定 价/29.80 元

联系我们：电子邮箱 press@ecust.edu.cn

官方微博 e.weibo.com/ecustpress

天猫旗舰店 <http://hdlgdxcbs.tmall.com>



前 言

当下的数学教育存在很多误区,其中最大的误区就是“奥数万能”以及对应的“奥数无用”。那么奥数到底是什么?中学生应不应该学习“奥数”?很多家长对此都心存疑虑。“奥数”是奥林匹克数学的简称。1934年和1935年,苏联开始在列宁格勒和莫斯科举办中学数学竞赛,并冠以数学奥林匹克的名称,1959年在布加勒斯特举办第一届国际数学奥林匹克。国际数学奥林匹克作为一项国际性赛事,由国际数学教育专家命题,出题范围超出了所有国家的义务教育水平,难度大大超过大学入学考试。

有关专家认为,只有5%的智力超常的青少年适合学奥林匹克数学,而能一路过关斩将冲到国际数学奥林匹克巅峰的人更是凤毛麟角。只有在学校课堂上数学学得相对比较扎实、学有余力且又对数学有浓厚兴趣和钻研精神的学生才适合学习奥数。《我的第一本奥数书》就是一套针对学有余力且对数学有浓厚兴趣和钻研精神的学生的必备参考资料。

本书在内容编排上,结合最新奥数竞赛的要求,设置了以下栏目:

【知识·方法·规律】对每一讲所要掌握的知识点进行了提纲挈领的归纳总结(包括主要公式、定理和常用的数学思想方法等),帮助学生对本讲的知识体系有一个全面的了解与认识,做到胸有成竹,从而提高学习效率。

【典例·解析·拓展】精选典型例题,进行深入分析,对每一道题的解题关键点都一一地进行了解读,帮助学生厘清思路、拓展思维,让学生真正能做到举一反三,全面提高解题综合能力。

【测训·反馈·应用】精选与本讲有关的针对性训练,杜绝题海战术,每道题都在书后的**【思路·点拨·详解】**中给出精辟的解题提示与分析。

即便不打算在奥数上有所建树,如果学有余力,也推荐大家研读本套丛书,这对于培养以下四方面的数学能力大有裨益。

1. 基础运算能力

这方面的能力表现为能准确、快速地处理数据;能熟练地对含字母的解析式进行运算,并能在完成运算后做出全面、准确、合理的结论;能明确算理,能理解如何进行算法的优化。

2. 逻辑思维能力

这方面的能力表现为能正确理解各数学对象间的逻辑关系;能严格从概念、理论出发进行逻辑推理,得出正确结论;能正确识别充分条件、必要条件和充要条件;能正确运用数

学归纳法、反证法等基本论证方法.

3. 空间想象能力

这方面的能力表现为能正确认识空间图形的形状、大小和位置关系;能作出体现特定空间位置关系的几何图形;能在不便于作图的情况下正确想象出几何体之间的位置关系.

4. 数学语言表达能力

这方面的能力表现为能正确使用数学符号;能准确、简洁地表达出数学内容,且语句完整、连贯,层次清楚;当论证或解答各类数学问题时,能用字(或字母)准确,能注意到数学论文的书写规范,论文中的图形要求表现力强,且注重作图规范,能做到图、文相符.

除了上述四大能力之外,以下能力也在本套教材中有所体现:将实际问题抽象为数学问题的能力;数形结合相互转化的能力;观察、实验、比较、猜想、归纳问题的能力;研究、探讨问题的能力和创新能力.

由于水平有限,书中不足之处在所难免,笔者真诚地希望读者提出宝贵建议.

目 录

第1讲	有理数的运算 / 1
第2讲	数轴与绝对值 / 7
第3讲	奇数和偶数 / 13
第4讲	质数和合数 / 18
第5讲	实数的运算 / 24
第6讲	整式的运算 / 30
第7讲	因式分解 / 36
第8讲	分式的运算 / 42
第9讲	一元一次方程 / 48
第10讲	二元一次方程组 / 54
第11讲	分式方程 / 62
第12讲	列方程(组)解应用题 / 68
第13讲	不等式 / 76
第14讲	代数式的化简与求值 / 82
第15讲	线段 / 88
第16讲	角 / 96
第17讲	相交线与平行线 / 102
第18讲	面积 / 109
第19讲	数据与统计图表、统计与概率 / 117
第20讲	加法原理与乘法原理 / 127
第21讲	抽屉原理 / 134
第22讲	转化的思想方法 / 140
第23讲	数形结合的思想方法 / 146
第24讲	分类讨论的思想方法 / 153
第25讲	方程的思想方法 / 160
思路·点拨·详解	/ 167

第 1 讲

有理数的运算



► 知识·方法·规律

有理数及其运算是代数的基础,有关式的所有运算都是在数的运算的基础上建立起来的,深刻理解有理数的相关概念,掌握一定的有理数运算技能是数与代数学习的基础.有理数的运算方法灵活,技巧性强,为此,我们先回顾一下分数的拆分、比较大小及混合运算等知识.

1. 分数的拆分

将一个分数拆分成几个分数的和或差的形式.

2. 分数的比较大小

(1) 分母相同的两个分数,分子大的那个分数大;

(2) 分子相同的两个分数,分母大的那个分数小;

(3) 分子、分母均不相同的两个分数,可以根据分数的基本性质,化为同分母或同分子的两个分数,从而变为上述两种情况进行讨论;

(4) 比较大小常用的方法有作差法(与0比较)、作商法(与1比较)、取倒数法、放缩法等.

3. 分数的混合运算

分数的混合运算可以参照整数的四则运算中的运算律进行.

根据以上知识,我们可以进行有理数的有关运算.

4. 分数的表达

分数通常可以表示为 $\frac{q}{p}$ (p,q 为互质的整数, $p\neq 0$)的形式.

5. 有理数的性质

(1) 有理数对加、减、乘、除四则运算具有封闭性,即有理数四则运算的结果仍是有理数;

(2) 有理数具有有序性,即有理数可以比较大小;

(3) 有理数具有稠密性,即任何两个不同的有理数之间存在无限多个有理数;

(4) 有理数可以写成有限小数或无限循环小数的形式.

6. 有理数运算的常用技巧

(1) 凑整法: 将某些数凑成整十、整百之类的数;

(2) 拆项法: 将一些分数拆开,使得拆开后的分数可以相互抵消;

(3) 公式法: 利用乘法公式进行运算;

- (4) 换元法: 用字母表示数, 从而达到化繁为简的目的;
 - (5) 裂项相消法: 将分数拆成两个分数的差;
 - (6) 分解相约法: 因数分解, 使其可以和分母进行约分化简;
 - (7) 错位相减法: 这是常用的数列求和方法.
- 以下是常用的拆项计算法和巧用公式法的有关公式和等量关系式.

① 拆项计算常用到以下关系式:

$$\frac{m+n}{mn} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{m}{n(n+m)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+m}$$

$$\frac{2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

② 运用代数公式, 能巧解数值计算题, 常用的公式如下:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

有理数的运算技巧是非常丰富的, 同学们要结合具体问题, 合理选择方法, 从而使计算迅速而准确.

► 典例 · 解析 · 拓展

【例1】 计算: $(-0.25)^4 \times (-8^3) + \left[\left(-3\frac{1}{3} \right)^2 - \frac{4}{13} \times (-6.5) + (-2)^4 \div (-6) \right] \div \left(-\frac{1}{3^2} \right)$.

» 【解析】 此题如果按常规的四则运算法则, 显然运算量较大, 我们可以根据幂的运算性质和添去括号法则, 进行巧算.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= -\left(\frac{1}{2^2}\right)^4 \times 2^9 + \left(\frac{100}{9} + \frac{4}{13} \times \frac{13}{2} - \frac{8}{3}\right) \div \left(-\frac{1}{9}\right) \\ &= -\frac{1}{2^8} \times 2^9 + \left(\frac{100}{9} + 2 - \frac{8}{3}\right) \times (-9) \\ &= -2 - 100 - 18 + 24 \\ &= -96. \end{aligned}$$

【拓展】 计算: $\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{2007}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2008}\right)$
 $-\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{2008}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2007}\right).$

【提示】 观察被减数与减数中因式之间的联系,适当换元,可将复杂的数值计算化为简单的式的运算.

$$\text{设 } a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2007},$$

$$\text{所以原式} = (1-a)\left(a + \frac{1}{2008}\right) - \left(1-a - \frac{1}{2008}\right)a = \frac{1}{2008}.$$

$$\text{【例2】} \text{ 计算: } \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2012 \times 2013}.$$

【解析】 根据 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ 进行计算.

$$\text{原式} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2012} - \frac{1}{2013}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2013} = \frac{2012}{2013}.$$

【拓展】 设 $S = \frac{2}{1 \times 3} + \frac{2^2}{3 \times 5} + \frac{2^3}{5 \times 7} + \dots + \frac{2^{49}}{97 \times 99}$, $T = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{2^2}{7} + \dots + \frac{2^{48}}{99}$, 则

$S - T$ 等于多少?

【提示】 因为 $\frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right)$, $\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$, ..., $\frac{1}{97 \times 99} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99}\right)$,

一般地,当 $n > m$ 时, $\frac{1}{m \times n} = \frac{1}{n-m} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)$,这样对 S 进行拆项后,再计算.

$$\begin{aligned} S &= \left(1 - \frac{1}{3}\right) + 2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + 2^2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \dots + 2^{48}\left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99}\right) \\ &= 1 + (2-1) \times \frac{1}{3} + (2^2-2) \times \frac{1}{5} + (2^3-2^2) \times \frac{1}{7} + \dots + (2^{48}-2^{47}) \times \frac{1}{97} - 2^{48} \times \frac{1}{99} \\ &= 1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{2^2}{7} + \dots + \frac{2^{47}}{97} - \frac{2^{48}}{99}. \end{aligned}$$

$$\text{故 } S - T = 1 - \frac{2^{49}}{99}.$$

【例3】 计算: $2 + 4 + 6 + \dots + 2010 + 2012$.

【解析】 观察发现,在算式中,从第二项开始,后项减前项的差都等于 2,而且算式中首末两项之和与距首末两项等距离的两项之和都等于 2014,于是可有如下解法:

$$\text{令 } S = 2 + 4 + 6 + \dots + 2010 + 2012,$$

$$\text{反序写出,有 } S = 2012 + 2010 + \dots + 6 + 4 + 2.$$

两式相加,有 $2S = (2 + 2012) + (4 + 2010) + \dots + (2010 + 4) + (2012 + 2)$
 $= \underbrace{2014 + 2014 + \dots + 2014}_{1006个2014}$
 $= 2014 \times 1006 = 2026084.$

所以 $S = 1013042$.

【拓展】计算: $7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2001}$.

【提示】令 $S = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2001}$, 则 $7S = 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2001} + 7^{2002}$.

由两式相减,得 $S - 7S = 7 - 7^{2002}$.

$$\text{故 } S = \frac{7^{2002} - 7}{7 - 1} = \frac{7^{2002} - 7}{6}.$$

► 测训·反馈·应用

1. 有理数 $-\frac{1}{a}$ 的值一定不是()。
 A. 正整数 B. 负整数 C. 负分数 D. 0
2. $\frac{1-2+3-4+\dots-14+15}{-2+4-6+8-\dots+28-30}$ 等于()。
 A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
3. $(-2)^{2004} + 3 \times (-2)^{2003}$ 的值为()。
 A. -2^{2003} B. 2^{2003} C. -2^{2004} D. 2^{2004}
4. 若四个有理数 a, b, c, d 满足 $\frac{1}{a-1997} = \frac{1}{b+1998} = \frac{1}{c-1999} = \frac{1}{d+2000}$, 则 a, b, c, d 的大小关系是()。
 A. $a > c > b > d$ B. $b > d > a > c$ C. $c > a > b > d$ D. $d > b > a > c$
5. $\frac{1 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 10 + 3 \times 9 \times 15 + 4 \times 12 \times 20 + 5 \times 15 \times 25}{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + 3 \times 6 \times 9 + 4 \times 8 \times 12 + 5 \times 10 \times 15} = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+100} = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 如图1-1所示,自然数按一定规律排列,则第200行的第5个数是_____。
8. 已知数轴上的三点 A, B, C 所对应的数 a, b, c 满足 $a < b < c, abc < 0$ 和 $a + b + c = 0$,那么线段 AB 与 BC 的大小

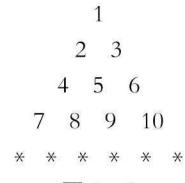


图1-1

关系是_____.

9. 计算: $1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 5\frac{1}{8} + 7\frac{1}{16} + 9\frac{1}{32}$.

10. 计算: $2000 \times \frac{199919991999}{200020002000} + \frac{2000 \times 1999 - 2001 \times 1998}{2000^2 - 2001 \times 1999}$.

11. 已知 m, n 互为相反数, a, b 互为负倒数, x 的绝对值等于 3, 求:

$x^3 - (1 + m + n + ab)x^2 + (m + n)x^{2002} + (-ab)^{2003}$ 的值.

12. 如图 1-2 所示, 三角形数阵中所有数之和是多少?

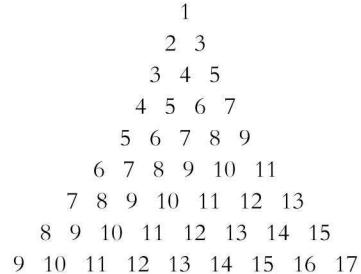


图 1-2

13. 将自然数 1, 2, 3……按图 1-3 排列: 从 1 开始, 右边写 2 然后向下转弯写 3, 再向左转弯写 4, 5, 再向上……这样第一次转角的数是 2, 第二次转角的数是 3……求第 20 次转角的数.

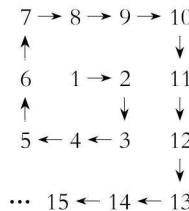


图 1-3

第 2 讲

数轴与绝对值



► 知识·方法·规律

数轴和绝对值是初中数学的基本内容,其中绝对值能够比较全面地考查学生用分类讨论思想解决问题的能力.因此,在处理与绝对值有关的问题时,要学会分类讨论,熟练运用绝对值的定义和性质,并善于结合数轴去解决问题.

1. 数轴

- (1) 数轴的三要素包括原点、正方向、单位长度;
- (2) 任何有理数都可以用数轴上的点来表示;
- (3) 数轴上的点所表示的数,右边的数总比左边的数大.

2. 相反数

- (1) 互为相反数的两个数之和为0;
- (2) 互为相反数的两个数位于原点的两侧,且到原点的距离相等.

利用这些性质,我们可以解决代数式求值、比较大小及其他相关问题.

3. 绝对值的基本概念

绝对值的定义采用了描述法:一个正数的绝对值是它本身,一个负数的绝对值是它的相反数,0的绝对值是0.

4. 去绝对值符号的法则

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

5. 绝对值的几何意义

- (1) $|a|$ 的几何意义是:在数轴上,数a对应的点与原点之间的距离;
- (2) $|a-b|$ 的几何意义是:在数轴上,数a对应的点与数b对应的点之间的距离.

6. 绝对值的常用性质

- (1) (非负性)若a为有理数,则 $|a| \geq 0$;
- (2) 若a为有理数,则 $|a| = |-a|$;
- (3) 若a为有理数,则 $|a^2| = |a|^2 = a^2$;
- (4) 若a,b为有理数,则 $|ab| = |a| \cdot |b|$;
- (5) 若a,b为有理数,且 $b \neq 0$,则 $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$;
- (6) 若a,b为有理数,则 $|a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$.

► 典例·解析·拓展

【例1】 数 a, b 在数轴上对应的点如图 2-1 所示, 试化简 $|a+b| + |b-a| + |b| - |a-|a||$.

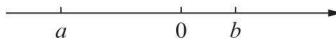


图 2-1

» **【解析】** 由图中数轴上 a, b 两点的位置, 知 $a < 0, b > 0, a + b < 0$ 等条件, 从而去掉绝对值符号, 解决问题.

由图可知 $a < 0, b > 0$, 而且 a 点离原点的距离比 b 点离原点的距离大, 因此 $a + b < 0$. 所以有

$$\begin{aligned} & |a+b| + |b-a| + |b| - |a-|a|| \\ &= -(a+b) + (b-a) + b - |a - (-a)| \\ &= -a - b + b - a + b - (-2a) \\ &= b. \end{aligned}$$

» **【拓展】** 设 $a < 0$, 且 $x \leqslant \frac{a}{|a|}$, 试化简 $|x+1| - |x-2|$.

» **【提示】** 因为 $a < 0$, 所以 $|a| = -a$, 所以 $\frac{a}{|a|} = \frac{a}{-a} = -1$. 于是 $x \leqslant \frac{a}{|a|}$, 即 $x \leqslant -1$,

所以 $x+1 \leqslant 0, x-2 < 0$, 因此 $|x+1| - |x-2| = -(x+1) - [-(x-2)] = -x-1+x-2 = -3$.

【例2】 求代数式 $|x+11| + |x-12| + |x+13|$ 的最小值.

» **【解析】** 设 $y = |x+11| + |x-12| + |x+13|$, 根据绝对值的几何意义, 我们知道 y 表示数轴上对应 x 的点到对应 $12, -11, -13$ 的点的距离之和. 下面分类讨论:

当 $x \geqslant 12$ 时, $y > |x+13| \geqslant 25$; 当 $x \leqslant -13$ 时, $y > |x-12| \geqslant 25$; 当 $-13 < x < 12$ 时, $y \geqslant |x-12| + |x+13| = 25$. 因此, 当 $x = -11$ 时, y 取最小值 25.

» **【拓展】** 如果 m 为有理数, 求代数式 $|m-1| + |m-3| + |m+5| + |m+6|$ 的最小值.

» **【提示】** 将 m 分为 $m \leqslant -6, -6 < m \leqslant -5, -5 < m \leqslant 1, 1 < m \leqslant 3, m > 3$ 五个部分进行讨论. 去绝对值符号, 经过化简得到: 当 $m \leqslant -6$ 时, 原式 $= -4m-7$, 最小值为 17; 当 $-6 < m \leqslant -5$ 时, 原式 $= -2m+5$, 最小值为 15; 当 $-5 < m \leqslant 1$ 时, 原式 $= 15$, 是固定值; 当 $1 < m \leqslant 3$ 时, 原式 $= 2m+13$, 最小值大于 15; 当 $m > 3$ 时, 原式 $= 4m+7$, 最小值大于 19. 综

上所述,原代数式的最小值为15.

【例3】 已知 $|a|=5$, $|b|=3$,且 $|a-b|=b-a$,求 $a+b$ 的值.

» 【解析】 由 $|a-b|=b-a$ 知 $a-b<0$,从而得到 a,b 的值.

因为 $|a-b|=b-a$,所以 $a-b<0$,所以 $a=-5$, $b=\pm 3$,于是 $a+b=-2$ 或者 $a+b=-8$.

» 【拓展】 a,b 为有理数,且 $|a+b|=a-b$,试求 ab 的值.

» 【提示】 当 $a+b\geqslant 0$ 时,由 $|a+b|=a+b=a-b$,得 $b=-b$,故 $b=0$.当 $a+b<0$,由 $|a+b|=-a-b=a-b$,得 $-a=a$,故 $a=0$.所以不管 $a+b\geqslant 0$ 还是 $a+b<0$, a,b 中至少有一个为0,因此 $ab=0$.

【例4】 若 $|x-1|$ 与 $|y+2|$ 互为相反数,试求 $(x+y)^{2014}$.

» 【解析】 由 $|x-1|$ 与 $|y+2|$ 互为相反数且 $|x-1|,|y+2|$ 均非负,可知 $x-1=0$, $y+2=0$,从而得到 x,y 的值.

因为 $|x-1|$ 与 $|y+2|$ 互为相反数,所以 $|x-1|+|y+2|=0$.因为 $|x-1|$ 与 $|y+2|$ 都是非负数,所以必有 $x-1=0$, $y+2=0$,即 $x=1$, $y=-2$.于是有

$$(x+y)^{2014}=(1-2)^{2014}=(-1)^{2014}=1.$$

» 【拓展】 若 a,b,c 为整数,且 $|a-b|^{19}+|c-a|^{99}=1$,试计算 $|c-a|+|a-b|+|b-c|$ 的值.

» 【提示】 因为 a,b,c 均为整数,则 $a-b,c-a$ 也应为整数,且 $|a-b|^{19},|c-a|^{99}$ 为两个非负整数,和为1,所以只能是

$$|a-b|^{19}=0 \text{ 且 } |c-a|^{99}=1 \quad ①$$

$$\text{或者 } |a-b|^{19}=1 \text{ 且 } |c-a|^{99}=0. \quad ②$$

由①有 $a=b$ 且 $c=a\pm 1$,于是 $|b-c|=|c-a|=1$;由②有 $c=a$ 且 $a=b\pm 1$,于是 $|b-c|=|a-b|=1$.所以,不论①或者②都有 $|b-c|=1$ 且 $|a-b|+|c-a|=1$,所以 $|c-a|+|a-b|+|b-c|=2$.

► 测训·反馈·应用

1. 下列不等式的解集中,如图2-2所示的是() .

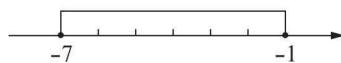


图2-2

- A. $|x - 4| < 3$ B. $|x - 4| > 3$ C. $|x + 4| < 3$ D. $|x + 4| > 3$
2. 方程 $|x - 2| + |x - 3| = 1$ 的实数解的个数是()。
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 多于 3
3. 如果 $\frac{t_1}{|t_1|} + \frac{t_2}{|t_2|} + \frac{t_3}{|t_3|} = 1$, 则 $\frac{|t_1 t_2 t_3|}{t_1 t_2 t_3}$ 的值为()。
- A. -1 B. 3 C. ± 1 D. 不确定
4. 如果 $a + b - c > 0, a - b + c > 0, -a + b + c > 0$, 则 $(\frac{a}{|a|})^{2006} - (\frac{b}{|b|})^{2006} + (\frac{c}{|c|})^{2006}$ 的值等于()。
- A. 1 B. -1 C. 0 D. 3
5. 已知 $x > 0, y < 0$, 且 $|x| < |y|$, 用“ $<$ ”号把 $-x, x, -y, y$ 连接起来, 其结果为_____.
6. 代数式 $|x + 1| + |x - 2| + |x - 3|$ 的最小值是_____.
7. 计算 $|||2000 - 2001| - 2002| - 2003| - 2004| =$ _____.
8. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点如图 2-3 所示, 试化简: $|a - b| + |a + b| + |c - a| + |c - b|$.

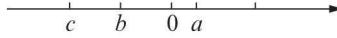


图 2-3

9. 已知 $x < -3$, 化简 $|3 + |2 - |1 + x|||$.
10. 已知 $y = |2x + 6| + |x - 1| - 4|x + 1|$, 求 y 的最大值.