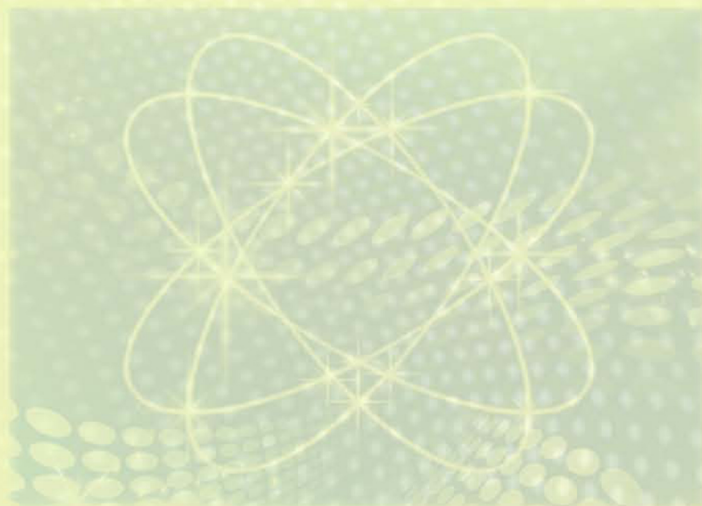


高职应用数学

谢克斌 主编



西北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高职应用数学/谢克斌主编. —西安:西北大学出版社, 2012. 9(修订版)
(示范性院校建设人文素质项目教材)
ISBN 978-7-5604-2965-6

I. ①高… II. ①谢… III. ①高等数学—高等
职业教育—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 182535 号

高职应用数学

谢克斌 主编

出版发行	西北大学出版社	社 址	西安市太白北路 229 号
电 话	029—88303313	经 销	新华书店经销
印 刷	陕西向阳印务有限公司	开 本	787mm×1092mm 1/16
版 次	2011 年 9 月第 1 版	印 次	2013 年 9 月修订版第 3 次印刷
字 数	710 千字	印 张	30.75
书 号	ISBN 978-7-5604-2965-6	定 价	39.00 元

前 言

《高职应用数学》教材是我院进行示范性院校建设的人文素质项目成果之一,也是高等数学精品课程配套使用的精品教材。

数学是一门文化基础课,从小学至大学一直开设,这不仅仅因为数学是工具,更在于数学在培养思维能力方面独具品质,如果我们留意各行各业的专家或优秀工作者,你会发现他们思维敏锐、逻辑性强、概念精确、说理透彻,这些人才品质,往往可以追踪到数学教育对他们的熏陶。通过数学的学习,可培养严谨、朴实的科学态度,理智、自律的人格特征,诚实、求是的人文精神,勤奋、自强、永无止境追求真理的探索精神。

对于理工类、管理类专业的学生来讲,数学的基础性和工具性作用尤为突出,数学可以帮助他们解决生产实践中的许多实际问题,如筑路架桥时弯道的设计,桥梁的抗震问题,车辆通过隧道时行驶速度确定的标准问题,汽车机油滤清器生产时对拉深材料下料的计算问题,汽车刹车性能测试中速度和加速度的确定问题,用砂轮打磨弯曲型工件内表面时砂轮尺寸的确定问题等等。由此可以看出,数学影响的不仅仅是在校期间后续功课的学习,而且将影响走出校门后一生的职业进步和事业成就。

职业教育的发展日新月异,老教材往往赶不上新变化,存在着严重的滞后性和错位性。过去被业界看好的成熟教材很大程度上不适应目前的高职教育。理论成熟、体系完备、内容浩瀚的传统教材高职学生是没有能力“消化”的,教师也没有那么多的课时可以用来“精酿细做”。面对此教学困境,我院全体数学同仁积极教研教改,共商教学出路与对策,我们以国家高职教育方针为指导思想,以我院高职办学为研究基础,针对“2+1”人才培养方案,再结合高职学生知识现状和未来所需的职业能力开发出这套教材。

围绕教材建设这一主题,我们研究学院的专业特点,充分考虑

将课程目标与专业培养目标融合,我们走访用人单位进行基础调研和信息反馈,我们审视多年来课程教学的成败得失,我们考虑高职生的知识接受现状和未来职业能力需求,我们借鉴同类教材的编写经验,我们汇集自己多年的专业研究和教学思考成果,我们务实创新、博采众长、集众人智慧于一体,编写出这本教材,供学生学习使用。

该教材的编写理念是:

1. 注重概念的建立,淡化严格理论证明,注重对一般方法的介绍,以培养学生对基本运算的掌握,不过分追求演算的技巧性。

2. 注重数形结合,加强几何直观性,力求简单、明了,不过分追求完整的系统性。力求做到教师好教、好用,学生好学、乐学。

3. 突出应用性,加强针对性,在内容的处理上,尽可能反映数学在现代经济社会中的应用,多角度、多层次渗透运用数学方法分析和解决实际问题,致力于知识和能力的同步加强。

4. 降低起点,减小坡度,分散难点,提升兴趣。增强示范性和可模仿性,使高职学生克服对数学学习的恐惧心理,树立起学习数学的自信心,以利取得良好的学习成效。

5. 数学不仅是关于数的世界、形的世界的科学,还是一门充满人文精神的科学,编写中我们有意识地融入了一些数学文化、数学素养、数学思维的元素,以求达到“立体塑人”的目的。

本书由谢克斌根据精品课程建设要求提出编写思路、拟定编写体例和大纲,然后全体编者共同讨论和修改,在达成共识之后分工进行编写。全体主编、副主编参与了书稿的校对,最后由主编完成全书统稿工作。教材于2011年9月出版发行,在使用过程中得到老师们普遍的认同和赞誉。

随着我院示范性院校建设步伐的加快和内涵式发展的深化,数学课改在方向和内容上都提出了一些新的要求:巩固“说课”成果、实行分层教学、组织数学建模培训……鉴于此,在继承原有教材建设成果的基础上,我们于2012年夏天对教材进行了一次“大动作”的修订,使之更切合高职培养目标,更能反映课改成果,也更便于操作实施。这次修订主要做了以下工作:

1. 改变了教材的编写体例,按三大模块予以构架。

2. 扩充了教材容量,在原有内容的基础上增加了新的内容。

3. 增加了自测题,于每章之后编写了 A、B 两套自测题。其编排的目的是为“分层教学”考虑,这样做既便于教学测评的常态化,又方便了学生自测自检、查漏补缺,稳步提升学习成绩。

4. 数学与计算机软件结合。教材在部分章节针对一些繁琐计算引入 Microsoft Excel 快速、便捷求值,达到化难为易、化繁为简的目的,这是课改的一个新思路,有待于我们在教材使用中进一步探索、实践和完善。

本书具体编写分工如下:

第 1 章由杨小平编写;第 2、8、12、13、14、15 章由谢克斌编写;第 3、6、10、11 章由王子燕编写;第 4 章由张喜荣编写;第 5 章由马晓翊编写;第 7 章由张海妮编写;第 9 章由张博编写;刘妍妮、刘颖对习题和附录进行了校对。全书自测题由谢克斌、王子燕编写。

本书在编写过程中,得到陕西交通职业技术学院的大力支持。杨云峰院长为本书作序,并提出了良好的建议和意见;基础部陈军川、师炜两位主任积极指导教材的编写和修订;西北大学出版社的张运琪主任为本书的出版付出了辛勤的工作。教材修订之前,我们特邀请了中国职业教育学会教学工作委员会理事、高职数学研究会副主任、浙江商业职业技术学院陈笑缘教授来我院传经送宝,修订中,我们以陈教授的数学职教改革思想为指导,借鉴了她的部分教改成果,结合我院实际予以编写。在此表达我们全体编者对以上人员诚挚的谢意。

教材的出版和修订并不代表教材建设工作的终结,我们全体编者以诚恳虚心的学人姿态接受广大师生对教材的反馈意见与评价,以不断完善教材建设。

编 者

2012 年 8 月于西安

序

2010年7月,党中央、国务院颁布了《国家中长期教育改革和规划纲要(2010—2012年)》,召开了新世纪第一次全国教育工作大会,中国教育事业站在了新的历史起点上。特别是高等职业教育,作为我国教育改革过程中产生的高等教育新类型,横跨了高等教育和职业教育两大领域,其独特的价值和不可替代的生命力与竞争力正在凸显。

作为具有60余年办学历史的陕西交通职业技术学院,长期以来始终坚持以教材建设为切入点、以课程建设为基础、以专业建设为龙头的教学改革与发展思路,全面推进内涵式建设和发展,人才培养质量不断提升,得到了社会各界的广泛认可。多年的教学实践中,全院广大教职员工深入开展教育教学改革研究工作,静心教书、潜心育人,取得了突出的成绩。呈现在读者面前的这本《高职应用数学》教材,就是我院基础学科部教师针对高职学生特点,结合专业教学需求,潜心教研取得的一个重要成果,体现着浓厚的时代特征、行业特点、高职特性和学院特色,可谓匠心独运,是一本难得的具有广泛适应性的高职院校基础课程教材。

教材编写的方向是值得倡导的。全书共有三大模块,强调基础、突出应用、增设拓展,这种编排构架很切合高职院校培养高素质技能型人才的实际。

教材编写的内容是具有针对性的。我院开设的专业以理工类、管理类为主,编者搜集了很多鲜活、实用的专业案例,用数学的思维进行思考,用数学的方法予以解决,真正把基础课程服务专业人才培养的要求落到了实处。

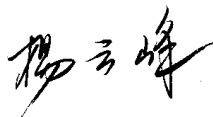
教材编写的格局和思路也是值得肯定的。与原来使用的教材相比,修订后的这本教材增加了数学实验和数学建模两部分内容。数学实验引导学生借助数学软件进行计算、运算和绘制图形,从而

达到借助现代化的工具高效、方便、快捷地解决数学问题的目的。数学建模不仅让学生了解一门新兴学科,而且有利于培养学生的创新和可持续发展能力。除此之外,教材还增加了 A 级和 B 级两个层次的自测题,体现了分层教学的改革导向,这种编排方式构思精心,安排恰当,实用性很强,既能帮助学生对各章学习目标有更准确的把握,也便于教师检测教学效果。

特别需要指出的是,编者都是我院一线教师,他们对学生的知识基础有着准确的把握,对学生的认知模式也有深入的了解,希望有关教师在使用本教材的过程中,不断探索高职数学课程的教学改革规律,不断完善这本教材,使之更贴近专业需求和学生实际。教材编写是搞好教学工作的重要环节,也是凝炼专业特色、形成办学优势的基础。教材建设永无止境,今后还有许多繁难复杂的工作需要我们的老师们去做,希望各位教师再接再厉,为学院人才培养质量提高不断做出新的更大的贡献。

是为序。

陕西交通职业技术学院院长



2012年8月

目 录

序	(1)
前 言	(1)

基 础 模 块

第一章 函数、极限与连续	(3)
§ 1.1 函数	(3)
§ 1.2 极限的概念	(10)
§ 1.3 无穷小与无穷大	(13)
§ 1.4 极限的运算法则	(15)
§ 1.5 两个重要极限与无穷小的比较	(18)
§ 1.6 函数的连续性	(23)
本章小结	(27)
复习题一	(29)
自测题 A(基础题)	(31)
自测题 B(提高题)	(32)
第二章 导数与微分	(34)
§ 2.1 导数的概念	(34)
§ 2.2 函数的求导法则	(40)
§ 2.3 隐函数及参数方程确定函数的求导法则	(46)
§ 2.4 高阶导数	(49)
§ 2.5 函数的微分	(53)
本章小结	(57)
复习题二	(58)
自测题 A(基础题)	(59)
自测题 B(提高题)	(60)
第三章 导数的应用	(62)
§ 3.1 微分学中值定理	(62)

§ 3.2 洛比达法则	(65)
§ 3.3 函数的单调性与极值	(70)
§ 3.4 曲线的凹凸性与拐点 函数图像的描绘	(77)
* § 3.5 曲率	(81)
本章小结	(84)
复习题三	(85)
自测题 A(基础题)	(87)
自测题 B(提高题)	(88)
第四章 不定积分	(90)
§ 4.1 不定积分的概念与性质	(90)
§ 4.2 换元积分法	(95)
§ 4.3 分部积分法	(102)
本章小结	(105)
复习题四	(106)
自测题 A(基础题)	(107)
自测题 B(提高题)	(108)
第五章 定积分及其应用	(110)
§ 5.1 定积分的概念	(110)
§ 5.2 定积分的几何意义及性质	(114)
§ 5.3 牛顿—莱布尼兹公式	(117)
§ 5.4 定积分的换元积分法和分部积分法	(122)
§ 5.5 定积分在几何中的应用	(126)
§ 5.6 定积分在物理中的应用	(134)
§ 5.7 广义积分	(138)
本章小结	(141)
复习题五	(142)
自测题 A(基础题)	(143)
自测题 B(提高题)	(144)

应用模块

第六章 向量代数与空间解析几何	(149)
§ 6.1 空间直角坐标系与向量的概念	(149)

§ 6.2 向量的坐标	(154)
§ 6.3 向量的数量积与向量积	(157)
§ 6.4 平面方程	(161)
§ 6.5 空间直线方程	(166)
§ 6.6 曲面与空间曲线	(170)
本章小结	(177)
复习题六	(179)
自测题 A(基础题)	(180)
自测题 B(提高题)	(181)
第七章 多元函数微分学及其应用	(183)
§ 7.1 多元函数的概念、极限与连续	(183)
§ 7.2 偏导数	(187)
§ 7.3 全微分	(189)
§ 7.4 多元复合函数与隐函数的求导	(192)
§ 7.5 偏导数在几何中的应用	(196)
§ 7.6 多元函数的极值	(199)
本章小结	(203)
复习题七	(204)
自测题 A(基础题)	(205)
自测题 B(提高题)	(206)
第八章 重积分及其应用	(208)
§ 8.1 二重积分的概念与性质	(208)
§ 8.2 二重积分的计算	(212)
§ 8.3 二重积分的应用	(219)
* § 8.4 三重积分	(223)
本章小结	(225)
复习题八	(226)
自测题 A(基础题)	(227)
自测题 B(提高题)	(228)
第九章 微分方程	(230)
§ 9.1 微分方程的基本概念	(230)
§ 9.2 一阶微分方程	(233)
§ 9.3 二阶常系数线性齐次微分方程	(240)
§ 9.4 二阶常系数线性非齐次微分方程	(244)

本章小结	(249)
复习题九	(250)
自测题 A(基础题)	(251)
自测题 B(提高题)	(252)
第十章 行列式	(254)
§ 10.1 行列式的概念	(254)
§ 10.2 行列式的性质与计算	(261)
§ 10.3 克莱姆法则	(268)
本章小结	(271)
复习题十	(272)
自测题 A(基础题)	(274)
自测题 B(提高题)	(275)
第十一章 矩阵与线性方程组	(277)
§ 11.1 矩阵的概念及其运算	(277)
§ 11.2 逆矩阵	(285)
§ 11.3 矩阵的初等变换与矩阵的秩	(290)
§ 11.4 一般线性方程组的解法	(297)
本章小结	(303)
复习题十一	(304)
自测题 A(基础题)	(306)
自测题 B(提高题)	(308)
第十二章 概率论初步	(310)
§ 12.1 随机事件与概率	(310)
§ 12.2 概率的基本公式	(319)
§ 12.3 事件的独立性与贝努里概型	(325)
§ 12.4 随机变量和离散型随机变量的分布	(329)
§ 12.5 连续型随机变量及其分布	(336)
§ 12.6 随机变量的数字特征	(344)
本章小结	(350)
复习题十二	(351)
自测题 A(基础题)	(354)
自测题 B(提高题)	(355)
第十三章 数理统计初步	(357)
§ 13.1 数理统计的基本概念	(358)

§ 13.2 参数估计	(362)
§ 13.3 假设检验	(369)
§ 13.4 一元线性回归分析	(373)
本章小结	(377)
复习题十三	(378)

拓展模块

第十四章 MATLAB 数学实验	(383)
§ 14.1 MATLAB 数学软件简介	(383)
§ 14.2 函数运算与作图实验	(389)
§ 14.3 极限、导数、极值实验	(395)
§ 14.4 积分实验	(400)
§ 14.5 线性代数实验	(401)
§ 14.6 概率统计实验	(407)
第十五章 数学建模简介	(415)
§ 15.1 数学建模概述	(415)
§ 15.2 微分模型举例	(418)
§ 15.3 积分模型举例	(421)
§ 15.4 线性代数模型举例	(422)
§ 15.5 概率统计模型举例	(423)
附录一 初等数学常用公式	(429)
附录二 常用平面曲线	(432)
附录三 常用积分表	(435)
附录四 泊松分布概率值表	(442)
附录五 标准正态分布函数表	(443)
附录六 χ^2 分布表	(444)
附录七 t 分布表	(446)
附录八 相关系数检验表	(448)
附录九 著名数学家简介	(449)
参考答案	(457)
参考文献	(475)

基础模块

第一章 函数、极限与连续

名人名言

学习任何知识必须先学数学,数学在科学的等级中是最高级的,不论对普通教育还是专门教育,数学教育乃是作任何教育的起点.

—— 孔德

一尺之棰,日截其半,万世不竭.

—— 庄子

内容提要

初等函数的研究对象基本上是不变的量,而高等数学则以变量为研究对象.函数是同一自然现象或技术过程中变量依从关系的反映.极限方法则是研究变量的一种基本方法,是微积分学的重要工具.本章将在复习和加深函数有关知识的基础上,讨论函数的极限和函数的连续性问题.

学习目标

理解函数、基本初等函数、复合函数、初等函数、分段函数、反函数的概念;理解函数极限的描述性定义和函数连续性的概念.掌握复合函数的复合过程;掌握无穷小的概念、性质、无穷小与无穷大的关系及所学的求极限的方法.了解函数的特性及在闭区间上连续函数的性质.

§ 1.1 函数

一、函数的概念

1. 函数的定义

在同一个自然现象或技术过程中,往往同时有几个变量在变化着,这几个变量并不是孤立地在变,而是相互联系并遵循着一定的变化规律.

例如,在自由落体运动中,假定开始下落的时刻为 $t = 0$,那么下落时间 t 与下落的距离 s 之间的相依关系由公式 $s = \frac{1}{2}gt^2$ 给定,其中 g 是重力加速度,假定物体着地的时刻为 T ,那么变量 t 在闭区间 $[0, T]$ 上任意取定一个数值时,由上式就可以确定下落距离 s 这个变量的相应数值.

上例中变量 s 与 t 之间的这种依从关系就是我们将要讨论的函数.

定义 1 设有两个变量 x 和 y , 若当变量 x 在实数的某一范围 D 内, 任意取定一个数值时, 变量 y 按照某一对应法则 f , 都有惟一确定的值与之对应, 则称 y 是 x 的函数, 记作

$$y = f(x), x \in D.$$

其中 x 称为自变量, y 称为函数(或因变量). 自变量的取值范围 D 称为函数的定义域. 当 $x_0 \in D$ 时, 与 x_0 对应的 y 值称为函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的函数值, 记作 $f(x_0)$, 当 x 取遍 D 的各个数值时, 对应的函数值全体组成的集合叫做函数的值域.

函数可以用解析式(公式), 图形或表格表示. 今后, 如无特别说明我们讨论的函数皆指用解析式表示的函数.

在考虑实际问题时, 应根据问题的实际意义来确定函数的定义域. 如上例中函数的定义域就是 $D = [0, T]$. 当只给函数的解析式而没有实际背景时, 其定义域就是指解析式有意义的自变量能取的一切实数值.

例 1 设 $f(x) = 5$, 求 $f(x)$ 的定义域, 值域及 $f(0)$.

解 $f(x) = 5$ 表示无论 x 取什么值与之对应的函数值均是 5, 所以它的定义域为 \mathbf{R} , 值域为 $\{5\}$, $f(0) = 5$. 这样的函数叫做常值函数.

例 2 求函数 $y = \frac{1}{4-x^2} + \sqrt{x+2}$ 的定义域.

解 要使函数有意义, 必须

$$4 - x^2 \neq 0 \text{ 且 } x + 2 \geq 0$$

即 $x \neq \pm 2$ 且 $x \geq -2$. 因此, 该函数的定义域为 $(-2, 2) \cup (2, +\infty)$.

两个函数当且仅当他们的定义域和对应法则都相同时, 这两个函数才被认为是相同的.

例如, 函数 $y = \frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y = x+1$, 它们的定义域不同, 所以它们是不同的函数. 定义域和对应法则是确定函数的两个要素.

需要强调的是求函数值的关键在于弄清对应法则. 对于一个已知函数必然会找到它的对应法则. 如函数 $y = f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ 的对应法则为

$$f = \frac{e^{(\quad)} + e^{-(\quad)}}{e^{(\quad)} - e^{-(\quad)}}.$$

2. 分段函数

分段函数是指在自变量的不同取值范围内, 用不同的表达式表示的函数.

应特别注意, 用几个表达式表示的分段函数是一个函数, 而不是几个函数. 求分段函数的函数值时, 应把自变量的值带入相应的表达式中去计算.

例如, 绝对值函数

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

及取整函数 $y = [x]$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 都是分段函数.

例 3 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$, 求 $f(4)$ 和 $f(-3)$.

解 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \sqrt{x}$, 所以 $f(4) = \sqrt{4} = 2$.

当 $x < 0$ 时, $f(x) = -x$, 所以 $f(-3) = -(-3) = 3$.

○ 二、函数的几种特性

1. 有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 数集 $I \subset D$, 如果存在一个正数 M , 对于 I 内的任一 x 总有 $|f(x)| \leq M$, 则称 $f(x)$ 在数集 I 上有界.

如 $f(x) = \sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界, 而 $g(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 内无界, 但在 $[\frac{1}{2}, +\infty)$ 内有界.

2. 单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $I \subset D$, 若对于区间 I 内任意两点 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在 I 上单调增加, 区间 I 称为单调增区间; 若恒有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在 I 上单调减少, 区间 I 称为单调减区间.

3. 奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称, 若对于任意 $x \in D$, 都有 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数, 若都有 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数.

4. 周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 若存在不为 0 的数 T , 使得对于任一 $x \in D$, 有 $(x+T) \in D$ 且 $f(x+T) = f(x)$ 恒成立, 则称 $f(x)$ 为周期函数, T 为 $f(x)$ 的周期. 通常说的函数的周期是指它的最小正周期.

注意 常值函数无最小正周期.

○ 三、反函数

定义 2 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 值域为 W , 如果对于 W 中的任一 y , 由 $y = f(x)$ 能解出惟一的 $x (x = \varphi(y))$, 这时 y 成了自变量, 而 x 成了因变量, 我们称 $x = \varphi(y)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数, $f(x)$ 称为直接函数. 它们两者的图像显然是重合的.

习惯上自变量用 x 表示, 因变量用 y 表示. 因此常常把 $x = \varphi(y)$ 改写成 $y = \varphi(x)$, 称 $y = \varphi(x)$ 为 $y = f(x)$ 的反函数. 这时它们的图像关于直线 $y = x$ 对称.

○ 四、初等函数

1. 基本初等函数

常值函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数皆称为基本初等函数. 它们的定义域、值域、图像和特性如下页基本初等函数表(表中没有列出正割和余割函数, 它们的图像参见附录二)所示.