赢在思维

主编：杨德胜

编著：张千明

高中数学

拉分题

解题思想与方法1000题

集训篇

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

赢在思维

扫码查笔记，看视频
免费获取更多拉分题
享最佳移动学习体验

高中数学 拉分题 解题思想与方法 1000题

杨德胜，中学数学特级教师，全国高中数学竞赛优秀辅导员，全国高中数学竞联赛优秀教练员。曾在上海市二中、上海交通大学附属中学等学校任教，现在上海市向明中学任教。曾被评为广东省南粤教书育人优秀教师（特等奖），曾任广东省普教系统中学高级教师评审委员会成员，现任上海市中学高级教师评审委员会成员。

长期从事理科班的数学教学和数学竞赛辅导工作，辅导学生参加全国高中数学联赛有数百人次获全国高中数学联赛一、二、三等奖，其中数十人被免试保送到清华大学、北京大学、上海交通大学、浙江大学等名牌大学学习，特别是近年来大学试行自主招生，有很多同学通过上他的选修课，获得进入清华大学、北京大学、上海交通大学，复旦大学等名牌大学学习的机会。在多种省级以上刊物发表论文 60 余篇，主编多本教学参考书。湖北《中学数学》2002 年第 8 期封面人物。

张千明，中学高级教师，上海市教育学会中学数学教学专业委员会会员，黄浦区学科带头人，上海市首批普教系统名师培养对象，向明中学准特级教师，上海市金爱心教师，黄浦区高三中心组成员，高考试题研究专家。

长期从事课堂教学研究和数学拔尖人才的培养工作，注重数学思维方法的教学和学生个性的发展，曾荣获卢湾区第十七届教学百花奖一等奖，上海市中小学中青年教师教学评选一等奖。辅导学生在各类数学竞赛中 100 多人次获一、二、三等奖。

发表论文《掌握数学思想方法有巧解法》等 10 余篇；参与《数学高考基础知识单元复习》等 10 余本书的编写。

请通过以下方式关注我们，获得更多增值服务

上架建议：高中数学教辅

華東理工大學出版社
扫描关注官方微博

華東理工大學出版社
扫描关注官方微信

购书热线 021-64250306

ISBN 978-7-5628-4394-8

9 787562 843948

定价：28.00元

团购热线：021-64250306

封面设计：视界创意+杜静静

赢在思维

高中数学拉分题解题思想与方法（1000题）

集训篇

主编：杨德胜　编著：张千明

编委会

汪昌辉　潘　瑾　侯宝坤

朱伟卫　叶莎莎　张千明

華東理工大學出版社

EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

·上海·

图书在版编目(CIP)数据

高中数学拉分题解题思想与方法.集训篇 / 杨德胜主编；张千明编著. —上海：华东理工大学出版社，2015.10

(赢在思维)

ISBN 978-7-5628-4394-8

Ⅰ.①高… Ⅱ.①杨… ②张… Ⅲ.①中学数学课—高中—题解 Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 231363 号

赢在思维

高中数学拉分题解题思想与方法(1000题)(集训篇)

主　　编/ 杨德胜
编　　著/ 张千明
策划编辑/ 郭　艳
责任编辑/ 陈月姣
责任校对/ 金慧娟
封面设计/ 视界创意
出版发行/ 华东理工大学出版社有限公司
地　址：上海市梅陇路 130 号，200237
电　话：(021)64250306(营销部)
(021)64252735(编辑室)
传　真：(021)64252707
网　址：press.ecust.edu.cn
印　　刷/ 江苏省句容市排印厂
开　　本/ 787 mm×1092 mm　1/16
印　　张/ 9.25
字　　数/ 229 千字
版　　次/ 2015 年 10 月第 1 版
印　　次/ 2015 年 10 月第 1 次
书　　号/ ISBN 978-7-5628-4394-8
定　　价/ 28.00 元

联系我们：电 子 邮 箱 press@ecust.edu.cn
官 方 微 博 e.weibo.com/ecustpress
天猫旗舰店 http://hdlgdxcbs.tmall.com

前　言

作业是教学五环节中的一个关键环节，它连接了其他几个重要环节."作业"紧随"上课"之后，与"上课"有很强的逻辑关系.如果一位教师可以通过自己命题的考卷估量每个学生的学习结果，这就意味着他对所教学生的学习状况的了解程度达到了很高的水准，布置作业时就能根据学生水准的高低做恰当的安排，从而使作业成为学生巩固知识的载体，成为教师反馈教学的工具.作为教师如果不清楚讲课内容与作业布置的逻辑关系，缺乏对习题目的性的把握，缺乏对学生实际学习状况的了解，每天借"一课一练"的简单方式对学生进行作业轰炸，不仅会削弱教师的命题和教学诊断能力，又会加重学生的课业负担，将不利于学生学业质量的提高.目前，在书店里有各种各样的教辅材料和习题集，其中不乏好题、难题，但也有不少偏题、怪题，题目的编写与设计要符合课程标准和考试需达到的要求，试题要来源于教材又要高于教材，还要有思辨性和变通性，要能反映出本学科通性通法的解题方法.

数学不做题肯定不能提高成绩，某种意义上讲题海确实能提高成绩，但成绩的提升有一定的度，超过了这个度，再花多少时间，成绩的提升将不再显著.教学提倡"向课堂要效益，要提高 40 分钟的教学质量"，同样学生的学习和教师的教学都要追求效果、效率与效益，也要遵循投入与产出的关系与规律.学生不能把课外时间都花在做题上，学生还应该有丰富的业余时间和必要的社会实践活动.一天 24 小时，在合理分配好时间的前提下，就提出了作业的有效性问题，这些都是很多学校和教师研究的课题.

在保证作业时间条件下，教师布置的作业要有质与量的要求.首先，作业要与课堂教学内容相衔接，是对教学内容的巩固、方法的提炼、数学思想的升华，其次还要注意能引导学生归纳与总结，要确保作业富有实效性、系统性和启发性.

本书不以题海为目的，真正把控好练习的"度"，作者结合《赢在思维——高中数学拉分题解题思想与方法归纳(讲解篇)》中的方法，精心研究，编写与设计了符合课程标准与考试说明的题，通过"元知识"的本质属性来揭示其内在的通性通法的解题策略，真正做到优化我们的学习，思想与方法融会贯通的目的.

目　录

1 高中数学学习应具备的几个基本方法

第 一 期

1. 设正数数列$\{a_n\}$的前 n 项和是 S_n，若$\{a_n\}$和$\{\sqrt{S_n}\}$都是等差数列，且公差相等，则 $a_1+d=$________.

2. 函数 $f(x)=\dfrac{\sin x-\cos x+1}{\sin x+\cos x+1}$的最小正周期是________.

3. 设 $f(x)=2x-\dfrac{a}{x}$，$x\in[1,3]$，若 $f(x)\leqslant f(3)$对任意 $x\in[1,3]$都成立，则实数 a 的取值范围是________.

4. 已知二次函数 $f(x)=ax^2+2x+a$，对于满足 $x_1<x_2$ 且 $x_1+x_2=1-a$ 的任意实数 x_1 与 x_2，总有 $f(x_1)<f(x_2)$成立，则实数 a 的取值范围为________.

5. 已知 $P(n,n+3)$，线段 OP 上的整数点(横纵坐标均为整数的点)的个数记为 $f(n)$(不包括线段 OP 的端点).如 $f(1)=0$，$f(2)=0$，$f(3)=2$，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2020)=$________.

6. 设 $0<b<1+a$，若关于 x 的不等式$(x-b)^2>(ax)^2$ 的解集中的整数解恰有 3 个，则 a 的取值范围是________.

7. 设 a，b 为正实数，现有下列命题：

(1) 若 $a^2-b^2=1$，则 $a-b<1$；

(2) 若$\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a}=1$，则 $a-b<1$；

(3) 若$|\sqrt{a}-\sqrt{b}|=1$，则$|a-b|<1$；

(4) 若$|a^3-b^3|=1$，则$|a-b|<1$.

其中是真命题的是________(填正确命题的序号).

8. 已知 $A(x)$表示不小于 x 的最小整数，如 $A(1.414)=2$，$A(-3.14)=-3$，$A(2)=2$. 若 $A(2xA(x))=5$，则正数 x 的取值范围是________.

9. 已知函数 $f(x)=x^2+\dfrac{8}{x}(x\neq 0)$，求证：当 $a>3$ 时，关于 x 的方程 $f(x)=f(a)$有三个不同的实数解.

10. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，且对任意的$k\in\mathbf{N}^+$，a_{2k-1}，a_{2k}，a_{2k+1}成等比数列，其公比为q_k，

(1) 若$q_k=2(k\in\mathbf{N}^+)$，求$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2k-1}$.

(2) 若对任意的$k\in\mathbf{N}^+$，a_{2k}，a_{2k+1}，a_{2k+2}成等差数列，其公差为d_k，设$b_k=\dfrac{1}{q_k-1}$.

① 求证：$\{b_n\}$成等差数列，并指出其公差；

② 若$d_1=2$，试求数列$\{d_k\}$的前k项和D_k.

第　二　期

1. 设$f(x)=\begin{cases}x,x\in(-\infty,a),\\x^2,x\in[a,+\infty),\end{cases}$若$f(2)=4$，则$a$的取值范围为________.

2. 已知函数$f(x)=\begin{cases}2^x-a,x\geqslant 0,\\f(x+1),x<0,\end{cases}$若方程$f(x)+x=0$有且仅有两个解，则实数$a$的取值范围是________.

3. 问题“求方程$3^x+4^x=5^x$的解”有如下的思路：方程$3^x+4^x=5^x$可变为$\left(\dfrac{3}{5}\right)^x+\left(\dfrac{4}{5}\right)^x=1$，考查函数$f(x)=\left(\dfrac{3}{5}\right)^x+\left(\dfrac{4}{5}\right)^x$可知，$f(2)=1$，且函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递减，所以原方程有唯一解$x=2$.

仿照此解法可得到不等式：$x^6-(2x+3)>(2x+3)^3-x^2$的解是________.

4. 设$x,y\in\mathbf{R}$且满足$\begin{cases}(x+4)^5+2013(x+4)^{\frac{1}{3}}=-4,\\(y-1)^5+2013(y-1)^{\frac{1}{3}}=4,\end{cases}$则$x+y=$________.

5. 设$f(x)$是定义在$(0,+\infty)$上的函数，且$f(x)>0$，对任意$a>0,b>0$，若经过点$(a,f(a))$，$(b,f(b))$的直线与x轴的交点为$(c,0)$，则称c为a,b关于函数$f(x)$的平均数，记为$M_f(a,b)$，例如，当$f(x)=1(x>0)$时，可得$M_f(a,b)=c=\dfrac{a+b}{2}$，即$M_f(a,b)$为$a,b$的算术平均数.

(1) 当$f(x)=$________$(x>0)$时，$M_f(a,b)$为a,b的几何平均数；

(2) 当$f(x)=$________$(x>0)$时，$M_f(a,b)$为a,b的调和平均数$\dfrac{2ab}{a+b}$.

(以上两空各只需写出一个符合要求的函数即可)

6. 对于$0<x<y$，不等式$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y-x}-\dfrac{m}{y}\geqslant 0$都成立，则实数$m$的取值范围是________.

7. 已知$f(x)$为奇函数，当$x\in[0,2]$时，$f(x)=-x^2+2x$；当$x\in(2,+\infty)$时，$f(x)=2x-4$，若关于x的不等式$f(x+a)>f(x)$有解，则a的取值范围为________.

8. 设等差数列$\{a_n\}$的公差为d,且$a_1,d\in\mathbf{N}^+$.若设M_1是从a_1开始的前t_1项数列的和,即$M_1=a_1+\cdots+a_{t_1}(1\leqslant t_1,t_1\in\mathbf{N}^+)$,$M_2=a_{t_1+1}+a_{t_1+2}+\cdots+a_{t_2}(1<t_2\in\mathbf{N}^+)$,如此下去,其中数列$\{M_i\}$是从第$t_{i-1}+1(t_0=0)$开始到第$t_i(1<t_i)$项为止的数列的和,即$M_i=a_{t_{i-1}+1}+\cdots+a_{t_i}(1\leqslant t_i,t_i\in\mathbf{N}^+)$.

(1) 若数列$a_n=n(1\leqslant n\leqslant 13,n\in\mathbf{N}^+)$,试找出一组满足条件的$M_1,M_2,M_3$,使得:$M_2^2=M_1M_3$;

(2)试证明对于数列$a_n=n(n\in\mathbf{N}^+)$,一定可通过适当的划分,使所得的数列$\{M_n\}$中的各数都为平方数;

(3) 若等差数列$\{a_n\}$中$a_1=1,d=2$.试探索该数列中是否存在无穷整数数列$\{t_n\}$,$(1\leqslant t_1<t_2<t_3<\cdots<t_n)$,$n\in\mathbf{N}^+$,使得$\{M_n\}$为等比数列,如存在,请求出数列$\{M_n\}$;如不存在,则说明理由.

2 集合知识与学习方法

第 一 期

1. 设集合 $A=\{x\,|\,|x-a|<1,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\,|\,|x-b|>2,x\in\mathbf{R}\}$.若 $A\subseteq B$，则实数 a，b 必满足（　　）.

A. $|a+b|\leqslant 3$　　B. $|a+b|\geqslant 3$

C. $|a-b|\leqslant 3$　　D. $|a-b|\geqslant 3$

2. 设集合 $A=\{x\,|\,|x-a|<1,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\,|\,1<x<5,x\in\mathbf{R}\}$.若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的取值范围是（　　）.

A. $\{a\,|\,0\leqslant a\leqslant 6\}$　　B. $\{a\,|\,a\leqslant 2$，或 $a\geqslant 4\}$

C. $\{a\,|\,a\leqslant 0$，或 $a\geqslant 6\}$　　D. $\{a\,|\,2\leqslant a\leqslant 4\}$

3. 已知 M，N 为集合 I 的非空真子集，且 M，N 不相等，若 $N\cap(\complement_I M)=\varnothing$，则 $M\cup N=$（　　）.

A. M　　B. N　　C. I　　D. $\varnothing$

4. 设集合 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$，$B=\{4,5,6,7\}$，则满足 $S\subseteq A$ 且 $S\cap B\neq\varnothing$ 的集合 S 的个数为（　　）.

A. 57　　B. 56　　C. 49　　D. 8

5. 若 A、B、C 为三个集合，$A\cup B=B\cap C$，则一定有（　　）.

A. $A\subseteq C$　　B. $C\subseteq A$

C. $A\neq C$　　D. $A=\varnothing$

6. 已知，集合 $M=\{x\,|\,y=\log_2(x-a)\}$，$N=\{y\,|\,y=\sqrt{-x^2-2x+3}\}$，若 $M\cap N=\varnothing$，则 a 的取值范围是________.

7. 设集合 $A=\{x\,|\,|x-a|<2\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{2x-1}{x+2}<1\right\}$，若 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围是________.

8. 设 A 和 B 是两个集合，定义集合 $A-B=\{x\,|\,x\in A$，且 $x\notin B\}$，如果 $A=\{x\,|\,\log_2 x<1\}$，$B=\{x\,|\,|x-2|<1\}$，那么 $A-B$ 等于________.

9. 已知非空集合 $S\subsetneqq\mathbf{N}^+$，且满足条件："若 $a\in S$，则 $8-a\in S$".则满足题设的集合 S 共有________个.

10. 已知集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=m+\dfrac{1}{6},m\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{u}{2}-\dfrac{1}{3},u\in\mathbf{Z}\right\}$，$P=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{p}{2}+\dfrac{1}{6},p\in\mathbf{Z}\right\}$，则 M，N，P 之间的关系是________.

11. 已知集合 $A=\{x\,|\,2\lg x=\lg(8x-15),x\in\mathbf{R}\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\cos\dfrac{x}{2}>0,x\in\mathbf{R}\right\}$，则 $A\cap B=$________.

12. 对于两个正整数 a,b 定义一种运算“$\otimes$”：当 a,b 同奇或同偶时，$a\otimes b=\dfrac{a+b}{2}$；当 a,b 一奇一偶时，$a\otimes b=\sqrt{ab}$（注：等号右边为通常意义的运算）.则按上述定义，集合 $M=\{(a,b)\mid a\otimes b=4,a,b\in\mathbf{N}^{+}\}$ 中元素的个数是（　　）.

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

第　二　期

1. 已知命题“若 $f(x)=m^2x^2$，$g(x)=mx^2-2m$，则集合 $\left\{x\,\middle|\,f(x)<g(x),\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1\right\}=\varnothing$”是假命题，则实数 m 的取值范围是________.

2. 已知 $f(x)=4-\dfrac{1}{x}$，若存在区间 $[a,b]\subseteq\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$，使得 $\{y\mid y=f(x),x\subseteq[a,b]\}=[ma,mb]$，则实数 m 的取值范围是________.

3. 对于非空实数集 A，定义 $A^{*}=\{z\mid$对任意 $x\in A,z\geqslant x\}$.设非空实数集 $C\subseteq D\subsetneqq(-\infty,1]$.现给出以下命题：

(1) 对于任意给定符合题设条件的集合 C,D，必有 $D^{*}\subseteq C^{*}$；

(2) 对于任意给定符合题设条件的集合 C,D，必有 $C^{*}\cap D\neq\varnothing$；

(3) 对于任意给定符合题设条件的集合 C,D，必有 $C\cap D^{*}=\varnothing$；

(4) 对于任意给定符合题设条件的集合 C,D，必存在常数 a，使得对任意的 $b\in C^{*}$，恒有 $a+b\in D^{*}$.

以上命题正确的是________.（填正确命题的序号）

4. 以集合 $U=\{a,b,c,d\}$ 的子集中选出 4 个不同的子集，需同时满足以下两个条件：

(1) $\varnothing$，U 都要选出；

(2) 对选出的任意两个子集 A 和 B，必有 $A\subseteq B$ 或 $B\subseteq A$.

那么共有________种不同的选法.

5. 已知集合 $M=\{(x,y)\mid y=f(x)\}$，若对于任意 $(x_1,y_1)\in M$，存在 $(x_2,y_2)\in M$，使得 $x_1x_2+y_1y_2=0$ 成立，则称集合 M 是“垂直对点集”.给出下列四个集合：

① $M=\left\{(x,y)\,\middle|\,y=\dfrac{1}{x}\right\}$；　　②$M=\{(x,y)\mid y=\sin x+1\}$；

③ $M=\{(x,y)\mid y=\log_2 x\}$；　　④$M=\{(x,y)\mid y=e^x-2\}$.

其中是“垂直对点集”的序号是（　　）.

A. ①②　　B. ②③　　C. ①④　　D. ②④

6. 用 $|S|$ 表示集合 S 中的元素的个数，设 A、B、C 为集合，称 (A,B,C) 有为有序三元组.如果集合 A、B、C 满足 $|A\cap B|=|B\cap C|=|C\cap A|=1$，且 $A\cap B\cap C=\varnothing$，则称有序三元组 (A,B,C) 为最小相交.由集合 $\{1,2,3,4\}$ 的子集构成的所有有序三元组中，最小相交的有序三元组的个数为________.

7. 已知 p 和 q 都是实数，则下列各集合中，可能是空集的集合是________（填出所有序号）.

① $A=\{x\mid px+q=0,x\in\mathbf{R}\}$；② $B=\{x\mid 2pq\leqslant x\leqslant p^2+q^2,x\in\mathbf{R}\}$；

③ $C=\{x\mid (x-p)(x-q)<0,x\in\mathbf{R}\}$；

④ $D=\{y\mid y=x^2+px+q\}\cap\{y\mid y=-x^2+qx+p\}$.

8. 若 X 是一个非空集合,M 是一个以 X 的某些子集为元素的集合,且满足:

① $X \in M$、$\varnothing \in M$;

② 对于 X 的任意子集 A、B,当 $A \in M$ 且 $B \in M$ 时,有 $A \cup B \in M$;

③ 对于 X 的任意子集 A、B,当 $A \in M$ 且 $B \in M$ 时,有 $A \cap B \in M$;

则称 M 是集合 X 的一个"M—集合类".

例如:$M=\{\varnothing,\{b\},\{c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$是集合 $X=\{a,b,c\}$的一个"M—集合类".已知集合 $X=\{a,b,c\}$,则所有含$\{b,c\}$的"M—集合类"的个数为________.

9. 设集合 $A=\{1,2,3,\cdots,n\}$,若 $B \neq \varnothing$ 且 $B \subseteq A$,记 $G(B)$为 B 中元素的最大值与最小值之和,则对所有的 B,$G(B)$的平均值=________.

3 充分、必要条件的一般方法

第 一 期

1. “$x=3$ 或 $x=4$”是“$x=3$”的________条件.

2. “$\lg x>\lg y$”是“$\sqrt{x}>\sqrt{y}$”的________条件.

3. “$x<1$”是“$\frac{1}{x}>1$”的(　　)条件.

A. 充分非必要　　B. 必要非充分

C. 充要　　D. 既非充分又非必要

4. 直线 $x-2ay=1$ 与直线 $2x-2ay=1$ 平行的充要条件是________.

5. 方程 $ax^2+by^2=c$ 表示双曲线的一个必要非充分条件是________.

6. 集合 $A=\left\{x\left|\frac{x-1}{x+1}<0\right.\right\}$，$B=\{x||x-b|<a\}$，若“$a=1$”是“$A\cap B\neq\varnothing$”的充分条件，则实数 b 的取值范围是________.

7. 在$\triangle ABC$ 中，则 $A<B$ 的________条件是 $\sin A<\sin B$.

8. 若 $x,y\in\mathbf{R}$，则不等式 $xy(x-y)>0$ 成立的一个充要条件是(　　).

A. $x<0<y$　　B. $y<x<0$

C. $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$　　D. $x>y>0$

9. 若 a,b,c 是常数，则“$a>0$ 且 $b^2-4ac<0$”是“对任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $ax^2+bx+c>0$”的(　　)条件.

A. 充分非必要　　B. 必要非充分

C. 充要　　D. 既非充分又非必要

第 二 期

1. 已知命题“$a\geqslant b\Rightarrow c>d$”“$c>d\not\Rightarrow a\geqslant b$”和“$a<b\Leftrightarrow e\leqslant f$”都是真命题，那么“$c\leqslant d$”是“$e\leqslant f$”的(　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

2. 下列命题：①“$0<a\leqslant\frac{1}{2}$”是“存在 $n\in\mathbf{N}^+$，使得 $\left(\frac{1}{2}\right)^n=a$ 成立”的充分非必要条件；②“$a>0$”是“存在 $n\in\mathbf{N}^+$，使得 $\left(\frac{1}{2}\right)^n<a$ 成立”的必要非充分条件；③“$a>\frac{1}{2}$”是“不等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^n<a$ 对一切 $n\in\mathbf{N}^+$ 恒成立”的充要条件. 其中所以真命题的序号是(　　).

A. ③　　B. ②③　　C. ①②　　D. ①③

3. 已知 $h>0$，设命题甲为：两个实数 a,b 满足 $|a-b|<2h$，命题乙为：两个实数 a,b 满足 $|a-1|<h$ 且 $|b-1|<h$，则甲是乙的________条件.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49

4. 设函数 $f(x)=ax+b$(常数 $a,b\in\mathbf{R},a\neq0$)的定义域为$(-1,1)$,则“对于定义域内每一个 x,都有$|f(x)|<2$”是“$|a|+|b|<1$”的(　　).

A. 充分非必要条件　　　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既非充分又非必要条件

5. 设 $\varphi\in\mathbf{R}$,则“$\varphi=0$”是“$f(x)=\cos(x+\varphi)(x\in\mathbf{R})$为偶函数”的(　　).

A. 充分非必要条件　　　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既非充分又非必要条件

6. “方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$有解”是“不等式 $ax^2+bx+c>0(a\neq0)$有解”的________条件.

4 基本不等式的用法

第　一　期

1. 若 $a+b=1$，那么 ab 的最大值是________.

2. 已知 $x>1$，则 $x+\dfrac{4}{x-1}$ 的最小值是________.

3. 若 $x>-1$，则函数 $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x+1}}$ 的最小值是________.

4. 若实数 a,b 满足 $a+b=2$，则 3^a+3^b 的最小值是________.

5. 已知 $x>0,y>0$，且 $2x+5y=20$，则 $\lg x+\lg y$ 的最大值是________.

6. 若 $x>0$，则函数 $y=\dfrac{x}{x^2+x+1}$ 的最大值是________.

7. 若 $x>-1$，则函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x+2}$ 的最大值是________.

8. 设 $a>0,b>0$，以下不等式中不恒成立的是(　　).

A. $(a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\geqslant 4$　　B. $a^2+b^2+2\geqslant 2a+2b$

C. $a^2+\dfrac{1}{b^2}\geqslant a+\dfrac{1}{b}$　　D. $\dfrac{a^2+b^2}{2}\geqslant\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2$

9. 某公司一年需要某种货物400吨，每次都购买 x 吨，运费为4万元/次，一年的总存储费用为 $4x$ 万元，要使一年的总费用与总存储费用之和最小，则 x 应取________吨.

10. 已知 $a>0,b>0,4a^2+b^2=4$，则 $a\sqrt{1+b^2}$ 的最大值是________.

11. 已知：$\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}=1$，$a,b\in\mathbf{R}^+$，求 $a+b$ 的最小值是________.

12. 函数 $y=\dfrac{2}{\sin^2 x}+\dfrac{\sin^2 x}{2}$ 的值域是________.

第　二　期

1. 已知 a、$b>0$，则下列不等式中不一定成立的是(　　).

A. $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geqslant 2$　　B. $(a+b)\cdot\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\geqslant 4$

C. $\dfrac{2ab}{a+b}\geqslant\sqrt{ab}$　　D. $a+b+\dfrac{1}{\sqrt{ab}}\geqslant 2\sqrt{2}$

2. 已知正实数 x、y 满足 $x+2y=xy$，则 $2x+y$ 的最小值是________.

3. 已知 $x,y,z\in\mathbf{R}^+$，且 $x+3y-z=0$，则 $\dfrac{z^2}{xy}$ 的最小值是________.

4. 设 $0<x<1$，a,b 都为大于零的常数，则 $\dfrac{a^2}{x}+\dfrac{b^2}{1-x}$ 的最小值为(　　).

A. $(a-b)^2$　　B. a^2b^2　　C. $(a+b)^2$　　D. a^2

5. 在梯形 $ABCD$ 中，$AD /\!/ BC$，AC、BD 相交于 O，记$\triangle BOC$、$\triangle CDO$、$\triangle ADO$ 的面积分别为 S_1、S_2、S_3，则$\dfrac{S_1+S_3}{S_2}$的取值集合是________.

6. 已知正项等比数列$\{a_n\}$满足 $a_{2015}=2a_{2013}+a_{2014}$，若存在两项 a_m、a_n 使得$\sqrt{a_m a_n}=4a_1$，则$\dfrac{n+4m}{nm}$的最小值是________ .

7. 在面积为 2 的$\triangle ABC$ 中，E，F 分别是 AB，AC 的中点，点 P 在直线 EF 上，则$\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC}^2$ 的最小值是________.

8. 若 $a,b\in\mathbf{R}^+$，且 $a+b=ab-4$，则 $a+b$ 的取值集合是________.

9. 函数 $y=\log_a(x+3)-1(a>0,a\neq1)$的图像恒过定点 A，若点 A 在直线 $mx+ny+1=0$ 上，其中 $mn>0$，则$\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}$的最小值是________.

10. 直角坐标平面上，有 2021 个非零向量$\overrightarrow{a_1}$、$\overrightarrow{a_2}$、$\overrightarrow{a_3}$、…、$\overrightarrow{a_{2021}}$，且$\overrightarrow{a_k}\perp\overrightarrow{a_{k+1}}(k=1,2,\cdots,2020)$，各向量的横坐标和纵坐标均为非负实数，若$|\overrightarrow{a_1}|+|\overrightarrow{a_2}|+|\overrightarrow{a_3}|+\cdots+|\overrightarrow{a_{2021}}|=l$(常数)，则$|\overrightarrow{a_1}+\overrightarrow{a_2}+\overrightarrow{a_3}+\cdots+\overrightarrow{a_{2021}}|$的最小值是________.