



读交大之星
圆名校之梦

挑战名校中考 压轴题

丛书主编 吴庆芳 本册主编 扶 萌



数学



全面破解压轴题



权威预测压轴题



助你中考夺高分

P15



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

江苏版



读交大之星
圆名校之梦

挑战名校中考压轴题

数学

(江苏版)

丛书主编 吴庆芳

本册主编 扶 萌

编 委 李建国 施传辉 吴学斌 吴 萍
许邦平 吴庆明 王胜俊 陈祥高
张祖秀 吴 菊 李 铭 刘家志



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

丛书依据最新修订版《课程标准》和江苏各地的考试大纲,依据近几年江苏各地的中考试卷和高中各所名校的自主招生试卷,由多年奋战在中考一线、经验非常丰富的江苏名师精心研究与编写。围绕必须掌握的知识点和“考纲”明确的考点,采用“压轴题母题在线、压轴题知识链接、压轴题解题攻略、压轴题类题优练、压轴题中考预测”的亮丽板块呈现,对中考压轴题进行全面全程而科学的解读。

图书在版编目(CIP)数据

挑战名校中考压轴题. 数学: 江苏版 / 扶萌主编.

—上海: 上海交通大学出版社, 2015

ISBN 978-7-313-13773-9

I. ①挑… II. ①扶… III. ①中学数学课—初中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 219019 号

挑战名校中考压轴题·数学(江苏版)

主 编: 扶 萌

出版发行: 上海交通大学出版社

邮政编码: 200030

出 版 人: 韩建民

印 制: 上海景条印刷有限公司

开 本: 787 mm×1092 mm 1/16

字 数: 257 千字

版 次: 2015 年 9 月第 1 版

书 号: ISBN 978-7-313-13773-9/G

定 价: 28.00 元

地 址: 上海市番禺路 951 号

电 话: 021-64071208

经 销: 全国新华书店

印 张: 10.75

印 次: 2015 年 9 月第 1 次印刷

版权所有 侵权必究

告读者: 如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话: 021-59815625 转 8028

前言

“压轴题”一般是对考试卷中最后几道大题的习惯称呼,是指一套试卷中综合性最强、难度最大、能够真正拉开水平档次的题型,也叫“爬坡题”“拉分题”。能够正确解答压轴题,在一定程度上就意味着获得高分;能够快速、轻松解答压轴题,就能完全体现出学生在相应学科的优势。编写出版这套丛书,旨在帮助学生理解并把握压轴题的命题方向和规律,掌握解答压轴题的技巧,使学生在有限的复习时间内,提高学习效率,取得成绩的飞跃,在考试中得高分,拿满分,圆梦名校。

本丛书依据最新修订版《课程标准》和江苏各地的考试大纲,依据近几年江苏各地的中考试卷和高中各所名校的自主招生试卷,由多年奋战在中考一线、经验非常丰富的江苏名师精心研究与编写。丛书围绕必须掌握的知识点和“考纲”明确的考点,科学合理地将各学科划分成不同的专题,采用一些亮丽的板块,对中考压轴题进行全面全程而科学的解读,栏目及内容如下:

压轴题母题在线 以呈现经典中考压轴题原貌为主,兼顾最新的中考或者自主招生试卷上的压轴题。精选母题数量一般为2~4道。每题将压轴题的考试年份,考试地区(学校),考试类别,考题位置、赋分、占比,一一列出,然后逐步对经典例题深耕细作、透彻解析。

压轴题知识链接 呈现与该章节知识点对应的知识内容,采用条款式,适当留白,让学生填写。留白之处是要求学生掌握的关键点。紧随其后,列出上面留白处的答案,这样便于学生自检自查,充分发挥学生的主观能动性。既是让学生对相关章节知识进行总的复习,也是为下面的学习与做题做准备。

压轴题解题攻略 精讲相应专题的一般解题步骤和策略,重点突出解题思路、技巧、方法上的归纳总结,强化易错、易混点的警示。化难为易,化繁为简,通过举一反三,让学生融会贯通。

压轴题类题优练 精选源于江苏省和全国各地的与该章节知识点对应的中考或者自主招生的压轴题。以相应省份的题目居多,其他各地的选题相对减少,做到了考点全覆盖、题型全呈现。既提高了针对性,又增强了普适性和参考性。

压轴题中考预测 精心预设2016年及今后几年的中考和自主招生压轴题。有的根据以往的中考压轴题巧妙改编,有的进行原创,特别注意新材料、新题型的运用,与时俱进,充分表现设题的趋势,提高了押题的精准度。

综上所述,丛书遴选题目独到,题型丰富多样,解析清晰透彻,押题精准到位。丛书经典性与创新性相结合、丰富性与新颖性相结合、广泛性与重点性相结合、前瞻性与预测性相结合,不愧是中考制胜的秘笈,竞赛夺冠的法宝;不愧是初中学生学习辅导的名师,教师教学与研究的参考。一册《挑战中考名校压轴题·数学》在手,保你中考、竞赛无忧!

编者

目 录

第一部分 数 与 代 数

专题 1	数与式	1
专题 2	方程与不等式(组)	6
专题 3	一次函数与反比例函数	13
专题 4	二次函数	21
专题 5	函数应用	30

第二部分 几 何 初 步

专题 6	三角形	37
专题 7	四边形	44
专题 8	圆	53
专题 9	相似三角形	60
专题 10	图形平移与翻折	67
专题 11	图形的旋转	74

第三部分 统 计 与 概 率

专题 12	统计和概率	83
-------	-------------	----

第四部分 特殊题型训练

专题 13	分类讨论问题	90
专题 14	动态专题	97
专题 15	探究性问题	107
专题 16	方案设计专题	114

参考答案		121
------	-------	-----

数 与 代 数

专题 1 数 与 式



压轴题母题在线

母 题 一

【原题信息】 2013 年江苏省常州市中考试卷第 8 题,2 分,占卷面分 1.7%

【原题粘贴】 有 3 张边长为 a 的正方形纸片,4 张边长分别为 $a, b(b > a)$ 的矩形纸片,5 张边长为 b 的正方形纸片,从其中取出若干张纸片,每种纸片至少取一张,把取出的这些纸片拼成一个正方形(按原纸张进行无空隙、无重叠拼接),则拼成的正方形的边长最长可以为().

A. $a + b$ B. $2a + b$ C. $3a + b$ D. $a + 2b$

【解题思路】 根据 3 张边长为 a 的正方形纸片的面积是 $3a^2$,4 张边长分别为 $a, b(b > a)$ 的矩形纸片的面积是 $4ab$,5 张边长为 b 的正方形纸片的面积是 $5b^2$,得出 $a^2 + 4ab + 4b^2 = (a + 2b)^2$,再根据正方形的面积公式即可得出答案.

【满分解答】 3 张边长为 a 的正方形纸片的面积是 $3a^2$;

4 张边长分别为 $a, b(b > a)$ 的矩形纸片的面积是 $4ab$;

5 张边长为 b 的正方形纸片的面积是 $5b^2$;

因为 $a^2 + 4ab + 4b^2 = (a + 2b)^2$;

所以拼成的正方形的边长最长可以为 $(a + 2b)$,故选 D.

【归纳总结】 此题考查了完全平方公式的几何背景,关键是根据题意得出 $a^2 + 4ab + 4b^2 = (a + 2b)^2$,用到的知识点是完全平方公式;解决此类题的关键是熟练乘法公式及乘法公式的变形.

母 题 二

【原题信息】 2014 年江苏省南通市中考试卷第 18 题,3 分,占卷面分 2.5%

【原题粘贴】 已知实数 m, n 满足 $m - n^2 = 1$,则代数式 $m^2 + 2n^2 + 4m - 1$ 的最小值等于_____.

【解题思路】 已知等式变形后代入原式,利用完全平方公式变形,根据完全平方公式恒大于



等于0,即可确定出最小值.

【满分解答】 因为 $m - n^2 = 1$, 即 $n^2 = m - 1$,

所以原式 $= m^2 + 2m - 2 + 4m - 1 = m^2 + 6m + 9 - 12 = (m + 3)^2 - 12 \geq -12$,

则代数式 $m^2 + 2n^2 + 4m - 1$ 的最小值等于 -12 , 故答案为: -12 .

【归纳总结】 此题考查了配方法的应用, 以及非负数的性质, 熟练掌握完全平方公式是解决本类题的关键.

母 题 三

【原题信息】 2013 年江苏省扬州市中考试卷第 28 题, 12 分, 占卷面分 10%

【原题粘贴】 如果 $10^b = n$, 那么 b 为 n 的劳格数, 记为 $b = d(n)$, 由定义可知: $10^b = n$ 与 $b = d(n)$ 所表示的 b, n 两个量之间的同一关系.

(1) 根据劳格数的定义, 填空: $d(10) = \underline{\hspace{2cm}}$, $d(10^{-2}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 劳格数有如下运算性质: 若 m, n 为正数, 则 $d(mn) = d(m) + d(n)$, $d\left(\frac{m}{n}\right) = d(m) - d(n)$.

根据运算性质, 填空:

$\frac{d(a^3)}{d(a)} = \underline{\hspace{2cm}}$ (a 为正数), 若 $d(2) = 0.3010$, 则 $d(4) = \underline{\hspace{2cm}}$, $d(5) = \underline{\hspace{2cm}}$, $d(0.08) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 如表中与数 x 对应的劳格数 $d(x)$ 有且只有两个是错误的, 请找出错误的劳格数, 说明理由并改正.

x	1.5	3	5	6	8	9	12	27
$d(x)$	$3a - b + c$	$2a - b$	$a + c$	$1 + a - b - c$	$3 - 3a - 3c$	$4a - 2b$	$3 - b - 2c$	$6a - 3b$

【解题思路】 (1) 根据定义可知, $d(10)$ 和 $d(10^{-2})$ 就是指 10 的指数, 据此即可求解.

(2) 根据 $d(a^3) = d(a \cdot a \cdot a) = d(a) + d(a) + d(a)$ 即可求得 $\frac{d(a^3)}{d(a)}$ 的值.

(3) 通过 $9 = 3^2$, $27 = 3^3$, 可以判断 $d(3)$ 是否正确, 同理以依据 $5 = 10 \div 2$, 假设 $d(5)$ 正确, 可以求得 $d(2)$ 的值, 即可通过 $d(8)$, $d(12)$ 作出判断.

【满分解答】 (1) $1 \quad -2$

(2) $\frac{d(a^3)}{d(a)} = \frac{3d(a)}{d(a)} = 3$, 利用计算器可得: $10^{0.3010} \approx 2$, $10^{0.6020} \approx 4$, $10^{0.6990} \approx 5$, $10^{-1.097} \approx 0.08$, 故 $d(4) = 0.6020$, $d(5) = 0.6990$, $d(0.08) = -1.097$.

(3) 若 $d(3) \neq 2a - b$, 则 $d(9) = 2d(3) \neq 4a - 2b$, $d(27) = 3d(3) \neq 6a - 3b$.

从而表中有三个劳格数是错误的, 与题设矛盾, 所以 $d(3) = 2a - b$.

若 $d(5) \neq a + c$, 则 $d(2) = 1 - d(5) \neq 1 - a - c$,

所以 $d(8) = 3d(2) \neq 3 - 3a - 3c$, $d(6) = d(3) + d(2) \neq 1 + a - b - c$,

表中也有三个劳格数是错误的, 与题设矛盾. 所以 $d(6) = a + c$.

所以表中只有 $d(1.5)$ 和 $d(12)$ 的值是错误的, 应纠正为:

$$d(1.5) = d(3) + d(5) - 1 = 3a - b + c - 1, d(12) = d(3) + 2d(2) = 2 - b - 2c.$$

【归纳总结】 本题考查了整式的运算,解决这类题的关键是正确理解规定的新的运算法则,严格按照新的运算法则一步一步进行运算.



压轴题解题攻略

各地中考试题中都有数与式知识的考查,主要围绕相反数、绝对值、倒数、科学计数法、实数的运算、分式的运算及分式方程、二次根式的性质与运算等有关知识点进行命题,主要考查计算及应用知识解决问题能力.题型主要为选择题、填空题,也有独立的化简求值题.利用整体代入的思想求代数式的值是现在中考的一个热点,在解决问题时要结合类比转化的数学思想.试题通常比较简单,但要熟练公式的运用,平时注意对知识的积累,注重知识的综合运用,就能得到本专题的分数.



压轴题知识链接

1. 数轴: 规定了____、____、____的直线叫数轴.
2. ____的绝对值是它本身, ____的绝对值是它的相反数.
3. 同底数幂的乘法, 底数____, 指数____; 幂的乘方, 底数不变, 指数____; 积的乘方等于每一个因数____的积; 同底数幂相除, 底数不变, 指数____; $a^0 =$ ____, $a^{-p} =$ ____ ($a \neq 0$, p 是正整数).
4. (1) 单项式与单项式相乘, 把它们的系数、相同字母的幂分别____, 其余字母连同它的指数____, 作为积的因式.
(2) 单项式乘以多项式: ____.
(3) 乘法公式: 平方差: ____.
完全平方公式: ____.
5. (1) 最简二次根式: 被开方数中每一个因式的指数都小于____, 并且被开方数不含____的二次根式叫最简二次根式.
(2) 同类二次根式: 几个二次根式化为____后, 如果被开方数____, 这几个二次根式叫同类二次根式.
(3) 二次根式乘法: _____, 二次根式除法_____.

【答案】

1. 原点 正方向 单位长度 2. 正数或零 负数 3. 不变 相加 相乘 乘方 相减 1. $\frac{1}{a^p}$ 4. (1) 相乘 不变 (2) $a \cdot (b+c) = ab+ac$ (3) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 5. (1) 2 分母 (2) 最简二次根式 相同
(3) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} (a \geq 0, b \geq 0)$ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b \geq 0)$



压轴题类题优练

1. (2013·江苏南京市中考)设边长为3的正方形的对角线长为 a .下列关于 a 的四种说法:① a 是无理数;② a 可以用数轴上的一个点来表示;③ $3 < a < 4$;④ a 是18的算术平方根.其中,所有正确说法的序号是().

A. ①④

B. ②③

C. ①②④

D. ①③④

(原卷第3题,2分,占卷面分1.7%)

2. (2015·重庆市中考题)下列图形都是由几个黑色和白色的正方形按一定规律组成,图1-1中有2个黑色正方形,图1-2中有5个黑色正方形,图1-3中有8个黑色正方形,图1-4中有11个黑色正方形,⋯,按此规律,图1-10中黑色正方形的个数有().



图 1-1

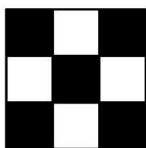


图 1-2

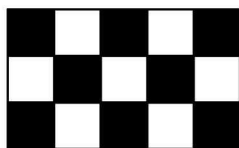


图 1-3

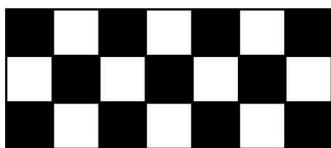


图 1-4

⋯

A. 32 个

B. 29 个

C. 28 个

D. 26 个

(原卷第10题,3分,占卷面分2.5%)

3. (2014·江苏镇江市中考)读取表格中的信息,解决问题.

$n = 1$	$a_1 = \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$	$b_1 = \sqrt{3} + 2$	$c_1 = 1 + 2\sqrt{2}$
$n = 2$	$a_2 = b_1 + 2c_1$	$b_2 = c_1 + 2a_1$	$c_2 = a_1 + 2b_1$
$n = 3$	$a_3 = b_2 + 2c_2$	$b_3 = c_2 + 2a_2$	$c = a_2 + 2b_2$
⋯	⋯	⋯	⋯

满足 $\frac{a_n + b_n + c_n}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \geq 2014 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)$ 的 n 可以取得的最小整数是_____.

(原卷第12题,3分,占卷面分2.5%)

4. (2013·江苏南通市中考)已知 $x = 2m + n + 2$ 和 $x = m + 2n$ 时,多项式 $x^2 + 4x + 6$ 的值相等,且 $m - n + 2 \neq 0$,则当 $x = 3(m + n + 1)$ 时,多项式 $x^2 + 4x + 6$ 的值等于_____.

(原卷第18题,3分,占卷面分2.5%)

5. (2014·江苏泰州市中考)已知 $a^2 + 3ab + b^2 = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0$),则代数式 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 的值等于_____.

(原卷第14题,3分,占卷面分2.5%)

6. (2014·山东济宁中考)如果从一卷粗细均匀的电线上截取1 m长的电线,称得它的质量为 a g,再称得剩余电线的质量为 b g,那么原来这卷电线的总长度是_____ m.

(原卷第11题,3分,占卷面分2.5%)

7. (2015·湖北孝感中考)观察下列等式: $1 = 1^2$, $1 + 2 = 2^2$, $1 + 3 + 5 = 3^2$, $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$, ⋯,则 $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2015 =$ _____.

(原卷第15题,3分,占卷面分2.5%)

8. (2013·江苏南京中考)计算: $\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) - \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$ 的结果是_____.

(原卷第 16 题, 2 分, 占卷面分 1.7%)

9. (2014·安徽省中考)观察下列关于自然数的等式:

$$3^2 - 4 \times 1^2 = 5 \quad ①$$

$$5^2 - 4 \times 2^2 = 9 \quad ②$$

$$7^2 - 4 \times 3^2 = 13 \quad ③$$

.....

根据上述规律解决下列问题:

(1) 完成第四个等式: $9^2 - 4 \times \underline{\hspace{2cm}}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 写出你猜想的第 n 个等式(用含 n 的式子表示), 并验证其正确性.

(原卷第 16 题, 8 分, 占卷面分约 6.7%)



压轴题中考预测

1. 在日常生活中如取款、上网等都需要密码, 有一种用“因式分解”法产生的密码记忆方便. 原理是: 如对于多项式 $x^4 - y^4$, 因式分解的结果是 $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$, 若取 $x = 9, y = 9$ 时, 则各因式的值是: $x - y = 0, x + y = 18, x^2 + y^2 = 162$, 于是就可以把“018 162”作为一个六位数的密码. 对于多项式 $x^3 - xy^2$, 取 $x = 20, y = 10$, 用上述方法产生的密码不可能是().

A. 201 010

B. 203 010

C. 301 020

D. 201 030

2. 定义运算: $a \otimes b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, 比如 $2 \otimes 3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$. 下面给出了关于这种运算的几个结论:

① $2 \otimes (-3) = \frac{1}{6}$; ② 此运算中的字母 a, b 均不能取零;

③ $a \otimes b = b \otimes a$; ④ $a \otimes (b + c) = a \otimes b + a \otimes c$.

其中正确的是_____. (把所有正确结论都写在横线上)

3. 细心观察图 1-5, 认真分析各式, 然后解答下列问题:

$$(\sqrt{1})^2 + 1 = 2, S_1 = \frac{\sqrt{1}}{2}$$

$$(\sqrt{2})^2 + 1 = 3, S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(\sqrt{3})^2 + 1 = 4, S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

.....

(1) 请用含有 n (n 是正整数) 的等式表示上述变化规律.

(2) 推算出 OA_{10} 的长.

(3) 求出 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \cdots + S_{10}^2$ 的值.

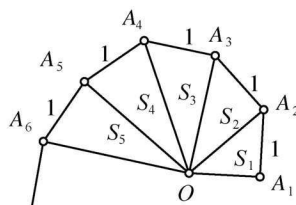


图 1-5

专题2 方程与不等式(组)



压轴题母题在线

母题一

【原题信息】 2015年江苏省连云港市中考考试卷第23题,10分,占卷面分8.3%

【原题粘贴】 在某市组织的大型商业演出活动中,对团体购买门票实行优惠,决定在原定票价基础上每张降价80元,这样按原定票价需花费6 000元购买的门票张数,现在只花费了4 800元.

(1) 求每张门票的原定票价.

(2) 根据实际情况,活动组织单位决定对于个人购票也采取优惠政策,原定票价经过连续二次降价后降为324元,求平均每次降价的百分率.

【解题思路】 (1) 设每张门票的原定票价为 x 元,则现在每张门票的票价为 $(x-80)$ 元,根据“按原定票价需花费6 000元购买的门票张数,现在只花费了4 800元”建立方程,解方程即可.(2) 设平均每次降价的百分率为 y ,根据“原定票价经过连续二次降价后降为324元”建立方程,解方程即可.

【满分解答】 (1) 设每张门票的原定票价为 x 元,则现在每张门票的票价为 $(x-80)$ 元,根据题意得 $\frac{6\,000}{x} = \frac{4\,800}{x-80}$,解得 $x = 400$.

经检验, $x = 400$ 是原方程的根.

答: 每张门票的原定票价为400元.

(2) 设平均每次降价的百分率为 y ,根据题意得 $400(1-y)^2 = 324$,

解得: $y_1 = 0.1$, $y_2 = 1.9$ (不合题意,舍去).

答: 平均每次降价10%.

【归纳总结】 本题考查了一元二次方程与分式方程的应用,解题关键是要读懂题目的意思,根据题目给出的条件,找出合适的等量关系,列出方程,再求解.

母题二

【原题信息】 2014年江苏省扬州市中考考试卷第18题,3分,占卷面分2.5%

【原题粘贴】 设 $a_1, a_2, \dots, a_{2\,014}$ 是从1, 0, -1这三个数中取值的一列数,若 $a_1 + a_2 + \dots + a_{2\,014} = 69$, $(a_1 + 1)^2 + (a_2 + 1)^2 + \dots + (a_{2\,014} + 1)^2 = 4\,001$,则 $a_1, a_2, \dots, a_{2\,014}$ 中为0的个数是_____.

【解题思路】 首先根据 $(a_1 + 1)^2 + (a_2 + 1)^2 + \dots + (a_{2\,014} + 1)^2$ 得到 $a_1^2 + a_2^2 + \dots +$

$$a_{2014}^2 + 2152, \text{ 然后设有 } x \text{ 个 } 1, y \text{ 个 } -1, z \text{ 个 } 0, \text{ 得到方程组 } \begin{cases} x+y+z=2014 \\ 1 \cdot x + (-1) \cdot y + 0 \cdot z = 69, \text{ 解} \\ 1^2x + (-1)^2y + 0^2z = 4001 \end{cases}$$

方程组即可确定正确的答案.

$$\begin{aligned} \text{【满分解答】} & (a_1+1)^2 + (a_2+1)^2 + \cdots + (a_{2014}+1)^2 \\ &= a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_{2014}^2 + 2(a_1 + a_2 + \cdots + a_{2014}) + 2014 \\ &= a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_{2014}^2 + 2 \times 69 + 2014 \\ &= a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_{2014}^2 + 2152. \end{aligned}$$

$$\text{设有 } x \text{ 个 } 1, y \text{ 个 } -1, z \text{ 个 } 0, \text{ 所以 } \begin{cases} x+y+z=2014 \\ 1 \cdot x + (-1) \cdot y + 0 \cdot z = 69, \text{ 化简得 } x-y=69, \\ 1^2x + (-1)^2y + 0^2z = 4001 \end{cases}$$

$x+y=1849$, 解得: $x=959, y=890, z=165$.

所以有 959 个 1, 890 个 -1, 165 个 0, 故答案为: 165.

【归纳总结】 本题考查了数字的变化类问题, 解题的关键是对给出的式子进行正确的变形, 能够设未知数, 利用方程的思想来解决这类问题.

母 题 三

【原题信息】 2014 年宁夏中考试卷第 26 题, 10 分, 占卷面分 8.3%

【原题粘贴】 对 x, y 定义一种新运算 T , 规定: $T(x, y) = \frac{ax+by}{2x+y}$ (其中 a, b 均为非零

常数), 这里等式右边是通常的四则运算, 例如: $T(0, 1) = \frac{a \times 0 + b \times 1}{2 \times 0 + 1} = b$.

(1) 已知 $T(1, -1) = -2, T(4, 2) = 1$.

① 求 a, b 的值;

② 若关于 m 的不等式组 $\begin{cases} T(2m, 5-4m) \leq 4 \\ T(m, 3-2m) > p \end{cases}$ 恰好有 3 个整数解, 求实数 p 的取值范围;

(2) 若 $T(x, y) = T(y, x)$ 对任意实数 x, y 都成立 [这里 $T(x, y)$ 和 $T(y, x)$ 均有意义], 则 a, b 应满足怎样的关系式?

【解题思路】 (1) ① 将已知的两对值代入 T 中计算求出 a 与 b 的值;

② 根据题中新定义化简已知不等式, 根据不等式组恰好有 3 个整数解, 求出 p 的范围即可.

(2) 由 $T(x, y) = T(y, x)$ 列出关系式, 整理后即可确定出 a 与 b 的关系式.

【满分解答】 (1) ① 根据题意得: $T(1, -1) = \frac{a-b}{2-1} = -2$, 即 $a-b = -2$;

$$T(4, 2) = \frac{4a+2b}{8+2} = 1, \text{ 即 } 2a+b=5, \text{ 解得: } a=1, b=3;$$

$$\text{② 根据题意得: } \begin{cases} \frac{2m+3(5-4m)}{4m+5-4m} \leq 4 & \text{①} \\ \frac{m+3(3-2m)}{2m+3-2m} > p & \text{②} \end{cases}, \text{ 由 ① 得: } m \geq -\frac{1}{2}; \text{ 由 ② 得: } m < \frac{9-3p}{5},$$



所以不等式组的解集为 $-\frac{1}{2} \leq m < \frac{9-3p}{5}$,

因为不等式组恰好有 3 个整数解, 即 $m = 0, 1, 2$,

所以 $2 \leq \frac{9-3p}{5} < 3$, 解得: $-2 \leq p < -\frac{1}{3}$.

(2) 由 $T(x, y) = T(y, x)$, 得到 $\frac{ax+by}{2x+y} = \frac{ay+bx}{2y+x}$, 整理得: $(x^2-y^2)(2b-a) = 0$,

因为 $T(x, y) = T(y, x)$ 对任意实数 x, y 都成立, 所以 $2b-a=0$, 即 $a=2b$.

【归纳总结】 此题考查了分式的混合运算, 解二元一次方程组, 以及一元一次不等式组的整数解, 弄清题中的新定义是解本题的关键.



压轴题解题攻略

各地中考试题中有关方程与不等式(组)的考查, 主要围绕方程与不等式(组)的解及其应用, 同时还会将其融于其他知识的综合考查, 其中与函数知识结合起来求解方案问题仍将是这类知识考察的主要趋势. 题型主要为选择题、填空题, 利用方程与不等式(组)解实际问题将以解答题形式出现. 试题通常比较灵活, 我们平时要注意对知识的积累, 注重知识的迁移, 特别是遇到综合应用要认真审题, 一定要注意分类讨论与数形结合的思想的运用.

学生在解这类题时易出现的问题, 运用等式性质时, 两边同除以一个数必须要注意不能为 0 的情况、运用不等式的性质 3 时, 容易忘记变号导致结果出错、关于一元二次方程的取值范围的题目易忽视二次项系数导致出错、关于一元一次不等式组有解无解的条件易忽视相等的情况、解分式方程时易忘记检验, 导致运算结果出错、关于换元法及整体代入的题目易忽视整体的非负性或整体是否有解导致结论出错.



压轴题知识链接

1. 含有_____的等式叫做方程, 使方程左右两边的值相等的_____叫做方程的解. 只含有一个_____, 并且未知数的_____, 这样的整式方程叫做一元一次方程. 解一元一次方程的一般步骤: ① _____; ② _____; ③ _____; ④ _____; ⑤ 未知数的系数化为 1.

2. 只含有_____未知数, 并且未知数的最高次数_____的整式方程叫做一元二次方程, 其一般形式为_____, 其中_____叫做一次项系数, _____是二次项系数, _____是常数项.

3. 一元二次方程的解法有: 直接开平方法、_____, _____, _____, 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 根的判别式为_____, ① $b^2-4ac \geq 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个_____的实数根; ② $b^2-4ac = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个_____的实数根; ③ $b^2-4ac < 0 \Leftrightarrow$ 方程_____实数根.

4. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 根与系数的关系: $x_1+x_2=$ _____, $x_1 \cdot x_2=$ _____.

5. 一元一次不等式: 只含有_____未知数, 未知数的次数是_____, 系数_____且

不等式的两边都是整式,这样的不等式称为一元一次不等式,解一元一次不等式的一般步骤:去分母、____、移项、____、系数化为1.

6. 几个关于____的一元一次不等式合在一起,就组成了一个一元一次不等式组,解不等式组的方法: 先要分别求出不等式组中____的解集,再利用____求出这些不等式的解集的____,即是这个不等式组的_____.

【答案】

1. 未知数 未知数的值 未知数 最高次数为1 去分母 去括号 移项 合并同类项
2. 一个 为2次 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ b a c 3. 配方法 公式法 因式分解法 b^2-4ac 不相等 相等 没有 4. $-\frac{b}{a}$ $\frac{c}{a}$ 5. 一个 1
不为0 去括号 合并同类项 6. 同一个未知数 各个不等式 数轴 公共部分 解集



压轴题类题优练

1. (2014·江苏南通中考)若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 无解,则 a 的取值范围是().

A. $a \geq 1$ B. $a > 1$ C. $a \leq -1$ D. $a < -1$

(原卷第8题,3分,占卷面分2.5%)

2. (2015·江苏南通中考)关于 x 的一元二次方程 $ax^2-3x-1=0$ 的两个不相等的实数根都在 -1 和 0 之间(不包括 -1 和 0),则 a 的取值范围是_____.

(原卷第18题3分,占卷面分2.5%)

3. (2014·湖北襄阳中考)若正数 a 是一元二次方程 $x^2-5x+m=0$ 的一个根, $-a$ 是一元二次方程 $x^2+5x-m=0$ 的一个根,则 a 的值是_____.

(原卷第16题,3分,占卷面分2.5%)

4. (2013·江苏南通中考)若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{x+1}{3} > 0 \\ 3x+5a+4 > 4(x+1)+3a \end{cases}$ 恰有三个整数解,求实数 a 的取值范围.

(原卷第23题,8分,占卷面分6.7%)



5. (2014·江苏连云港中考)小林在某商店购买商品 A、B 共三次,只有一次购买时,商品 A、B 同时打折,其余两次均按标价购买,三次购买商品 A、B 的数量和费用如下表:

	购买商品 A 的数量/个	购买商品 B 的数量/个	购买总费用/元
第一次购物	6	5	1 140
第二次购物	3	7	1 110
第三次购物	9	8	1 062

(1) 小林以折扣价购买商品 A、B 是第_____次购物.

(2) 求出商品 A、B 的标价.

(3) 若商品 A、B 的折扣相同,问商店是打几折出售这两种商品的?

(原卷第 23 题,10 分,占卷面分 12%)

6. (2015·湖北宜昌中考)全民健身和医疗保健是社会普遍关注的问题,2014 年,某社区共投入 30 万元用于购买健身器材和药品.

(1) 若 2014 年社区购买健身器材的费用不超过总投入的 $\frac{2}{3}$,问 2014 年最低投入多少万元购买药品?

(2) 2015 年,该社区购买健身器材的费用比上一年增加 50%,购买药品的费用比上一年减少 $\frac{7}{16}$,但社区在这两方面的总投入仍与 2014 年相同.

① 求 2014 年社区购买药品的总费用;

② 据统计,2014 年该社区积极健身的家庭达到 200 户,社区用于这些家庭的药品费用明显减少,只占当年购买药品总费用的 $\frac{1}{4}$,与 2014 年相比,如果 2015 年社区内健身家庭户数增

加的百分比与平均每户健身家庭的药品费用降低的百分比相同,那么,2015年该社区用于健身家庭的药品费用就是当年购买健身器材费用的 $\frac{1}{7}$,求2015年该社区健身家庭的户数.

(原卷第23题,10分,占卷面分8.3%)

7. (2014·江苏无锡中考)某发电厂共有6台发电机发电,每台的发电量为300万千瓦/月.该厂计划从今年7月开始到年底,对6台发电机各进行一次改造升级.每月改造升级1台,这台发电机当月停机,并于次月再投入发电,每台发电机改造升级后,每月的发电量将比原来提高20%.已知每台发电机改造升级的费用为20万元.将今年7月份作为第1个月开始往后算,该厂第 x (x 是正整数)个月的发电量设为 y (万千瓦).

(1) 求该厂第2个月的发电量及今年下半年的总发电量.

(2) 求 y 关于 x 的函数关系式.

(3) 如果每发1千瓦电可以盈利0.04元,那么从第1个月开始,至少要到第几个月,这期间该厂的发电盈利扣除发电机改造升级费用后的盈利总额 ω_1 (万元),将超过同样时间内发电机不作改造升级时的发电盈利总额 ω_2 (万元)?

(原卷第27题,10分,占卷面分12%)



压轴题中考预测

1. 已知关于 x 的二次方程 $(1-2k)x^2 - 2\sqrt{k}x - 1 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是_____.

2. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a \geq 0 \\ 5-2x > 1 \end{cases}$, 只有四个整数解, 则实数 a 的取值范围是_____.

3. 甲、乙两商场以同样价格出售同样的商品, 并且又各自推出不同的优惠方案: 在甲商场累计购物超过 100 元后, 超出 100 元的部分按 90% 收费; 在乙商场累计购物超过 50 元后, 超出 50 元的部分按 95% 收费, 设李明在同一商场累计购物 x 元, 其中 $x > 100$.

(1) 根据题意, 填写下表(单位: 元)

累计购物 实际花费	130	290	...	x
在甲商场	127		...	
在乙商场	126		...	

(2) 当 x 取何值时, 李明在甲、乙两商场的实际花费相同?

(3) 当李明在同一商场累计购物超过 100 元时, 在哪家商场的实际花费少?