

三角數理

江南製造
總局鋟板

三角數理卷一

英國海麻士輯

英國 傅蘭雅 口譯
金匱 華蘅芳 筆述

此卷論三角法中用比例數之理

以數明線與角之幾何

第一款 凡平面之三角形必有六事焉其三者爲邊其三者爲角知其六事中之三則其餘三事亦可用法求得之 惟其所知之三事中須有一爲邊若三者俱爲角則不可求此因任何平三角形之三箇角其和俱等于兩箇正角則能作無數三角形其邊俱不相同而俱

合于所設之三角也

已知三角形之數箇邊角從幾何之理有法可畫成其全形惟因最精之畫圖器亦不能無差且不能辨其毫釐之數故以畫法作三角形祇得大略而已欲求精密不可得也是以算學家設立各種算法以代畫圖之規矩則得數最密

三角算法者乃從三角形內已知之事而求其未知之事也此爲解明三角數理之學

近年以來三角算法之意比昔更廣凡角度大小之理各角之數所有彼此相關之理並角與他幾何相關之

理俱能以算式賅之且能顯明直線與角度相關之故
從此得各種測量之公法

第二款 凡平三角形每邊之長短及他線之長短俱以

一公常數度之

如言若干尺數若干寸數是也

若將公元甲代任何直線其意謂甲倍一尺或甲倍一寸是也甲所代者爲其本線與一尺或一寸之比例也

第三款 凡角之大小亦以一公大小之數度之則其角

必爲所定爲主之角之若干倍

定其爲主之角法將正角

卽方角

用幾何之法平分爲九

十名其每分爲度又平分其每度爲六十名其每分爲

分又平分其每分爲六十名其每分爲秒如此則無論何角必能以若干度分秒言其角之大小

凡度數以○別之分數以ノ別之秒數以夕別之皆在右角之上

假如其角爲十四度九分三十七秒十分秒之四則可

作

^四三^七九^四一

是也

第四款 又有一角度之法令度分秒皆以百進位

如平分正角爲百分名其每分爲度又平分其度爲百分名其每分爲分又平分其分爲百分名其每分爲秒

其度以○別之其分秒亦用ノ。
如此則一分爲。一度一秒爲。○○○一度故其分秒易變爲度
之小數。

假如其角爲十四度九分三十七秒可作
如欲以

正角之分數言之可作

一四〇九三七

一四九〇一三七〇〇〇一

一四〇九三七

分正角爲百度每度爲百分每分爲百秒則無論何角

之數能頃刻變其度分秒或變之爲正角之分數不必用繁重之法化之故簡易數倍然今天下之人仍常用分正角爲九十之度而分秒皆以六十進位者其法甚繁重

第五款 茲設法能將常度變爲百分度並反求之法

令庚爲百分正角之一度丁爲常度之一度 庚與丁爲

任一角之百分度及常度則

$$\text{庚} = \text{丁}$$

$$100 \text{ 庚} = 90 \text{ 丁}$$

而

$$\frac{100}{\text{庚}} = \frac{90}{\text{丁}}$$

$$\text{庚} = \frac{90}{100} \text{ 丁} = \frac{9}{10} \text{ 丁}$$

$$\text{丁} = \frac{100}{90} \text{ 庚} = \frac{10}{9} \text{ 庚}$$

所以凡欲變常度爲百分之度必先將其分秒化爲度之小數而加全數九分之一卽得百分度之數

若欲變百分之度爲常度將其分秒化爲度之小數減其全數十分之一則得常度並其度之小數又將小數變爲常分秒卽爲常度並其分秒數

假如有常度二十九度五分三十三秒欲變之爲百分

度則令

$$\begin{aligned} &= 29^{\circ} 5' 33'' = (29.0925) \\ &= (29.0925) \times \frac{9}{10} = 26.18325 \\ &= (26.18325) \times \frac{100}{9} = 29.0925 \end{aligned}$$

卽爲三十二度三十二分五十秒

假如有百分之度三十二度三十二分五十秒欲變之

爲常度則令

$$\begin{aligned} &= \frac{32.5333}{100} = \left(\frac{32.5333}{100} \right) \\ &= \left(\frac{32.5333}{100} \right) \left(\frac{100}{100} \right) \\ &= \left(\frac{32.5333}{100} \right) \left(\frac{100}{100} \right) \end{aligned}$$

卽爲二十九度五分三十三秒

第六款 凡尋常之算法用常度者居多惟最深之代數

中則有一法以等于平圓半徑之弧所配圓心之角爲

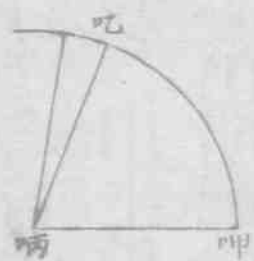
主則比常法更便因平圓周徑相比恆有一定之率故

無論平圓之大小如何此角必爲不變之數

若以周字代平圓之周率三二四一五九以未代平

圓之半徑則平圓之全周必等于

二周未



如圖哂哂吃爲從圓心所分之角此
角所配之哂吃弧等于本平圓之半
徑哂哂吃亦即

則依幾何原本第六卷三十三題之理凡圓心各角之

二周未

比必如其所配各弧之比則

肅

哂吃弧

所以

二周正角

此式與

哂哂吃角

正角
四哂哂吃角

未無相關所以無論其平圓之大小如何此角必爲不

變之數

此角雖不能以幾何之法定之然易以代數之理明其爲不變之數故可用此角爲主以度他角

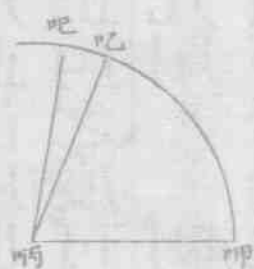
其主角若以井字代之而他角可以斗字代之則其斗爲任何大小之角與井之比

如不用等于半徑之弧之角爲主而用常度亦不必言其每度爲若干大無論何角皆可以斗代之

第七款 用主角之法定各角之大小則以斗爲任何平

圓心角所配之弧與其半徑之比所以謂之真弧度

如圖令呬呬半徑從本方位以呬爲心旋轉而成呬呬



吃角呷呷吧角則呷吃與呷吧俱爲呷
點所成之弧其呷吃弧等于半徑故呷
呷吃爲主角可以并代之其呷呷吧爲
他角可以并明之

呷呷呷吧

半徑弧

并

呷吃呷吧

呷呷呷吧

呷呷吃角

呷呷吃角呷呷吧角

呷呷吃角

則從幾何原本第六卷三十三題知

所以

半徑弧

斗

平圓之半徑若爲一則

斗弧

卽爲本角之弧之長所以無

論何角皆可以真弧度明之亦謂之以弧明角法

第八款

前已言平圓周徑之比例可用周率明之故半

周與半徑之比例亦可用周率明之而四分全周之弧

卽一象限

與半徑之比可用二分周率之一明之

用此法以明角之大小則兩象限之度必以周率明之
正角之度可以二分周率之一明之

凡用

半徑弧

明其角度者恆用宿名爲元以別之

以下所論之角或明言其角之度分數或但言其本角

之名

第九款 無論何角可變其常度爲真弧度亦可變其真
弧度爲常度

以周字代周率

三—四—五九

未代半徑丙代全周則

丙—二周未

令天爲等

于半徑之弧其相配之角并爲常度則依幾何原本第

六卷三十三題之理

一八〇 周未

故

三—四—五九
一八〇
天 =

卽

五七二九五七七
天 =

若將井角爲主而求任角斗之常度必爲

斗五七二九五七七

如反求之

有任角呬已知其常度欲化爲以井爲主之度則其數

必爲

五七二九五七七

呬

三角比例數界說

第十款 若欲思一法能將平三角形之角與邊俱以數目論之則初時之念必欲攷明三角形之各邊與其各角所配之弧之長有何相關之理