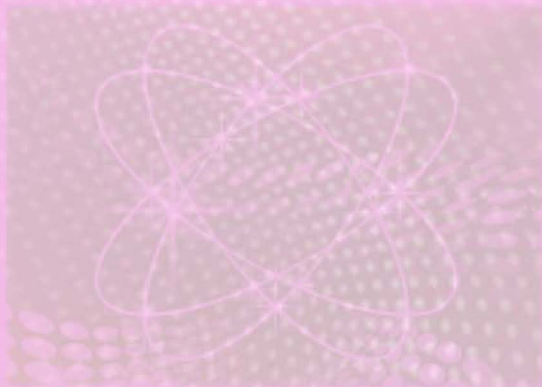


探索未知

读故事谈数学

北京未来新世纪教育科学发展中心 编



新疆青少年出版社
喀什维吾尔文出版社

探索未知

读故事谈数学

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

新疆青少年出版社
喀什维吾尔文出版社

图书在版编目(CIP)数据

探索未知/王卫国主编. —乌鲁木齐:新疆青少年出版社;喀什:喀什维吾尔文出版社,2007.6

ISBN 978—7—5373—1464—0

I. 探... II. 王... III. 自然科学—青少年读物 IV. N49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 097778 号

探索未知

读故事谈数学

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

新疆青少年出版社 出版
喀什维吾尔文出版社

(乌鲁木齐市胜利路二巷 1 号 邮编:830049)

廊坊市华北石油华星印务有限公司 印刷

开本:787mm×1092mm 32 开

印张:300 字数:3000 千

2007 年 7 月修订版 2007 年 7 月第 1 次印刷

印数:1—3000

ISBN 978—7—5373—1464—0

如有印装质量问题请直接同承印厂调换

前 言

在半年之前,本编辑部曾推出过一套科普丛书,叫做《科学目击者》,读者反应良好。然而,区区一部丛书怎能将各种科学新知囊括其中?所未涉及者仍多。编辑部的同仁们也有余兴未尽之意,于是就有了这套《探索未知》丛书。

《科学目击者》和《探索未知》可以说是姊妹关系,也可以说是父子关系。说它们是姊妹,是因为它们在方向设定、内容选择上不分彼此,同是孕育于科学,同为中国基础科普而诞生。说它们是父子,则是从它们的出版过程考虑的。《科学目击者》的出版为我们编辑本套丛书提供了丰富的经验,让我们能够更好的把握读者们的需求与兴趣,得以将一套更为优秀的丛书呈献给读者。从这个层面上讲,《科学目击者》的出版成就了《探索未知》的诞生。

如果说《科学目击者》只是我们的第一个试验品,那么《探索未知》就是第一个正式成品了。它文字精彩,选

题科学,内容上囊括了数学、物理、化学、地理以及生物五个部分的科学知识,涵盖面广,深度适中。对于对科学新知有着浓厚兴趣的读者来说,在这里将找到最为满意的答复。

有了《科学目击者》的成功经验,让我们得以取其优、去其短,一直朝着尽善尽美的目标而努力。但如此繁杂的知识门类,让我们实感知识面的狭窄,实非少数几人所能完成。我们在编稿之时,尽可能地多汲取众多专家学者的意见。然而,百密尚有一疏,纰漏难免,如果给读者您的阅读带来不便,敬请批评指正。

编 者

目 录

二桃杀三士.....	1
新捕蛇者说.....	8
巴河姆的错误	15
团结的力量	23
庖丁解牛	30
愚公移山	38
煮酒论英雄	45
知己知彼,百战不殆.....	52
配对原理	59
七桥问题	67



二桃杀三士

《晏子春秋》里记载了这样一个故事：

齐景公蓄养着三名勇士，他们名叫田开疆、公孙接和古冶子。

这三名勇士都力大无比，武功超群，为齐景公立下过不少功劳。但他们也刚愎自用，目中无人，连齐国的宰相晏婴都不放在眼里，终于得罪了晏婴。晏子便劝齐景公杀掉他们。齐景公对晏子言听计从，但却心存疑虑，恐怕用武力制服不了三人，如果他们联合起来反抗，问题就麻烦了。晏子便献上一计：以齐景公的名义赏赐三名勇士两个桃子，让他们自己评功，按功劳的大小吃桃。

三名勇士都认为自己的功劳很大，应该单独吃一个桃子。于是，公孙接讲了自己的打虎功，拿了一只桃；田开疆讲了自己的杀敌功，拿起了另一只桃。两人正准备要吃桃子，古冶子说出了自己更大的功劳。公孙接、田开疆都觉得自己的功劳确实不如古冶子大，感到羞愧难当，赶忙让出桃子，说：“咱本领不如人家，却抢着要吃桃子，实在丢人，是好汉就没有脸再活下去！”说罢都拔剑自刎



探索未知

了。古冶子见了,后悔不迭。心想:“如果放弃桃子而隐瞒功劳,则有失勇士的威严;为了满足自己而羞辱同伴,又有损哥们的义气。如今两个伙伴都为此而死了,我独自活着,算什么勇士?”便仰天长叹一声,也拔剑自杀了。

这就是“二桃杀三士”的故事。

晏子采用借“桃”杀人的办法,不费吹灰之力,便达到了他预定的目的,可说是善于运用权谋。汉朝无名氏在一首乐府诗中,曾不无讽刺地写道:“……一朝被谗言,二桃杀三士。谁能为此谋,相国齐晏子!”

有趣的是,在这个故事中,晏子除了运用权谋之外,还运用了数学中一个重要的原理——抽屉原理。

抽屉原理又名鸽笼原理或狄利克雷原理。这个原理形象的说法就是:

把 3 件物品放到 2 个抽屉里,一定有一个抽屉里至少有两件物品;

把 7 件物品放到 3 个抽屉里,一定有一个抽屉里至少有 3 件物品,等等。

一般地说,把 $m \times n + 1$ 件物品放到 m 个抽屉里,一定有一个抽屉里至少有 $n + 1$ 件物品。

这个原理虽然简单,但在数学中却有广泛而深刻的运用。19 世纪德国数学家狄利克雷首先利用它来建立有理数的理论(所以现在抽屉原理又称狄利克雷原理),以后被逐渐地应用到许多不同的数学分支中,如在数论、集合论、组合论等学科中都有许多重要的应用。



1947年,匈牙利数学家把这一原理引进到中学生数学竞赛中,当年全匈数学竞赛有一道试题是:

“证明:在任何6个人中,一定可以找到3个互相认识的人,或者3个互不认识的人。”

这个问题乍看起来,似乎令人难以想象,感到十分玄妙而无从下手。其实,只要你懂得抽屉原理,这道题的证明是十分简单的。

为方便计,我们用A、B、C、D、E、F来代表6个人。从中随便找一个,例如A吧,其余的5个人,或者与A认识,或者与A不认识。现在把“与A认识”和“与A不认识”当作两个“抽屉”,把5个人放到这两个抽屉里,根据抽屉原理,有一个抽屉里至少有3个人。不妨假定在“与A认识”这个抽屉里有3个人,例如B、C、D在这一抽屉里。用平面上的4个点来代表A、B、C、D 4人,如果两人互相认识,就在代表它们的两点之间联一条线,于是,便得到图1:

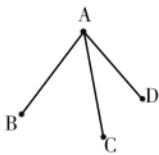


图 1

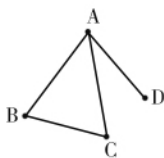


图 2

再看B、C、D 3人,如果他们3个人两两互不认识,我们就在这6个人中找到了3个互不认识的人,本题的结论已经获证。如果B、C、D 3个人中,至少有两人互相



探索未知

认识,例如 B 与 C 互相认识,在 B、C 之间就要连一条线,如图 2。

这时,在 6 个人中就有 A、B、C 3 人互相认识,同样证明了问题的结论。按照一样的方法,假定在“与 A 不认识”这个抽屉里有 3 个人,同样可证明问题的结论成立。

这道试题由于它的形式优美,解法巧妙,很快引起数学界的兴趣,被许多国家的数学杂志转载,它的一些变形或推广题,不断地被用作新的数学竞赛试题。几十年如一日,半个世纪以来长盛不衰。

例如,1964 年在莫斯科举行的国际中学生数学竞赛中有一道试题是:

“17 个学者中每个学者都与其余学者通信,他们在通信中一共讨论了 3 个不同的问题,但每两个学者在通信中只讨论同一个问题。证明:至少有 3 个学者在彼此通信中都讨论同一问题。”

这个问题就是上述问题的直接推广。

在 17 名学者中任取一名,例如 A,其余 16 名学者与他通信分别讨论 3 个问题中的某一个。根据抽屉原理,对于 3 个问题 x, y, z ,在 16 人中必有 6 个人与 A 讨论某一个,例如 x 。如果这 6 个人中还有 B 与 C 两人也通信讨论 x ,则 A、B、C 三人都彼此讨论同一问题 x ,命题的结论获证。如果这 6 个人中没有任何两个人是互相讨论 x 的,则他们只讨论 y 与 z 两个问题。把两个讨论问题 y



的人看作互相认识,讨论问题 z 的人看作互不认识,就变成了匈牙利的那道试题。也就证明了命题的结论。

又例如,1963 年北京市中学生数学竞赛有一道试题是:

“边长为 1 的正方形中任意放入 9 个点,证明:在以这些点为顶点的各个三角形中,必有三个三角形,它的面积不大于 $\frac{1}{8}$ (若三点共线,则认为这个三角形的面积为零)。

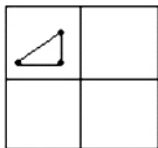


图 3

如图 3,用对边中点的连线把边长为 1 的正方形分成 4 个面积为 $\frac{1}{4}$ 的小正方形,把 9 个点放进 4 个小正方形内,有一个小正方形里至少有三个点,它们组成的三角形的面积不大于正方形的一半即 $\frac{1}{8}$ 。

现在让我们再回到“二桃杀三士”的故事。两个桃子可看作两个“抽屉”,根据抽屉原理,把 3 名勇士放到两个抽屉里,有一个抽屉里至少有两名勇士,即至少有两名勇



探索未知

士要合吃一个桃子。由于 3 名勇士都争强好胜,做事走极端的性格弱点,就决定了悲剧结局的不可避免,老谋深算的晏子自然就稳操胜券了。

在我国古代文献中,还有不少成功地运用抽屉原理的例子。例如,近年来迷信活动有所抬头,算命先生充满街头巷尾,“看相”、“算命”。那一套你相信吗? 清朝乾隆年间的学者阮葵生在《茶余客话》中就曾利用抽屉原理来分析、批驳“算八字”之类的活动,认为这类活动是断然不可相信的。他写道:“刻下四刻论,亦止(只)一百三万六千(八百)尽之,天下之人何止千万,亦不能不同。且以薄海之遥,民物之众,等差之分,谓一日止(只)生十二种人或二十四种人,岂不谓诬?”

这段话的大意是:算八字的方法按一个人出生的年、月、日、时来排定“八字”。用六十甲子纪年,不同的年份只有 60 种;一年 12 个月,不同的月份只有 12 种;再用六十甲子纪日,不同的日也只有 60 种;一日分为 12 个时辰,因此,不同的年、月、日、时所组成的“八字”,总数只有

$$60 \times 12 \times 60 \times 12 = 518400 (\text{种})$$

即使每个时辰有两个小时,再分成上半时辰和下半时辰,不同的“八字”也只有

$$518400 \times 2 = 1036800 (\text{种})$$

把不同的“八字”看作“抽屉”,抽屉数不超过 104 万,而作为“物品”的人则有如恒河沙数,远远大于此。因此落在同一个“抽屉”里的人千千万万,这许多贫富、贵贱、



寿夭、成败等等都互不相同的人，因为有相同的“八字”（落在同一个“抽屉”里）而不能不有相同的命运，这是何等的荒唐。再者同一天出生的人，由于出生的年、月、日已经相同，他们“八字”的差别，就只决定于出生的时辰，一天的时辰只有 12 种或 24 种（分上半时辰和下半时辰）。天下如此广大，人民这样众多，硬说同一天内只能出生 12 种或 24 种命运不同的人，岂不是胡说八道吗？所以，“算八字”之类的事是绝对不能相信的。

阮葵生的译论，即使对当前的一些迷信活动，仍然是十分有力的批判。

然而令人不无遗憾的是：我国历史上虽然有不少运用抽屉原理的具体例子，很早就留下了“二桃杀三士”之类的寓言，但却没有人将它抽象概括为一条普遍的原理，最后还不得不冠以狄利克雷的名字。学术界曾经认为，我国古代学者长于形象思维而短于抽象思维，难道这两者之间，真会咫尺天涯，“鸡犬之声相闻”，却“老死不相往来”吗？



新捕蛇者说

唐朝著名政治家、文学家柳宗元，因参与以王叔文为首的政治革新运动，失败后被贬官为永州司马。在永州他写了著名的《捕蛇者说》。在这篇文章中，他描写了在永州之野出产的一种黑底白花的异蛇：它触着草木，草木尽会枯死；咬了人，则无药可治。但是如果把它捉来晾干做成药物，可以治许多大病。所以，太医用皇帝的命令来征集这种蛇，规定当地的农民每年只要能交两次蛇，就可免掉他全年的租税。由于当时政治腐败，贪官横行，封建王朝的各种苛捐杂税向农民纷至沓来，农民不堪重负，民不聊生。自从有了这个捕蛇的差事，尽管捕蛇极端危险，但为了减轻无法承受的负担，永州的人都冒着生命危险争着去干。

有一个姓蒋的农民，他家祖孙三代都干这捉蛇抵税的差事。他的祖父是被毒蛇咬死的，父亲也是捕蛇时被咬死的，他本人又接着干了12年，好几次都差点被毒蛇咬死了。

柳宗元十分同情他，表示要请地方官免掉他捕蛇的差



使,恢复他纳税的义务。姓蒋的农民听了,悲痛地大哭起来,说:您以为这是可怜我而给我一条生路吗?其实我捕蛇虽然不幸,但比起村里那些纳税的人又好得多了。如果我不捕蛇,早已没命了。接着,姓蒋农民列举出了一组数据:

曩与吾祖居者,今其室十无一焉;与吾父居者,今其室十无二、三焉;与吾居十二年者,今其室十无四、五焉。非死则徙尔,而吾以捕蛇独存。

这段话用现代汉语来表述,其大意是:由于自然环境的恶劣,苛捐杂税的严重,从前和我祖父同住的人家,现在剩下不到十分之一了;与我父亲同住的人家,现在剩下不到十分之二三了;和我同住了 12 年的人家,所剩也不到十分之四五了。他们不是因穷困而死就是逃亡外地了。只有我靠着捕蛇还勉强活了下来。

这段文字中那些触目惊心的数据,充分暴露了李唐王朝对农民的残酷压榨。另外值得注意的是,文中对当地户口减少的统计方法,还隐含着一个重要的数学问题,它可以影响我们对原文的理解。

文中提到了三代居民:

和蒋氏的祖父同住者,把他们的集合记为 A ;

和蒋氏父亲同住者,把他们的集合记为 B ;

和蒋氏本人同住 12 年的,把他们所成的集合记为 C 。

对于 A 、 B 、 C 这三个集合之间的关系,人们可能有三种不同的理解:



探索未知

第一种理解是 A、B、C 三个集合互不相交，即“与祖父同住者”、“与父亲同住者”和“与我同住 12 年者”是一些完全不同的人家，它们各自有一部分幸存下来了，如图 4 所示：

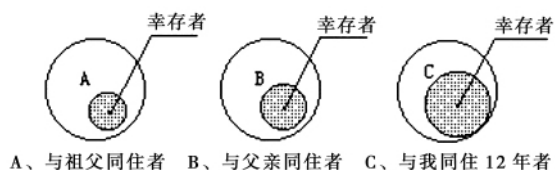


图 4

第二种理解是 A、B、C 三个集合依次具有包含关系，集合 C 是集合 B 的子集，集合 B 又是集合 A 的子集，即把“与祖父同住者”当作一个总体。祖父死后，一部分人家已消失，一部分人家幸存下来，成为“与父亲同住者”。父亲死后，又有一部分人家消失了，一部分幸存下来，成为“与我同住者”。与我同住了 12 年的人，也有一大半消失了。现在剩下的人家，如果以祖父在时的户口为基数统计，则不到十分之一了；以父亲在时的户口统计，则不到十分之二三了；按与蒋氏同住 12 年的户口统计，也不到半数了。可用图 5 来表示。

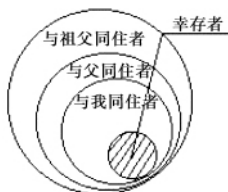


图 5



图 6

第三种理解则如图 6 所示：A、B、C 三个集合两两相交，既不是完全分离，也不是完全包含。圆 A 表示当年与祖父同住者；圆 B 表示与父同住者。它分成两部分：其中一部分是原与祖父同住幸存到父亲这一辈下来的，另一部分是未与祖父同住的新生户。圆 C 表示与我同住 12 年者。它要分成三部分：一部分是原来曾与祖父同住，但由于种种原因（例如逃亡异乡）并未与父同住，现在又返回原籍与我同住；一部分是曾与父同住（其中还包括也曾与祖父同居者）幸存下来又与我同住的；再一部分则是新生户，他们与祖父、父亲都未同住。如图 6 所标示的，有的只与一代人同住，有的只与两代人同住，有的则与祖孙三代都同住，情况比较复杂，它们之中的幸存者没有用图表示出来。对于《捕蛇者说》这篇文章来说，按第二种理解比较合乎情理。但在日常生活中，碰到最多的则是第三种理解的情况。

现在我们把上述那段统计数字，按第三种方式的理解改编成下面的数学题：

永州有一个蒋家村，共有 100 户人家，多以特种养殖