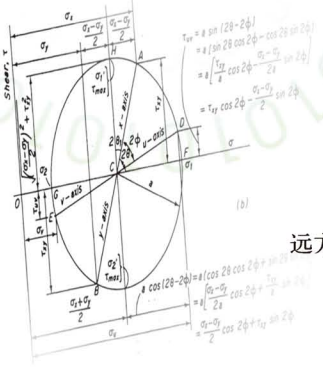
中学理科课程资源

探索数学发展

王 莉 编

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_m^2 \sin^2(\omega t)\,d(\omega t)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

追溯数理化的演变历程
对话最新颖权威的方法
探索最成功的课程教学
感受最前沿的科技动态
理科教育的全程解码
数理化的直面写真



远方出版社

中学理科课程资源

探索数学发展

王莉 编

远方出版社

图书在版编目(CIP)数据

探索数学发展/王莉编. —2版. —呼和浩特:远方出版社,2007.8
(中学理科课程资源)
ISBN 978-7-80723-068-7

Ⅰ.探… Ⅱ.王… Ⅲ.数学史—青少年读物 Ⅳ.O11—49

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第116917号

中学理科课程资源
探索数学发展

编　　者	王　莉
出　　版	远方出版社
社　　址	呼和浩特市乌兰察布东路666号
邮　　编	010010
发　　行	新华书店
印　　刷	廊坊市华北石油华星印务有限公司
版　　次	2007年11月第2版
印　　次	2007年11月第1次印刷
开　　本	850×1168　1/32
印　　张	306
字　　数	3315千
印　　数	3000
标准书号	ISBN 978-7-80723-068-7
总 定 价	936.00元(共36册)

远方版图书,版权所有,侵权必究。
远方版图书,印装错误请与印刷厂退换。

前　言

随着人们对新课程观的理解，课程资源的开发和利用越来越受到重视，其开发和利用是保证新课程实施的基本条件。新课程倡导学生主动参与、探究发现、交流合作，而课程资源对学生的发展具有巨大的推动作用，因此开发利用一切课程资源，为实施新课程提供环境成为当务之急。

在执行新课程计划中，应当树立新的课程资源观，教师应该成为学生开发和利用课程资源的引导者。学生应该成为课程资源的主体和学习的主人，应当学会主动地有创造性地利用一切可用资源，为自身的学习、实践、探索性活动服务。

为此，我们开发了《中学理科课程资源》丛书。这套丛书共36本，分为数学、物理和化学三个方面。根据新课标的改革方向，每个方面又分为教学、百科和新方位三个方向，是针对中小学教师和学生而编写的精品丛书。

《中学理科课程资源》的开发和利用说到底是为了学生的发展而展开的，让每一位理科教师在进行理科课程资源的开发和利用时能更多地关注学生自身存在的一切资源，激发和唤醒学生的多种潜能，为学生以后能主动学习、主动探索、主动发展奠定坚实的基础。

在本套丛书的编写过程中，我们得到了许多理科方面的专家及学者的指导和帮助，在此表示衷心的感谢。由于编者水平有限，错误、疏漏之处，希望广大读者批评、指正。

编　者

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一章　绪　论 …… 1
第一节　数学课程发展面临挑战 …… 1
第二节　数学课程的概念 …… 12
第二章　古代数学课程回顾 …… 16
第一节　中国古代数学课程回顾 …… 16
第二节　外国古代数学课程回顾 …… 30
第三章　近代数学课程发展 …… 44
第一节　中国近代数学课程发展 …… 44
第二节　外国近代数学课程发展 …… 56
第四章　现代数学课程发展 …… 78
第一节　中国现代数学课程发展 …… 78
第二节　国际数学课程的现代发展 …… 130
第五章　数学课程发展的启示 …… 171
第一节　数学课程改革的成就 …… 171

第二节　数学课程发展的基本途径 …… 173
第三节　数学课程的传统 …… 183
第四节　数学课程发展的诸因素 …… 196
第六章　数学课程发展的理论与方法 …… 225
第一节　课程理论的主要流派 …… 225
第二节　数学课程的设计方法 …… 243

第一章　绪　论

第一节　数学课程发展面临挑战

我们正处在一个极不平凡的、加速变化的时代，全球经济一体化的进程急剧加快，科学技术迅猛发展，计算机、图形计算器以及互联网逐步普及。在这个信息丰富的时代，学校数学课程承担的责任不断增加；新技术的出现，决定着数学课程的内容及其重点的改变。

数学是人类认识和反映客观世界的重要手段。利用数学，人们能够认识现实世界的数、形、关系、秩序、可能性等。利用数学，人们能整理数据、分析关系、建立模式。

数学是人类进行科学交流的共同语言。利用数学，人们能通过对模式的研究，分析和解决现实世界的有关问题。数学与互联网相结合后，更成为人们进行信息交流的有效手段。

作为一门科学的数学，反映了数学的最新发展以及

数学家的发明创造。而学校教育中的数学学科则有其特定的内涵。它不但要传授数学知识本身，而且要在发展学生的能力、信念、形成良好的科学素质方面，发挥重要的作用。中小学的数学教育强调普及性及基础性。因此，在教学过程中，学生应该有多些机会参与观察、实验、模拟、猜想、验证、反驳、推理、论证等活动，在数学教学中，要引导学生进行探索和创造，他们能从中得到许多锻炼，而单纯的传授式教学则不能达到这个目的。

学校的数学课程与教材的编写，需要对作为科学的数学的内容进行适当选择及教学法的加工，使之适应学生的认知特点，并满足学生未来发展的需要，以便不同程度的中小学生理解和掌握。

为了更好地反映科学技术的进步，迎接 21 世纪的挑战，20 世纪 90 年代以来，世界各发达国家纷纷考虑改革中小学数学课程，各国新的数学课程标准就是在这种国际背景下产生的。

从 1999 年起，我国在中小学范围内进行了基础教育课程的重大改革，数学课程改革是其中的重要环节。数学教育专业的大学生、研究生、广大在职中小学教师，都应该认识自身在课程改革中的历史责任，积极投身到这场改革中去。

一、数学课程要着眼于学生的发展

1. 数学课程要反映科学技术的进步

近十年来,科学技术迅猛发展,计算机的应用已经超越于解决问题的范围,它能给予人们研究科学的洞察力,由此导致对数学教育提出更高的要求。计算机在当今世界的作用完全可以与物理在 20 世纪前半叶的作用相比美。通过计算机的模拟,人们能揭示未知的数学现象。它给数学如此大的推动,有如望远镜对于天文学、显微镜对于生物学的推动一样。另一方面,计算机的巧妙应用,使得研究人员的学识和智慧得以充分发挥,因此,数学教育也应该尽可能地使用计算器和计算机。

日本数学教育协会主席藤田宏教授认为,数学史上有四大高峰:

①公元前 3 世纪欧氏几何学的诞生。

②17—18 世纪微积分的发现和发展。

③现代公理化数学的起源,当代数学的统一的进步。

④以计算机为代表的现代信息技术的出现及其广泛应用。

数学和科学技术的这些发展,应该反映在数学教育中。

2.数学教育要发展学生的数学能力

发展学生的科学素质,培养学生的数学能力,是数学教育的重要目标之一。推理能力是重要的数学能力,它与探索能力、实践能力相辅相成。这些能力要同时培养。巴西的努纳斯教授认为,在小学里,儿童能够通过利用数

学工具，在数学问题解决的活动中进行学习，并建立起符合他们年龄特征的推理系统；相反，如果儿童学习有关数学的知识与方法时，却不把它们结合到推理活动中，那么，他们解决问题的思维就会受到束缚。

第九届国际数学教育大会（ICME 9）的小学数学教学组着重研究了如下专题：

①理解和检查儿童的数学思维。

②努力发展儿童的数学能力。

③对教师在理解、评价和发展儿童数学能力方面给予支持。

我们认为，知识的传授和能力的培养是两回事。即使儿童了解了数学的内容，而他们的数学思维能力未必一定会得到发展。学生的数学思维能力的发展，还需要教师有计划地加以培养。

3. 数学教育要培养学生的学科意识

ICME 9 的初中数学教学组认为，对于 11—16 岁的少年儿童，数学课程及其相关的教材和教学活动，应该巧妙地帮助学生完成从儿童到成人的思维与行为的转变。初中数学课程既要考虑与小学课程衔接，又要考虑与高中课程衔接。

在数学中，符号是必不可少的，它是人类思维与交流的工具，它能够清晰而简明地表达数学思想和规律。数学符号涉及多个数学分支。在科学技术中，利用数学符

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

号，能有效地寻求模式，进行概括。借助数学符号，能把有关问题规范化。因此，数学课程要帮助学生树立正确的学科观念，建立正确的符号意识。初中阶段的学生在数学学习中，要接触大量数学符号，因此，在数学概念的教学中，要注意符号的自然引入，在代数的教学中要讲清算理与算法，在几何的教学中要弄清图形的特征性质，正确揭示符号所反映的关系与规律，并指导学生恰当而合理地使用数学符号。

4.数学教育要帮助学生掌握数学思想方法

高中数学课程同样面临着重大改革。美国数学教师协会(NCTM)于2000年制定和发表的《学校数学课程的原则与标准》受到举世关注。该协会认为，高中生应该学习范刚宽广的函数知识，包括三角函数、指数函数、对数函数等；在几何、度量、数据分析、概率等方面，高中生应该巩固和扩展他们在低年级所学的知识，不断发展他们在数学方面，特别是在问题解决、数学表述、推理论证等方面的熟练程度。ICME 9的高中数学教学组一致认为，数学思想方法的教学应该成为高中数学课程的重要部分。数学建模思想在高中数学教学中的渗透受到与会专家的普遍重视。

由于各国的情况存在诸多差异，因此，在高中数学课程的具体安排上，各国有不同的着重点。例如，英国的高级水平(A—level)的数学课程，主要面向对数学水平要

求较高的理工大学的考生，这些学生需要学习纯数学、统计学、理论力学等内容；韩国开办面向天才生的理科高中，密码学和高等字符串的理论成为高中（理科）的学习内容；印度有良好的计算技能传统，甚至近乎文盲的蔬菜小贩也有出色的算术运算技能，为了保持这善于计算的传统，他们在当今数学教学学中仍然不允许使用计算器。

二、数学课程内容和方法必须改革

1. 代数的教与学

代数，除了作为数学的一个分支外，还在数学各分支中起着基础作用。代数的语言和技术，为数学结论的一般化、问题解决、数学模型等提供了方法。代数结构展示了不同数学对象的共通性。根据数学对象的某些已知性质，许多其他性质能用代数方法推导出来。当前的潮流是把代数及其思想介绍给越来越年轻的学生。借助于计算机和计算器技术，代数方法的使用不断增加。代数的结构和关系，能利用图象、表格、图表等方法加以描述。美国专家指出，20 世纪 90 年代后期，便携式计算机代数系统显示了强大的计算与图象功能，可以在代数教学中发挥杰出作用。在这种条件下，教师的作用需要重新研究。

在当前计算机代数系统的功能日益强大的情况下，有人提出，数学教师的作用是否应该重新估计。事实上，

在教学中教师的作用没有削弱，反而需要进一步加强。

2.几何的教与学

几何是数学的古老核心，但是，当今的几何失去了它以往在数学教学的中心地位。那么，古代几何的不合理之处是什么？几何教学改革的趋向如何？当前，新技术的出现，以及微观世界教学的可能性，使人们重新重视几何问题。计算机虽然给几何教学创造了有利条件，但它并不能抽尽几何教学的复杂性。因此，几何教学改革又一次引起了人们热烈的讨论。

俄罗斯的尼古拉教授指出，在21世纪，俄罗斯的几何教学正面临着重大改革。俄罗斯专家仍然坚持，智力训练既是几何学习有价值的核心，又是人类古代文化的瑰宝，同时，教学的目的还在于它的实用性。俄罗斯的几何教科书力图以丰富多彩的图形展示数学美，使之对学生有吸引力，从而引起学生对数学的真正的兴趣。黎巴嫩的奥斯特教授指出，几何是因新技术的出现而受影响最大的科目之一。几何教学具有二元性，即演绎性和直观性。新技术的出现，使我们有可能正确处理两者的关系，在动态的世界中进行几何教学。

3.微积分的教与学

微积分的知识及其思想方法，对许多学生于未来从事的工作有很大的关系，因为微积分长期以来一直是数学、科学、工程、商务、经济以及其他许多领域的重要基

础。近年来，新技术、新教法、新的教育研究成果，已经使微积分的教学内容和方法有了新途径。世界上大多数发达国家的高中都有微积分教学，大会上许多国家如美国、俄罗斯、墨西哥等国专家的发言都介绍了这方而的经验。我国正在进行高中数学课程标准的新教材的实验研究，微积分的基础知识及其思想方法，将在高中数学课程中占有适当的地位。我国高中微积分内容简化了有关极限概念的 $\varepsilon-\delta$ 形式化叙述，是一种贴近中学生实际的处理方法。

4. 统计的教与学

ICME 9 组织了专题组研究高等学校和中等学校的统计教学问题。主要涉及如下方面：

①总结与交流统计教学的经验，并考虑如何利用这些经验，帮助统计教育工作者提高教学水平。

②统计教学如何反映科学技术的新成果。

③统计教学如何反映发展中国家的建设成就。

④统计教育与课堂教学的关系。

⑤未来全球性的统计教育。

美国的米哈伊尔教授认为，统计教学应该注意如下方面：

①学生应学习一定的统计数学的知识与方法，如对概念的理解、直觉的形成、有关机会的信念等。

②学生应理解和应用（包括误用）数据，如集中数据、

离中数据、样本等。

③学生应理解图形以及数据的直观陈列的意义。

波兰的拉哥马教授指出，概率统计是一种预告和解释现实世界的工具。他提出了课堂教学实践的构架，用于诊断和评估学生对概率统计知识的理解和熟悉程度。

5. 数学教育中的“问题解决”

在多个国家的学校数学教学中，对“问题解决”的教学越来越重视。由于在学习理论中的结构主义观点正在上升，“问题解决”在课程中的重要性将会进一步增加。ICME 9 着重研究了多围对“问题解决”的教学经验、交流实验研究和调查研究结果。根据日本 2002 年中小学数学课程标准可知，开放性数学问题将在未来的日本课程中占有重要地位，用开放性方法进行课堂教学，在日本将更为普遍。

近年来，学校数学中传统的文字应用题在数学教育界中引起热烈争论，多数人认为，传统的文字应用题不能培养学生有建构数学模型的真正意向。比利时的列文教授总结了对传统的文字应用题的批评意见如下：

①学校算术中传统的文字应用题，被看成是人为的、硬凑的怪题。

②与其说传统的文字应用题有联系实际的功能，还不如说它们是强迫学生用所掌握的现实世界的知识来解决硬凑的应用题。

③学校数学中传统的文字应用题与现实世界缺乏联系。

因此，应用题的改革就成为中小学数学教学改革的一个热点。为了提高学生解决问题的能力，首先必须发展学生的数学语言能力、数学阅读能力和数学交流能力。

6. 数学教育中的“推理与证明”

“推理与证明”在数学教育中的地位围绕如下问题被展开研究：

①在数学教育中，“解释、判断和证明”的重要性。

②在课堂教学中，如何建立“证明”教学的条件。

③通过“证明”教学，帮助学生建立推理论证的数学思想方法。

在“证明”教学的过程中，需要注意几个方面：

①从认识论的角度，把数学证明的性质与它的历史地位结合起来。

②从认知的角度，研究产生猜想及建构证明的过程，阐明证明在提高学生的理解力方面所能发挥的重要作用。

③从社会与文化方面，思考学生建构证明的问题。

④从教育的角度，分析学生寻求证明的思路，对证明过程的分析、研究，利用研究结果改进课程设计。

加拿大的吉拉教授指出，为了提高数学教学的有效性，应该注意发挥证明在解释方面的作用；利用形象寻求

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com