高二年级 第一学期

主　编◎况亦军

特级教师公开课

数学

买图书 送课程

扫书上二维码

看名师讲课

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

高二年级 第一学期·数学

特级教师公开课

主 编◎况亦军

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书以高中数学新课标和高考说明为纲，打破传统教辅书概念，以二维码扫描的方式，为学生提供除传统阅读之外，以“听”课为主要形式的课外学习服务和以“测评”为主要功能的在线练习.本书适合高二年级学生和教师使用.

图书在版编目(CIP)数据

特级教师公开课.高二年级数学.第一学期/况亦军主编.—上海：
上海交通大学出版社，2014
ISBN 978-7-313-11695-6

Ⅰ.①特… Ⅱ.①况… Ⅲ.①中学数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 144169 号

特级教师公开课·高二年级数学(第一学期)

主　　编：况亦军
出版发行：上海交通大学出版社　　地　　址：上海市番禺路 951 号
邮政编码：200030　　电　　话：021-64071208
出 版 人：韩建民
印　　制：上海交大印务有限公司　　经　　销：全国新华书店
开　　本：787mm×1092mm　1/16　　印　　张：9.75
字　　数：231 千字
版　　次：2014 年 7 月第 1 版　　印　　次：2014 年 7 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-313-11695-6/G
定　　价：25.00 元

前　言

《特级教师公开课》是一套在高科技技术支持下的、全新概念的教辅丛书，邀请各重点中学的特级教师进行编写.《特级教师公开课》对教辅图书进行了重新定义，教辅图书不再是仅仅只为学生提供以阅读为主要形式的课外学习服务，也不仅仅是为学生做题提供题目资源.它可以为学生：

(1) 提供以“听”课为主要形式的课外学习服务；

(2) 提供以“测评”为主要功能的在线练习.

学生只要用平板电脑或智能手机扫描《特级教师公开课》系列丛书上的二维码，就可以免费使用与图书配套的教学软件，在软件中“听”老师讲课，以这种最简单，也是效率最高的方式进行课外辅助学习，提高自己的学习成绩.同时，还可以在软件中进行在线测试，了解自己的学习水平和学习能力，帮助自己进行查漏补缺，提高学习效率.

本书按照解题方法和解题类型将高二年级数学第一学期分为4章17个专题.第7章主要包含数列概念、性质及运算.第8章是向量的性质和应用.第9章是矩阵的概念和运算.第10章简单介绍了算法初步和程序框图.每个专题包含“知识要点”、“典型例题”、“基础练习”、“能力提升”四个板块：

知识要点：对本专题中主要概念和规律进行梳理、总结，带领学生温习主要知识点，把握整体概念.

典型例题：精选具有代表性的经典例题，并对例题的解题思路进行详细剖析，使学生对解题的数学思想与方法有本质的认识和提高，引导学生养成规范缜密的解题习惯.例题后的“备注”辅以点评指导，高屋建瓴，提升思想.

基础练习、能力提升：按照从易到难的顺序，配合例题强化学生对解题方法和解题技巧的掌握，可作为教师出题素材.所有练习都配有完整的参考答案.

需要说明的是，学生可通过扫描二维码对“知识要点”和“例题”进行更详细的更全面的“听课”.除完成书面的“基础练习”、“能力提升”外，学生还可通过扫描二维码进行进一步的在线自测.

由于时间仓促，书中存在的疏漏错误，恳请广大师生不吝赐教，提出宝贵意见.

编　者

目　　录

第 7 章　数列与数学归纳法

7.1　数　列

知识要点

(1) 按一定顺序排列的一列数叫做数列.数列中的每一个数叫做这个数列的项.

数列一般形式可写成 a_1，a_2，a_3，…，a_n，…，其中 a_n 是数列的第 n 项，n 是 a_n 的序数.上述数列可简记为 $\{a_n\}$.

(2) 数列的分类：

① $\begin{cases}\text{有穷数列}\\\text{无穷数列}\end{cases}$　　② $\begin{cases}\text{递增数列}\\\text{递减数列}\\\text{常数列}\end{cases}$

(3) 如果数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n 与项的序数 n 之间的关系可以用一个公式来表示，则这个公式叫做这个数列的通项公式.

(4) 如果数列 $\{a_n\}$ 的任一项 a_n 与它的前一项 a_{n-1}(或前几项)间的关系可以用一个公式来表示，那么这个公式就叫做这个数列的递推公式.

典型例题

1. 求下列数列的一个通项公式：

(1) 2，6，12，20，…

(2) 1，-1，1，-1，…

(3) 0，1，0，1，…

(4) -3，5，-9，17，…

【解析】 (1) 因为 $2=1\times2$，$6=2\times3$，$12=3\times4$，$20=4\times5$，…

所以 $a_n=n(n+1)$.

(2) $+$，$-$ 号的变化规律是 $+$，$-$，$+$，$-$，…

各项绝对值都是1，所以 $a_n=(-1)^{n-1}$.

(3) $0=\dfrac{1-1}{2}$，$1=\dfrac{1+1}{2}$，所以 $a_n=\dfrac{1+(-1)^n}{2}$.

(4) $+$，$-$ 号的变化规律是 $-$，$+$，$-$，$+$，…

各项绝对值的规律是 $3=1+2$, $5=1+2^2$, $9=1+2^3$,…

所以 $a_n=(-1)^n(1+2^n)$.

2. 求下列数列的一个通项公式.

(1) 9, 99, 999, 9 999, …

(2) 7, 77, 777, 7 777, …

(3) 23, 2 323, 232 323, …

【解析】 (1) $9=10-1$, $99=10^2-1$, $999=10^3-1$,所以 $a_n=10^n-1$.

(2) 由 (1) 知数列 1, 11, 111, 1 111, … 的一个通项公式为 $a_n=\frac{1}{9}(10^n-1)$,所以 7, 77, 777, 7 777, … 的一个通项公式为 $a_n=\frac{7}{9}(10^n-1)$.

(3) $23=\frac{23}{99}(10^2-1)$, $2\ 323=\frac{23}{99}(10^4-1)$, $232\ 323=\frac{23}{99}(10^6-1)$ 所以 $a_n=\frac{23}{99}(10^{2n}-1)$.

3. 如果数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{2}{n^2+n}$,则$\frac{1}{10}$是这个数列的第________项.

【解析】 令 $\frac{2}{n^2+n}=\frac{1}{10}$ 得 $n^2+n-20=0$.

解得 $n=4$ 或 $n=-5$,又 $n\in\mathbf{N}^*$,

故 $n=4$.

4. 已知数列$\{a_n\}$中, $a_1=4$, $a_na_{n+1}=\left(\frac{n+1}{n-1}\right)^2(n=2, 3, \cdots)$.

求数列$\{a_n\}$的通项公式.

【解析】 当 $n\geqslant 2$ 时, $a_na_{n-1}=\left(\frac{n+1}{n-1}\right)^2=\left(\frac{n+1}{n}\right)^2\cdot\left(\frac{n}{n-1}\right)^2$.

故 $a_n=\left(\frac{n+1}{n}\right)^2$.

又当 $n=1$ 时, $a_1=4$ 也满足 $a_n=\left(\frac{n+1}{n}\right)^2$.

所以 $a_n=\left(\frac{n+1}{n}\right)^2$.

5. 设 $x_1>0$, $x_{n+1}=\frac{3(1+x_n)}{3+x_n}(n\in\mathbf{N}^*)$,那么________.

(A) 数列$\{x_n\}$是单调增的

(B) 数列$\{x_n\}$是单调减的

(C) 数列$\{x_n\}$或是单调增的,或是单调减的

(D) 数列$\{x_n\}$既非单调增的,也非单调减的

【解析】 首先 $x_n>0$.

又 $x_{n+1}-x_n=\frac{3(1+x_n)}{3+x_n}-x_n=\frac{3-x_n^2}{3+x_n}$.

则若 $x_n<\sqrt{3}$, $x_{n+1}>x_n$;

若 $x_n=\sqrt{3}$，则 $x_{n+1}=x_n$；

若 $x_n>\sqrt{3}$，则 $x_{n+1}<x_n$.

故选 D.

6. 设数列$\{a_n\}$是首项为 1 的正项数列. 且 $(n+1)a_{n+1}^2-na_n^2+a_{n+1}a_n=0(n\in\mathbf{N}^*)$. 求数列$\{a_n\}$的通项公式.

【解析】 因为 $(n+1)a_{n+1}^2-na_n^2+a_{n+1}a_n=0$，

则 $[(n+1)a_{n+1}-na_n](a_{n+1}+a_n)=0$，

因为 $a_n>0$. 所以 $a_{n+1}+a_n>0$，故$(n+1)a_{n+1}=na_n$.

即 $a_n=\dfrac{1}{n}$.

7. 给出下列数列的通项公式，求 a_n 的最小值.

(1) $a_n=n^2-22n+122$；

(2) $a_n=n^2-9n+\dfrac{13}{4}$.

【解析】 (1) $a_n=n^2-22n+122$，

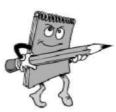
$\quad=(n-11)^2+1$，

故当 $n=11$ 时，a_n 的最小值为 1.

(2) $a_n=n^2-9n+\dfrac{13}{4}$，

$\quad=\left(n-\dfrac{9}{2}\right)^2-17$.

因为 $n\in\mathbf{N}^*$，则当 $n=4$ 或 5 时，a_n 有最小值 $-\dfrac{67}{4}$.



基础练习(1)

1. 数列$\{a_n\}$的通项公式是 $a_n=\dfrac{n-2}{n^2}$，则该数列的前 5 项分别是____________.

2. 在数列$\{a_n\}$中，若 $a_{n+1}=2n+1$，则 $a_n=$ ________.

3. 已知数列的通项公式是 $a_n=kn+b$，$a_8=-7$，$a_{14}=-10$，则 $k=$ ________，$b=$ ________.

4. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_n=\sqrt{2n+3}$，则 5 是该数列的 (　　)

(A) 第 7 项　　(B) 第 9 项　　(C) 第 11 项　　(D) 第 13 项

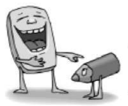
5. 下列数列中，属于递减数列的是 (　　)

(A) $-1,-1,-2,-2,-3,-3,\cdots$　　(B) $a_n=\cos(n\pi)$

(C) $a_n=n^2+10n$　　(D) $a_n=-n^2-2n$

6. 已知点 (n,a_n) 在直线 $y=2x-2$ 上，写出 a_n 的通项公式及前三项.

7. 数列$\{a_n\}$的通项公式 $a_n=-0.3n^2+2n+\dfrac{23}{3}$，求当 a_n 取最大值时 n 的值.



能力提升(1)

1. 若在一个等差数列中，$S_n=m$，$S_m=n$，其中 $m\neq n$，m，$n\in\mathbf{N}^*$，则 $S_{m+n}=$ ________.

2. 对每个 $n\in\mathbf{N}^*$，设 $a_n=\sqrt[3]{n^2+2n+1}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{n^2-2n+1}$，则 $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_3}+\dfrac{1}{a_5}+\cdots+\dfrac{1}{a_{997}}+\dfrac{1}{a_{999}}$的值是________.

3. 楼梯共有 n 级，每步只能跨上 1 级或 2 级，走完该 n 级楼梯共有 $f(n)$种不同的走法，则 $f(n)$、$f(n-1)$、$f(n-2)$的关系为________.

4. 若数列$\{a_n\}$前八项的值各异，且 $a_{n+8}=a_n$对任意的$n\in\mathbf{N}^*$ 都成立，则下列数列中可取遍前八项值的数列为 ( )

(A) $\{a_{2k+1}\}$　(B) $\{a_{3k+1}\}$　(C) $\{a_{4k+1}\}$　(D) $\{a_{6k+1}\}$

5. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1}\left[\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1}-1\right]$，则此数列的 ( )

(A) 最大项是 a_3，最小项是 a_1　(B) 最大项是 a_1，最小项不存在

(C) 最大项不存在，最小项是 a_3　(D) 最大项是 a_1，最小项是 a_3

6. 称 $\dfrac{n}{p_1+p_2+\cdots+p_n}$ 为n 个实数 p_1，p_2，…，p_n 的“均倒数”. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项的“均倒数”为$\dfrac{1}{2n+1}$.

(1) 求数列$\{a_n\}$的通项公式；

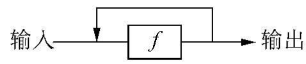
(2) 设函数 $f(x)=-x^2+4x-\dfrac{a_n}{2n+1}$，求使得对任意正整数 n 都有 $f(x)\leqslant 0$ 成立的 x 的取值范围.

7. 对于任意函数 $f(x)$, $x \in D$,如图构造一个数列发生器,工作原理如下:

(i) 输入初始数据 $x_0 \in D$,输出 $x_1 = f(x_0)$;

(ii) 若 $x_1 \notin D$,则机器自动停止;若 $x_1 \in D$,则数据回馈到输入端,再输出 $x_2 = f(x_1)$,依此继续下去.

现设 $f(x) = x^2 - x - 3$, $x \geqslant 0$.



(1) 试输入一个初始数据 x_0,使得机器运行一步即停止工作;

(2) 试输入一个初始数据 x_0,使得机器产生一个无穷的常数数列;

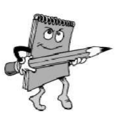
(3) 试输入一个初始数据 x_0,使机器能产生一个非常数数列的无穷数列.

8. 已知$\{a_n\}$是由非负整数组成的数列,满足 $a_1 = 0$, $a_2 = 3$, $a_{n+1}a_n = (a_{n-1}+2)(a_{n-2}+2)$, $n = 3, 4, 5, \cdots$

(1) 求 a_3;

(2) 证明:$a_n = a_{n-2} + 2$, $n=3, 4, 5, \cdots$;

(3) 求$\{a_n\}$的通项公式及其前 n 项和 S_n.



基础练习(2)

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的递推公式为$\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_n = a_{n-1} + \dfrac{1}{a_{n-1}}(n \geqslant 2), \end{cases}$写出该数列的前 5 项____________.

2. 写出数列:1, 3, 9, 27, 81, …的一个递推公式____________.

3. 设数列$\{a_n\}$满足 $a_1 = 3$, $a_2 = 6$,且 $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$,则 $a_{2\,010} =$ ________.

4. 如果数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n = \dfrac{2}{n^2+n}$,那么$\dfrac{1}{10}$是它的 ( )

(A) 第 4 项　　(B) 第 5 项　　(C) 第 6 项　　(D) 第 7 项

5. 设数列 $\{a_n\}$, $a_n = \dfrac{na}{nb+c}$,其中 a, b, c 均为正数,那么 a_n 与 a_{n+1} 的关系是 ( )

(A) $a_n > a_{n+1}$　　(B) $a_n < a_{n+1}$　　(C) $a_n = a_{n+1}$　　(D) 无法确定

6. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1 = 1$，$a_{n+1} = \dfrac{n}{n+1}a_n$，

(1) 写出数列的前 5 项；

(2) 猜测数列的通项公式.

能力提升(2)

1. 若数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n = n^2 - 10n$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$)，则此数列的通项公式为________________.

2. 已知数列$\{a_n\}$的通项 $a_n = \dfrac{n-\sqrt{98}}{n-\sqrt{99}}$ ($n \in \mathbf{N}^*$，$n \geqslant 1$)，则数列$\{a_n\}$的前 30 项中，最大项是________.

3. 已知 $f(x) = \dfrac{x}{1+x}$，则 $f(1)+f(2)+\cdots+f(2\,007)+f(2\,008)+f(1)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)+\cdots+f\left(\dfrac{1}{2\,007}\right)+f\left(\dfrac{1}{2\,008}\right)=$________.

4. 数列$\dfrac{2^2-1}{2}$，$\dfrac{3^2-1}{5}$，$\dfrac{4^2-1}{8}$，$\dfrac{5^2-1}{11}$，…的一个通项公式是 $a_n =$ (　　)

(A) $\dfrac{n^2-1}{n^2+1}$　　(B) $\dfrac{n(n+2)}{2n+3}$　　(C) $\dfrac{n^2-1}{3n-1}$　　(D) $\dfrac{n(n+2)}{3n-1}$

5. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n = (n+2)\cdot\left(\dfrac{9}{10}\right)^n$，求 n 取何值时，a_n 取最大值？并求出最大值.

6. 根据数列的前几项，写出下列各数列的一个通项公式：

(1) $\dfrac{4}{5}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{4}{11}$，$\dfrac{2}{7}$；　　(2) $\dfrac{1}{2}$，2，$\dfrac{9}{2}$，8，$\dfrac{25}{2}$，…；

(3) 1，3，6，10，15，…；　　(4) 7，77，777，…；

(5) 0，3，8，15，24，…；　　(6) 1，$\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{1}{7}$，$\dfrac{1}{13}$，$\dfrac{1}{21}$，…

7. 求下列数列前 10 项的和 S_{10}.

$\dfrac{2^2+1}{2^2-1}$, $\dfrac{3^2+1}{3^2-1}$, $\dfrac{4^2+1}{4^2-1}$, …

8. 平面内 10 条直线中,无两条直线平行,也无三条直线交于一点,则这些直线将平面分成多少个区域?

7.2 等差数列

知识要点

(1) 等差数列的定义:一般地,如果一个数列从第 2 项起,每一项与它的前一项的差等于同一个常数,那么这个数列叫做等差数列,这个常数叫做等差数列的公差. 公差通常用小写字母 d 表示.

(2) 等差数列的通项公式: $a_n = a_1 + (n-1)d$; $a_n = a_m + (n-m)d$.

推导方法:(1) 归纳猜想;(2) 累加.

(3) 等差数列的性质:等差数列 $\{a_n\}$ 若满足 $m+n=p+q$,则 $a_m + a_n = a_p + a_q$.

(4) 等差数列的前 n 项和公式: $S_n = \dfrac{(a_1+a_n)\cdot n}{2} = na_1 + \dfrac{n(n-1)}{2}d$.

推导方法:倒序相加.

(5) 等差中项:若 a, A, b 成等差数列,则称 A 为 a 与 b 的等差中项. 如果三个数成等差数列,那么等差中项等于这两个数的算术平均数.

典型例题

1. (1) 等差数列$\{a_n\}$若满足 $a_3=9$, $a_9=3$,求 a_{12}.

(2) 等差数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1 - a_4 - a_8 - a_{12} + a_{15} = 2$,求 $a_3 + a_{13}$ 及 S_{15} 的值.

【解析】 (1) 公差 $d = \dfrac{a_9 - a_3}{9-3} = -1$, $a_{12} = a_9 + (12-9)d = 0$.

(2) 因为 $a_1 + a_{15} = a_4 + a_{12}$,所以 $a_8 = -2$, $a_3 + a_{13} = 2a_8 = -4$, $S_{15} = \dfrac{a_1 + a_{15}}{2} \times$

$15=15a_8=-30$.

2. 设等差数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n、T_n，若 $\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{7n+1}{4n+27}$，求$\dfrac{a_n}{b_n}$.

【解析】 $\dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{2a_n}{2b_n}=\dfrac{a_1+a_{2n-1}}{b_1+b_{2n-1}}=\dfrac{\dfrac{a_1+a_{2n-1}}{2}\cdot(2n-1)}{\dfrac{b_1+b_{2n-1}}{2}\cdot(2n-1)}=\dfrac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}}=\dfrac{7(2n-1)+1}{4(2n-1)+27}=$ $\dfrac{14n-6}{8n+23}$.

3. 求两个数列 $a_n=2n+13$，$b_n=5n-1$ 的公共项.

【解析】 设 $a_n=b_m$，即 $2n+13=5m-1$，则 $n=\dfrac{5m-14}{2}\in\mathbf{N}^*$，因此 m 是大于 3 的偶数，即 $m=2k+2$，$k\in\mathbf{N}^*$.

所以公共项为 $b_{2k+2}=5(2k+2)-1=10k+9$，$k\in\mathbf{N}^*$.

4. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=-2n+13$，求数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 的最大值和$\{|a_n|\}$的前 n 项和 T_n.

【解析】 $S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}.n=12n-n^2$，因此 S_n 的最大值为 $S_6=36$.

$$|a_n|=\begin{cases}a_n, & n\leqslant 6\\ -a_n, & n\geqslant 7\end{cases}$$

所以 $T_n=\begin{cases}a_1+a_2+\cdots+a_n, & n\leqslant 6\\ a_1+a_2+\cdots+a_6-a_7-\cdots-a_n, & n\geqslant 7\end{cases}=\begin{cases}S_n, & n\leqslant 6\\ 2S_6-S_n, & n\geqslant 7\end{cases}$

所以 $T_n=\begin{cases}12n-n^2, & n\leqslant 6\\ 72-12n+n^2. & n\geqslant 7\end{cases}$

5. (1) 一个等差数列前 12 项和为 354，前 12 项中偶数项和与奇数项和之比为 32 ∶ 27，求其公差 d.

(2) 项数为奇数的等差数列，奇数项和为 44，偶数项和为 33，求该数列的中间项.

【解析】 (1) 设等差数列$\{a_n\}$满足前 12 项和 $S_{12}=354$.

则 $\begin{cases}S_{12}=\dfrac{a_1+a_{12}}{2}\cdot 12=6(a_6+a_7)=354,\\ \dfrac{a_2+a_4+\cdots+a_{12}}{a_1+a_3+\cdots+a_{11}}=\dfrac{\dfrac{a_2+a_{12}}{2}\cdot 6}{\dfrac{a_1+a_{11}}{2}\cdot 6}=\dfrac{a_7}{a_6}=\dfrac{32}{27},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a_6=27,\\ a_7=32,\end{cases}$ 因此公差 $d=a_7-a_6=5$.

(2) 设等差数列$\{a_n\}$有 $2k-1$ 项，则 $\begin{cases}a_1+a_3+\cdots+a_{2k-1}=44,\\ a_2+a_4+\cdots+a_{2k-2}=33,\end{cases}$

两个方程相减得，$-(k-1)d+a_{2k-1}=11$，即中间项 $a_k=11$.

6. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，已知 $a_1=1$，$a_2=6$，$a_3=11$，且$(5n-8)S_{n+1}-(5n+2)S_n=An+B$，$n=1, 2, 3, \cdots$，其中 A、B 为常数.

(1) 求 A 与 B 的值；

(2) 证明数列$\{a_n\}$为等差数列；

(3) 证明不等式$\sqrt{5a_{mn}}-\sqrt{a_m a_n}>1$对任何正整数$m$、$n$都成立.

【解析】 (1) 由已知，得$S_1=a_1=1$，$S_2=a_1+a_2=7$，$S_3=a_1+a_2+a_3=18$.

由$(5n-8)S_{n+1}-(5n+2)S_n=An+B$知：$\begin{cases}-3S_2-7S_1=A+B,\\2S_3-12S_2=2A+B,\end{cases}$即$\begin{cases}A+B=-28.\\2A+B=-48.\end{cases}$解得$A=-20$，$B=-8$.

(2)

由(1)得，$$(5n-8)S_{n+1}-(5n+2)S_n=-20n-8, \quad ①$$

所以$$(5n-3)S_{n+2}-(5n+7)S_{n+1}=-20n-28, \quad ②$$

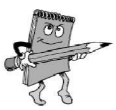
②－①，得，$$(5n-3)S_{n+2}-(10n-1)S_{n+1}+(5n+2)S_n=-20, \quad ③$$

所以$$(5n+2)S_{n+3}-(10n+9)S_{n+2}+(5n+7)S_{n+1}=-20. \quad ④$$

④－③，得$$(5n+2)S_{n+3}-(15n+6)S_{n+2}+(15n+6)S_{n+1}-(5n+2)S_n=0.$$

因为$$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n,$$

所以$$(5n+2)a_{n+3}-(10n+4)a_{n+2}+(5n+2)a_{n+1}=0.$$



基础练习(1)

1. 2 005 是数列 7，13，19，25，31，…中的 ( )

(A) 第 332 项 (B) 第 333 项 (C) 第 334 项 (D) 第 335 项

2. 若a、b、$c\in\mathbf{R}$，则“$2b=a+c$”是“a、b、c成等差数列”的 ( )

(A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件

(C) 充要条件 (D) 既非充分也非必要条件

3. 若首项为-24的等差数列从第 10 项起开始为正数，则公差d的取值范围是 ( )

(A) $d>\frac{8}{3}$ (B) $d<3$ (C) $\frac{8}{3}\leqslant d<3$ (D) $\frac{8}{3}<d\leqslant 3$

4. 等差数列$\{a_n\}$中，若$a_3=50$，$a_5=30$，则$a_7=$ ________.

5. 已知等差数列$\{a_n\}$中，a_2与a_6的等差中项为 5，a_3与a_7的等差中项为 7，则$a_n=$ ________.

6. (1) 求等差数列 3，7，11，…的第 4 项与第 10 项.

(2) 求等差数列 10，8，6，…的第 20 项.

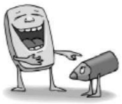
(3) 100 是不是等差数列 2，9，16，…的项？如果是，是第几项？如果不是，说明理由.

(4) -20是不是等差数列 0，$-3\frac{1}{2}$，-7，…的项？如果是，是第几项？如果不是，说明理由.

7. 在等差数列$\{a_n\}$中，

(1) 已知 $a_4=10$，$a_7=19$，求 a_1 与 d；

(2) 已知 $a_3=9$，$a_9=3$，求 a_{12}.



能力提升(1)

1. 已知两个等差数列$\{4, 7, 10, \cdots\}$和$\{8, 12, 16 \cdots\}$都有 100 项，则它们共同的项有 (　　)

(A) 12 个　　(B) 24 个　　(C) 11 个　　(D) 36 个

2. 记 $S_{1,n}=1+2+3+\cdots+n$，$S_{2,n}=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$，$S_{3,n}=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3$，那么，使得 $S_{1,n}$，$S_{2,n}$，$S_{3,n}$ 成等差数列的自然数 n 的值 (　　)

(A) 不存在　　(B) 有且仅有一个　　(C) 有且仅有两个　　(D) 有无穷多个

3. 若方程 $(x^2-2x+m)(x^2-2x+n)=0$ 的四个根组成一个首项为$\frac{1}{4}$的等差数列，则 $|m-n|=$ (　　)

(A) 1　　(B) $\frac{3}{4}$　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) $\frac{3}{8}$

4. 各项均为整数的等差数列 $\{a_n\}$ 共有 $2n(n\geqslant 9)$ 项，其中所有奇数项的和为 90，所有偶数项的和为 72，则 $a_1=$________.

5. 若$\{a_n\}$为等差数列，且 $a_2+a_3+a_{10}+a_{11}=48$，则 a_6+a_7 等于________.

6. 在$\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 成等差数列，则 $a^3+b^3+c^3=$________.

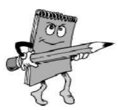
7. 有一批影碟机(VCD)原售价为 800 元/台，在甲、乙两家家电商场均有销售. 甲商场买 1 台单价为 780 元，买 2 台单价为 760 元，依次类推，每多买 1 台则所买各台单价均再减少 20 元，但每台最低价不能低于 440 元；乙商场一律都按原价的 75% 销售. 问：某单位需购买一批此类影碟机，去哪家商场购买花费较少？

8. 已知在数列$\{a_n\}$中，$a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_2=\dfrac{1}{3}$，且当$n\in\mathbf{N}^*$时，有$a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=0$，求a_{100}.

9. 已知$f(x)=a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，且$a_1$，$a_2$，$\cdots$，$a_n$组成等差数列($n$为正整数)，$f(1)=n^2$.

(1) 求通项公式a_n；

(2) 比较$f\left(\dfrac{1}{2}\right)$与 3 的大小，并说明理由.



基础练习(2)

1. 若一个等差数列的第 5 项$a_5=10$，且$a_1+a_2+a_3=3$，则有 (　　)

(A) $a_1=-2$，$d=3$　　(B) $a_1=2$，$d=-3$

(C) $a_1=-3$，$d=2$　　(D) $a_1=3$，$d=-2$

2. 已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=-5$，$d=7$，$a_n\leqslant 695$，则这个等差数列至多有 (　　)

(A) 98 项　　(B) 99 项　　(C) 100 项　　(D) 101 项

3. 在等差数列 40，37，34，…中第一个负数项是 (　　)

(A) 第 13 项　　(B) 第 14 项　　(C) 第 15 项　　(D) 第 16 项

4. 等差数列$\{a_n\}$中，若$a_{15}=33$，$a_{45}=153$，则 217 是这个数列的第________项.

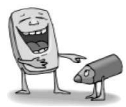
5. 若$\{a_n\}$为等差数列，a_2、a_{10}是方程$x^2-3x-5=0$的两根，则$a_4+a_8=$________.

6. 某产品按质量分 10 个档次，生产最低档次的利润是 8 元/件；每提高一个档次，利润每件增加 2 元，每提高一个档次，产量减少 3 件，在相同时间内，最低档次的产品可生产 60 件. 在相同时间内，生产第几档次的产品可获得最大利润？(最低档次为第一档次)

7. 已知等差数列$\{a_n\}$,求证:

(1) 若 $u+v=p+q$,则 $a_u+a_v=a_p+a_q$;

(2) 若 $t=7n+2(n\in \mathbf{N}^*)$,则当 n 依次取 1, 2, 3, … 时,所得 a_t 组成的数列也是等差数列.



能力提升(2)

1. 若等差数列的各项依次递减,且 $a_3a_5a_7=-21$, $a_3+a_5+a_7=9$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为 ( )

(A) $2n-3$ (B) $-2n+3$ (C) $-2n+13$ (D) $2n+9$

2. 设$\{a_n\}$是公差为正数的等差数列,若 $a_1+a_2+a_3=15$, $a_1a_2a_3=80$,则 $a_{11}+a_{12}+a_{13}=$ ( )

(A) 120 (B) 105 (C) 90 (D) 75

3. 各项均为整数的等差数列$\{a_n\}$共有 $2n(n\geqslant 9)$项,其中所有奇数项的和为 90,所有偶数项的和为 72,则 $a_1=$________.

4. 设 a, b, $5a$, 7, $3b$, …, c 成等差数列,且 $a+b+5a+7+3b+\cdots+c=6\,250\,000$,则 $c=$ ________.

5. 将正偶数按下表排成 5 列,每行 4 个偶数的蛇形数列(规律如表),则数字 2 006 在第________行,第________列.

	第 1 列	第 2 列	第 3 列	第 4 列	第 5 列
第 1 行		2	4	6	8
第 2 行	16	14	12	10	
第 3 行		18	20	22	24
第 4 行	32	30	28	26	
…	…				

6. 已知数列$\{a_n\}$是公差不为零的正项等差数列,求数列$\left\{\dfrac{1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n+1}}}\right\}$的前 n 项和 S_n.