

微積溯源

微積溯源卷八

英國華里司輯

英國 傅蘭雅 口譯

金匱 華蘅芳 筆述

求雙變數微分之積分

第一百六十七款

凡第一類之微分

即一次微分式

其式中但有 $\dot{x}$ 與 $\dot{y}$ 之單方

數者其形如

$\dot{x} \dot{y}$

從此式可知變數 x 函數 y 與微係數

$\dot{x}$ 三者相關之理

雙變數微分求積分者爲將

函(天地)之微分式求其積分令

與原式無異也。

第一百六十八款

將雙變之數分開如

之形令其𠵽專爲天之函數令

其咄專爲地之函數則

之積。可各求之。而得

其

兩爲定常數。

設其微分式如

$\frac{\text{寅地}}{\text{卯天}} \frac{\text{辰地}}{\text{巳天}} = 1$

則可用

天地

約之得

$\frac{\text{天}}{\text{寅地}} \frac{\text{地}}{\text{卯天}} = 1$

如此則兩箇

變數已分開可求得

$\frac{\text{天}}{\text{寅地}} \frac{\text{地}}{\text{卯天}} = 1$

卽

$\frac{\text{天}}{\text{寅地}} \frac{\text{地}}{\text{卯天}} = 1$

卽

$\frac{\text{天}}{\text{寅地}} \frac{\text{地}}{\text{卯天}} = 1$

若

$\frac{\text{天}}{\text{寅地}} \frac{\text{地}}{\text{卯天}} = 1$

則

$\frac{\text{天}}{\text{寅地}} \frac{\text{地}}{\text{卯天}} = 1$

爲其

原方程式。

設其微分式如

$\frac{dy}{dx} = 0$

而 y 爲天之函數， x 爲地之函數者。

則可用

$\frac{dy}{dx}$

約之，其變數亦能分開如

$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$

第一百六十九款

其雙變之數，所以能分開而爲同類

之式者，因能令天與地在各項中，其指數之和相等故也。

卽如

寅卯辰巳午未申酉戌亥
甲天寅卯辰巳午未申酉戌亥
地天寅卯辰巳午未申酉戌亥

其兩項皆能爲同類之式因其天與地兩指

數之和皆爲卯寅之故也

設兩項皆爲同類之式令

地——天人

則其噴必得

寅天

之形而

其噴必得

寅天

之形其以與以專爲人之函數惟因

地——人天

若

以^寅

天約之即得

則可變爲

從此式可得

$$\frac{\text{天}}{\text{天}} \frac{\text{人}}{\text{人}} \frac{\text{天}}{\text{天}} = 0$$

$$\frac{\text{天}}{\text{天}} \frac{\text{人}}{\text{人}} \frac{\text{天}}{\text{天}} = 0$$

$$\frac{\text{天}}{\text{天}} \frac{\text{人}}{\text{人}} \frac{\text{天}}{\text{天}} = 0$$

第一百七十款

茲設數題如上款之法求之以明其用

一題

設有微分式

欲求其積分

$$\frac{\text{天}}{\text{天}} \frac{\text{地}}{\text{地}} \frac{\text{天}}{\text{天}} = 0$$

因

$$\frac{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}} = \frac{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}$$

即

$$\frac{(\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}) \text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}{(\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}) \text{天} \text{天} \text{地} \text{地}} = 0$$

所以

可

令

$$\frac{\text{地}}{\text{天}} = \frac{\text{天}}{\text{地}}$$

則

$$\frac{\text{地}}{\text{天}} = \frac{\text{天}}{\text{地}}$$

而

可

變

得

$$\frac{\text{天}(\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}) \text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}{\text{天}(\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}) \text{天} \text{天} \text{地} \text{地}} = 0$$

即

$$\frac{(\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}) \text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}{(\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}) \text{天} \text{天} \text{地} \text{地}} = 0$$

所以

得

$$\frac{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}} = \frac{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}$$

即

$$\frac{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}} = \frac{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}{\text{天} \text{天} \text{地} \text{地}}$$

此式中之積分式尚可用他法變之

使更簡

令其

則變爲

此式中

之同

$$\frac{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}$$

數若其_{三卯}大于一則可藉對數明之若_{三卯}小于一則
可藉平圓之弧明之若_{三卯}等于一則可藉代數明之
總之無論其_{三卯}之大小如何俱可用實分數求積分
之法求得其同數

二題

設有微分式

$$\frac{\sqrt{\frac{3}{x}}}{\sqrt{\frac{3}{x}}} = \frac{\sqrt{\frac{3}{x}}}{\sqrt{\frac{3}{x}}}$$

欲求其積分

令

$$\frac{dx}{x} = \frac{dx}{x}$$

將各項移于一邊而以天約之則得

$$\frac{dx}{x} = \frac{dx}{x}$$

所以得

$$\frac{dx}{x} = \frac{dx}{x}$$

乃將兩項各求積分得

$$\ln x = \ln x$$

即

$$\ln x = \ln x$$

若將其人以

同數天地代之則得

$$\frac{\text{地}}{\text{天}} = \frac{\text{天}}{\text{地}}$$

卽

$$\frac{\text{地}}{\text{天}} = \frac{\text{天}}{\text{地}}$$

所以可移其地而消

去根號得爲原方程式

$$\frac{\text{天}}{\text{地}} = \frac{\text{地}}{\text{天}}$$

惟如

$$\frac{\text{天}}{\text{地}} = \frac{\text{地}}{\text{天}} \quad \text{○}$$

則此式並無同類之象然亦可變之爲同類

中所贖之

(寅酉) (卯戌) 酒 (巳酉) (午戌) 絨 —○

爲不同類之式然就其新變數酉與戌

而論亦爲同類之式

若所論之式中其

寅午 卯巳 —○

則因角與亢而變爲無窮故從

此變法不能求得何數

若其

寅_天卯_地——入

則

寅_{巳天午地}——巳_{寅天卯地}

可將所設之式變爲

甲_寅乙_卯——寅_{巳天午地}——巳_{寅天卯地}——〇

則可令其

寅_天卯_地——入

所以

寅_{巳天午地}——巳_{寅天卯地}

若依代數之法消化之可變所設之式

第一百七十一款

爲

$$\frac{\text{甲寅卯乙寅寅(卯巳)人}}{\text{(乙寅巳)人}} = \text{〇}$$

此式之積分中必有對數惟

卯—巳

則爲

$$\frac{\text{二寅(甲卯乙寅)}}{\text{二乙寅人巳人}} = \text{兩}$$

分開雙變之數在微分式

$$\frac{\text{地巳地}}{\text{天}} = \text{一昨$$

中易爲之因巳昨爲天之

任何函數故可令

人與

人代其地與

則變爲

其

爲天之未定函數故能使其函數爲便于分開其變數

之形如令

①則

②若以

從此

人則

人

人則

人則

