

理論力學習題集

(上 册)

北京农业机械化学院

理論力学教研組編

沈阳农学院翻印

· 1960

沈阳农学院

第一章 約束与約束反作用力

§1. 定义

阻碍物体运动或运动趋势的限制叫做約束；約束所加于物体的作用就是約束反作用力。因此約束反作用力是限制物体运动或运动趋势的力。而主动力是驅使物体發生运动或运动趋势的力，如重力等。

§2. 各种約束和約束反作用力（都視為光滑的）

1. 柔体約束：例如繩子、皮帶、鏈條、鉄絲等所形成的約束，这种約束的反作用力有两个特點（圖1—1）：

- 約束反力的作用綫沿柔体本身，作用點在約束點。
- 約束反力的指向背离約束點（即表示柔体只能受張力）。

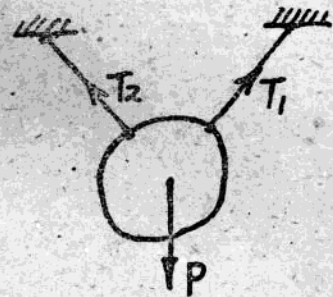


圖1—1

2. 光滑接触約束：如圖1—2至圖1—5。

这种約束是由固定面对运动的限制而產生的，显然如摩擦不計，物体沿接触处的切綫方向运动是自由的，所以它的約束反作用力的特點是：



圖1—2

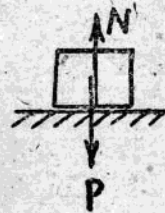


圖1—3

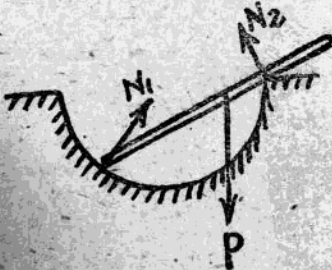


圖1—4

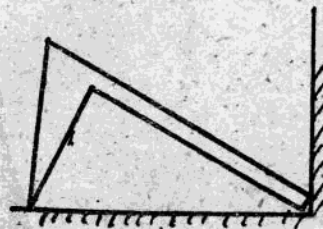


圖1—5

a. 沿曲面（或曲綫）接觸點（或接觸綫）处的法綫方向。

b. 指向被約束體可離開約束的一方。

3. 圓柱形鉸鏈約束：是由于物體套在光滑圓柱銷釘上所造成的約束（圖1—6）這種約束不限制繞銷釘軸綫的轉動，所以這種約束反力的特點是：

a. 在垂直銷釘的平面內，并通過銷釘軸心綫。

b. 方向不能事先確定，須根據物體的位置和作用在物體上其他各力的情況來決定。

4. 球形鉸鏈：這種約束能阻止被約束物體沿任一方向的移動，但物體繞鉸鏈中心做任意方向的轉動則不受限制；因此它的約束反作用力只知道通過球心，方向不能事先確定。



圖1—6

§3. 解除約束原理示力圖

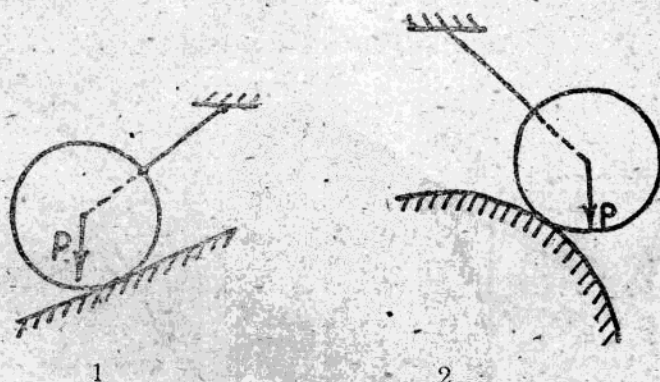
在工程實際中我們所研究的物體往往是許多物體相互聯系着，為了研究物體的受力情況，我們常將要研究的對象（某一物體或幾個物體）單獨劃出，并將其他物體作用于這物體的力（已知的和未知的）全部劃出，這一方法稱為解除約束；由這一方法所得到的物體受力情況圖叫做示力圖或分離體圖。需要注意的是：當我們把物體所受的約束反作用力劃出時，即意味着已將該處的約束去掉。

示力圖是解靜力學的基本關鍵，要牢固的掌握它。

§4. 畫示力圖的步驟

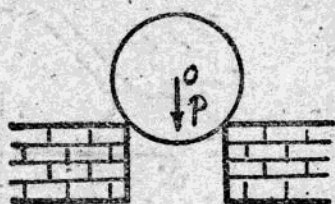
1. 先確定要畫示力圖的對象；
2. 先從光滑接觸、柔體和二力桿約束處開始畫；
3. 其他物體給這物體的力要全部畫出；該物體給其他物體的作用力一個也不要畫。
4. 畫示力圖的主要根據是靜力學公理和在本章 § 2 中所提到的知識。

§5. 在本章里建議畫出下列各物體的示力圖（設各約束處都是光滑的）：

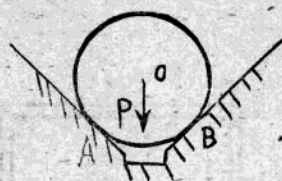


1

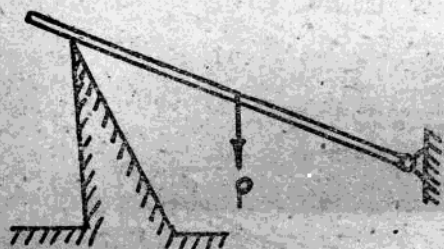
2



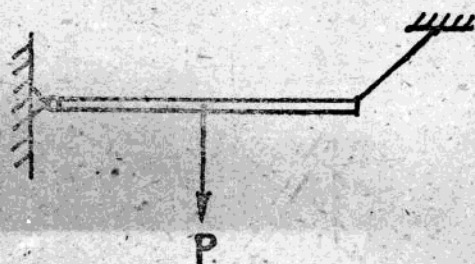
3



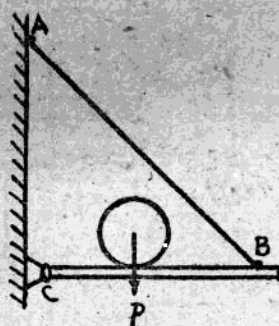
4



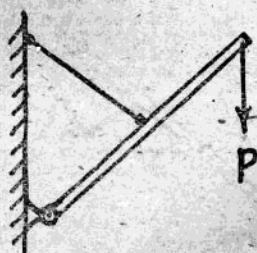
5



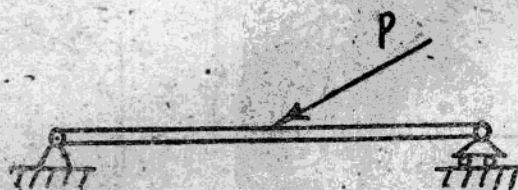
6



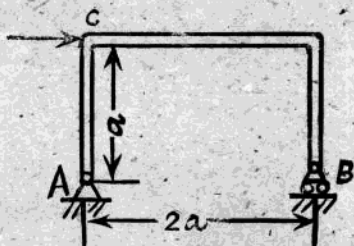
7



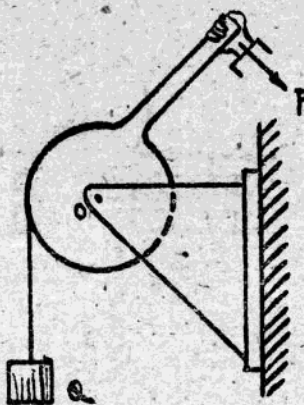
8



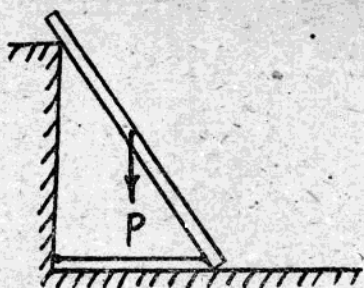
9



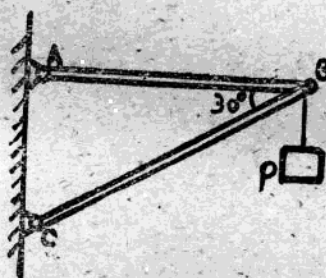
10



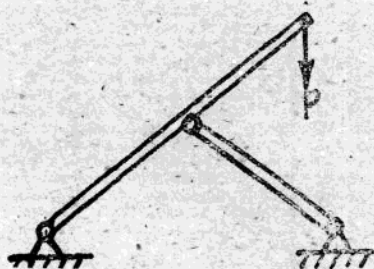
11



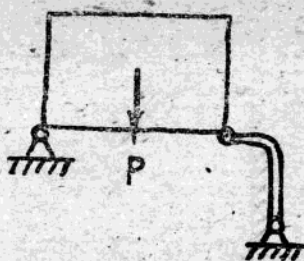
12



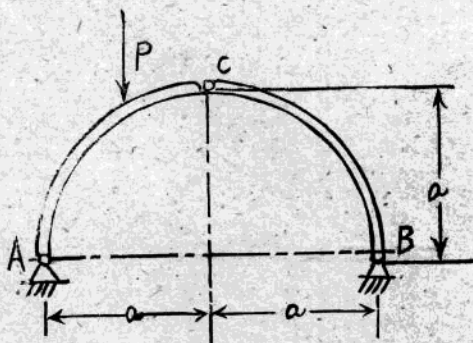
13



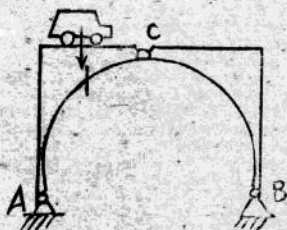
14



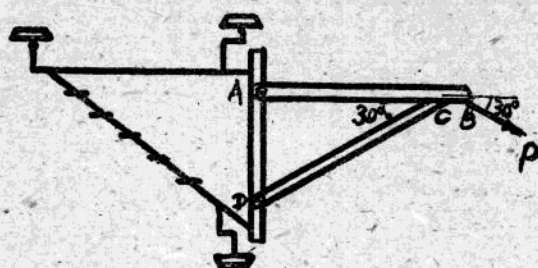
15



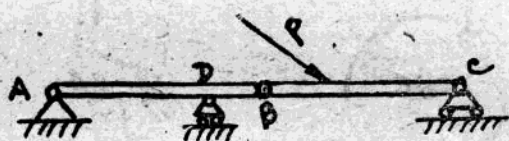
16



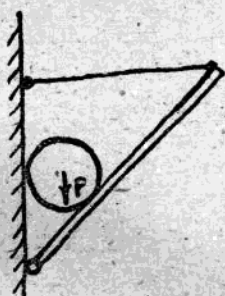
17



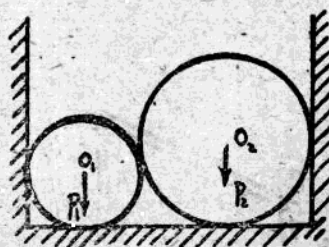
18



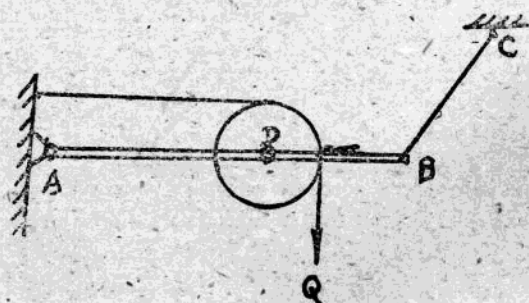
19



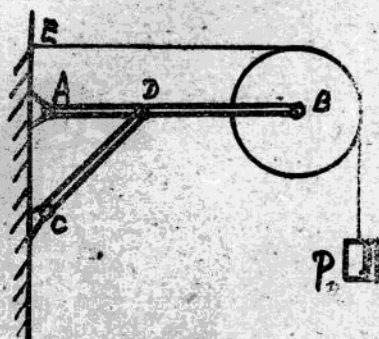
20



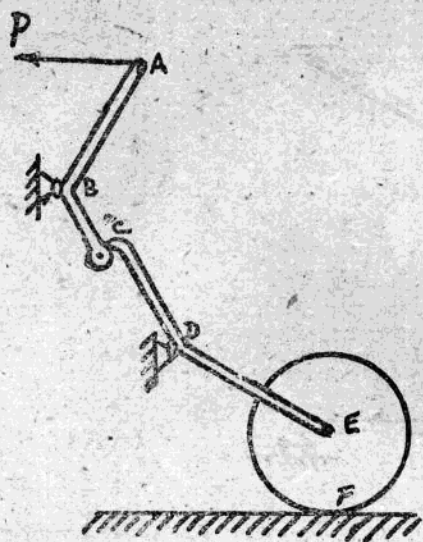
21



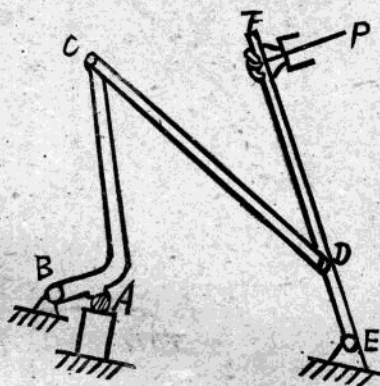
22



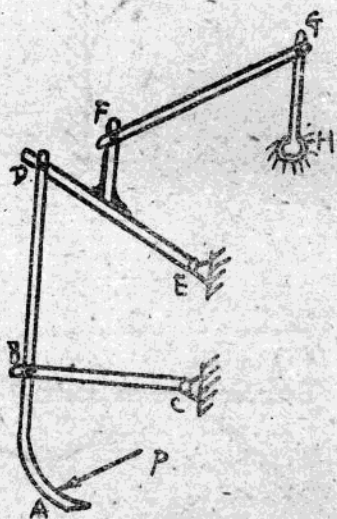
23



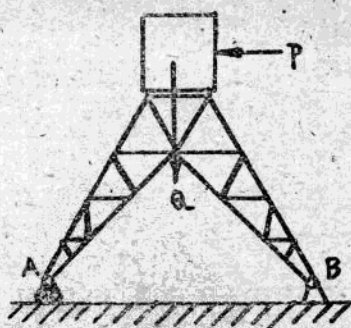
24



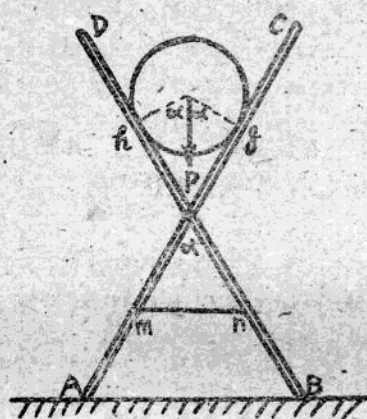
25



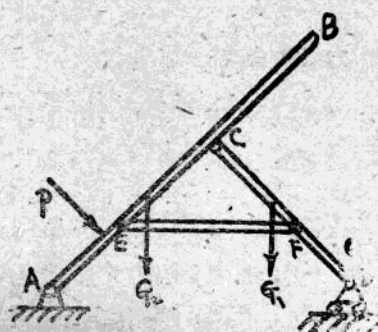
26



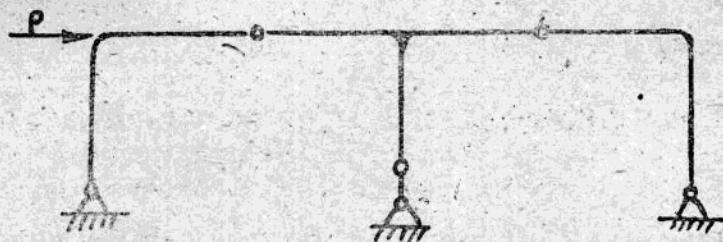
27



28



29



30

第二章 共 点 力 系

§1. 共点力系的合成

1. 几何法：是用力三角形法则或力多边形法则（分力较多时）。显然，共点力系的合力必通过汇交点，其大小和方向用力多边形的封闭边来决定，其矢量表达式是：

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \Delta \vec{F}$$

做力多边形时，可任意选定各分力的先后次序，并不改变合力的大小与方向。

2. 解析法：是根据合力投影定理决定的，即如诸分力在各坐标轴上的投影已知： $\vec{F}_1 (X_1 Y_1 Z_1) \cdots \vec{F}_n (X_n Y_n Z_n)$ ，则合力的大小可由下式决定：

$$R_x = \Sigma X \quad R_y = \Sigma Y \quad R_z = \Sigma Z$$

$$R = \sqrt{(\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2 + (\Sigma Z)^2}$$

合力的方向余弦为：

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R} \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R}$$

2. 共点力系的平衡条件

如物体在共点力系 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \cdots, \vec{F}_n$ 的作用下处于平衡，则其必要与充分条件是 $\Sigma \vec{F} = 0$ ，即力多边形自行封闭，这是平衡的几何条件，平衡的解析条件是用三个投影式来表示：

$$\Sigma X = 0 \quad \Sigma Y = 0 \quad \Sigma Z = 0$$

如力系是位于同一平面内，则上列三个投影式中可以去掉一个等式，只须两个就够了。

§3. 解题方法指示

1. 先明确要研究的是那一个物体的平衡问题。

2. 分析受力情况，画出所研究物体的示力图：全部主动力和约束反作用力，在画约束反作用力时，常应用平面不平行的三力平衡时必相交于一点这一重要原理。

3. 三力平衡问题，常用几何法解，这时须要根据示力图画出力三角形图，力三角形图不仅可以确定力的大小，而且可以检查力的正确方向，当用解析法解空间汇交力系问题时，就可根据示力图直接向所选定的坐标轴上投影（要注意力的投影数值与符号），以写出平衡方程式，如从平衡方程式中解出某一力为负值，即表示该力的真正指向与示力图上所设的方向相反。

4. 在选取坐标轴时，轴的方向应尽可能和大多数力的方向平行或垂直，这样在写投影式时可以简化，座标原点一般选在汇交点上，但也可以选在别处。

5. 在问题中，有时要求甲物体对乙物体的压力，而主动力是作用在甲物体上，这时我们还是先求乙物体对甲物体的反作用力；所需求的压力，按其大小是等于所已求出的反作用力，但方向相反（根据作用与反作用公理）。

§4. 在本章里建議解下列各題

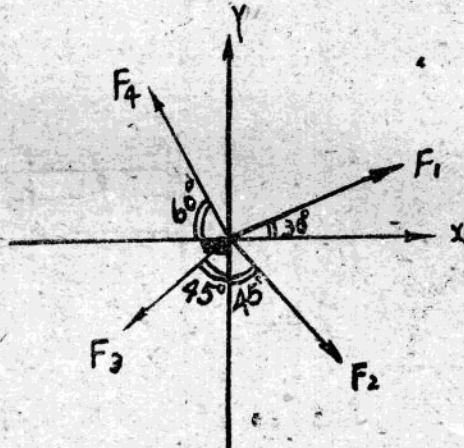
31. 在物体上的A點作用有右圖所示之二力，試求其合力的大小与方向。

32. 在物体上的A點作用有下圖所示之四力，已知 $F_1=20$ 公斤， $F_2=25$ 公斤， $F_3=10$ 公斤， $F_4=30$ 公斤，試求其合力的大小与方向。

33. 沿叉梁方向作用一力 $Q=250$ 公斤，叉梁与水平綫成 $\alpha=45^\circ$ 之角，問此处沿水平拉桿方向所產生的內力 S 以及沿鉛垂方向作用于牆上的力 N 各等于多少。



題 31 圖



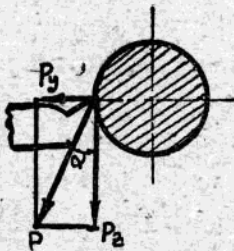
題 32 圖



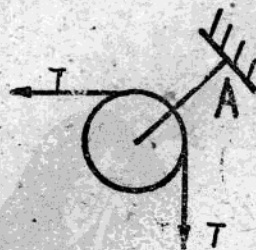
題 33 圖

34. 圖示車削一个小軸，軸对車刀的鉛垂压力 $P_z=90$ 公斤，車刀所受之总压力 $P=110$ 公斤，試求車刀所受之水平压力 P_x （徑向压力）和 α 角的大小。

35. 繩索牽引机的導向滑輪如圖所示，拉力 $T=1000$ 公斤，試求在固定桩A处所產生的反力。

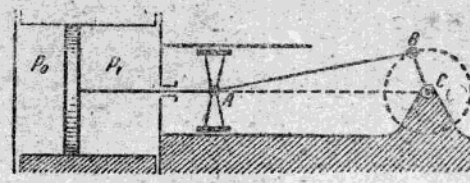


題 34 圖



題 35 圖

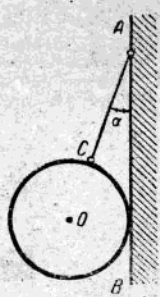
36. 蒸汽机曲柄 $BC=0.4$ 公尺，連桿長 $AB=2$ 公尺，活塞面積 $=0.1$ 公尺²，在某瞬时汽缸內的蒸汽压力：在活塞后 $P_0=6$ 公斤/公分²，在活塞前 $P_1=1$ 公斤/公分²，角 $ABC=90^\circ$ ，求在此时作用于曲柄上的力 T 以及十字头A对導板的压力 N ，十字头与導板間的摩擦略去不計。



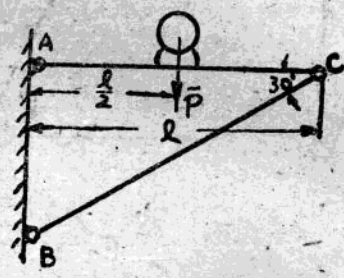
題 36 圖

37. 物重 4 公斤，用繩掛在光滑牆壁上， $\alpha=30^\circ$ ，求球對牆壁的压力及繩子的張力。

38. 电动机重 $P=500$ 斤，擱在水平梁 AC 的中點，梁的一端用鉸鏈固定，另一端以撐桿 BC 支持，撐桿與水平梁間的夾角 $\alpha=30^\circ$ ，試求因电动机的重量而產生的 BC 桿的内力。



題 37 圖

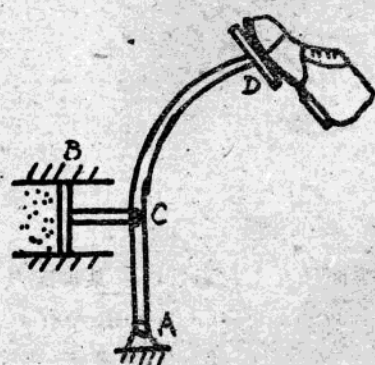


題 38 圖

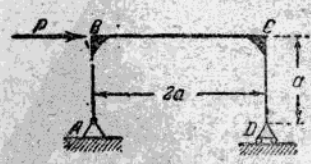
39. 圖示一汽車制動踏板，其自重不計，腳加于踏板的力為 $20\sqrt{3}$ 公斤，與水平線的夾角為 30° ，B 處小油缸作用於踏板柄的力為 $40\sqrt{3}$ 公斤，若 A 點支以固定鉸鏈，求此鉸鏈作用於踏板柄的反力。

40. 如圖所示之鋼架，在 B 點作用一水平力 P ，鋼架重量略去不計，試求在 A，D 二處支座的反作用力 R_A 與 R_D 。

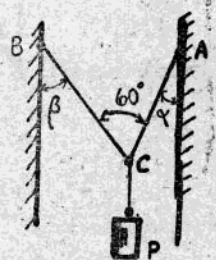
41. 兩拖拉機 A、B，以等速沿直綫運河之兩岸開行，并用兩船纜拖一駁船，兩船纜的張力各為 80 公斤與 96 公斤，兩纜間的角度為 60° ，如駁船平行於河岸而運動，試求該船所受水的阻力，并求船纜與河岸所成之夾角 α 與 β 。



題 39 圖

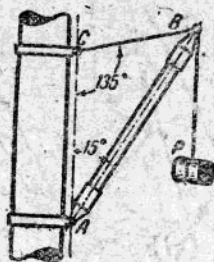


題 40 圖

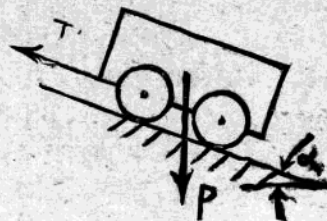


題 41 圖

42. 柱式起重機由臂AB與鏈索BC所構成，臂AB用鉸鏈固定於柱之A點上，臂之B端掛重物 $P=200$ 公斤，若角 $BAC=15^\circ$ ，角 $ACB=135^\circ$ ，求鏈索CB的張力 T 與臂的內力 Q 。



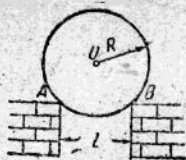
題 42 圖



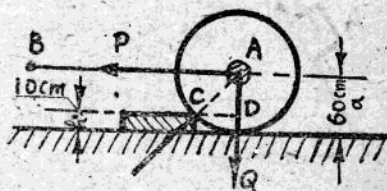
題 43 圖

43. 拖車重量為 P 公斤，行駛在坡度為 α 的路面上，所受的牽引力為 T 公斤，試求平衡時牽引力 T 的大小及輪子所受的力 N 。

44. 蒸汽鍋爐擱置在石砌的牆上，其半徑 $R=1$ 公尺，重量 $P=1$ 噸，重量沿綫軸均勻分布，兩牆間的距離 $l=1.6$ 公尺，如摩擦略去不計，問鍋爐在A、B兩點處對爐灶的壓力等於多大。



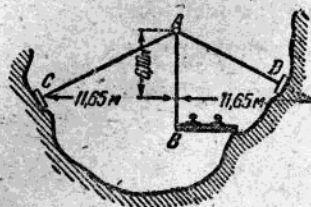
題 44 圖



題 45 圖

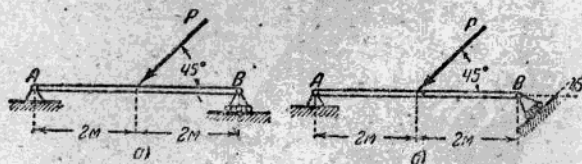
45. 農業機械的輪子半徑 $a=60$ 公分，重 $Q=40$ 公斤，遇到高度 $h=10$ 公分的石塊，求欲越過此石塊所必須的水平拉力 P 。

46. 通過山地的鐵路，共在山谷中的一段用圖示之方法懸掛，所有尺寸如圖所示，設懸桿AB所受的力為 $P=50$ 噸，試求支桿AC與AD的內力。



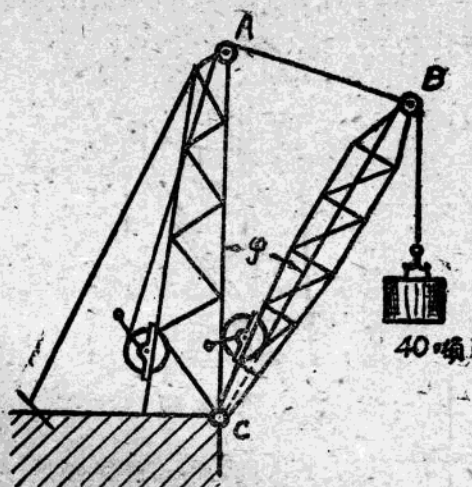
題 46 圖

47. 梁AB在支座A上用鉸鏈固定，而在B端則擱置在滾子上，在梁的中點作用一力 $P=2$ 噸，此力與梁的軸綫成 45° 的角，梁的重量略去不計，試決定按圖示尺寸在a、b兩種情形下的支座反作用力。



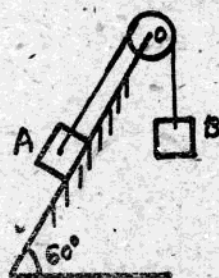
題 47 圖

48. 起重機用固定塔AC與活動骨架BC所構成，骨架BC與C點用鉸鏈連接，而B端用鋼索AB維持平衡，40噸的重物懸在鏈索上，此鏈索跨過B點處的滑車並沿AB引向鉸盤，長度 $AC=BC$ ，試用 $\angle ACB=\Phi$ 的函數來表示鋼索AB的張力 T 及骨架上沿直線BC的壓力 P 。



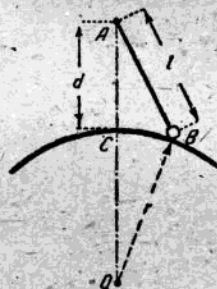
題 48 圖

49. A物重為 $20\sqrt{3}$ 公斤，A、B兩物體用一繞過滑輪O的繩子相連，若摩擦及滑輪重量均不計，試求平衡時B物的重量。



題 49 圖

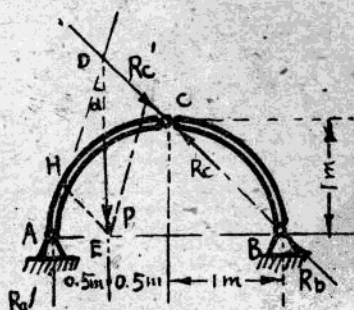
50. 重為 P 的小球B用細繩AB掛在固定點A上，同時小球又擱置在半徑為 r 的光滑球面上；A點到球面的距離 $AC=d$ ，細繩長 $AB=l$ ，直徑AO沿鉛垂方向，小球的半徑略去不計，求細繩的張力 T 和球面的反作用力 Q 。



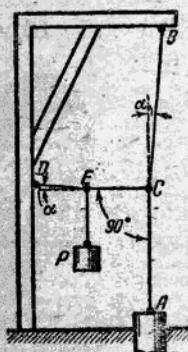
題 50 圖

51. 如圖所示之三鉸拱，作用力 $P=6$ 噸，求A、B、C三鉸之反作用力。

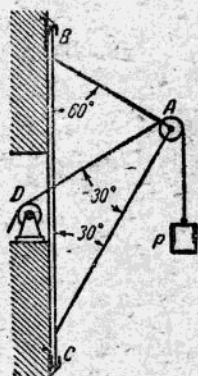
52. 為了把木樁從地中拔出，工人在木樁A點上，系一細繩，繩的另一端固定於B，而在繩的C點縛上另一繩索，此繩的另一端則固定在D點，工人用兩手在E處拉繩索CD，此時繩索的AC段是鉛垂的，而CE則是水平的， $\alpha=4^\circ$ ($\text{ctg}\alpha=14.3$) 如工人體重為60公斤，求木樁所受的拔力（即繩索AC張力）。



題 51 圖



題 52 圖

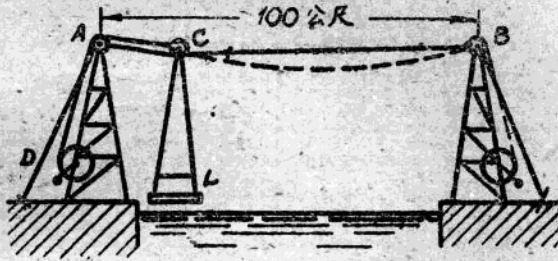


題 53 圖

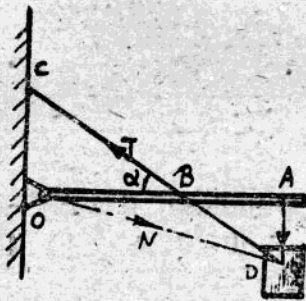
53. 一起重機BAC可藉繞過滑輪A及D的繩索將重 $P=2$ 噸的重物吊起，滑輪A支以AB、AC兩桿，求桿AB及AC的內力。

54. 在吊車運物過河時，吊車用小滑車C掛在鋼索AB上，鋼索的兩端固定在塔頂A與B上，如欲將小滑車C拉向左岸，則利用一跨過滑車A并繞在絞盤D上的繩索CAD，如欲將小滑車C拉向右岸，也設有同樣繩索，A、B兩點在同一水平線上，彼此相距100公尺，繩索ACB長102公尺，吊車重為 $Q=5$ 噸，若略去鋼索重量以及小滑車C沿鋼絲繩的摩擦，求當 $AC=20$ 公尺時繩索CAD與鋼索ACB的張力。

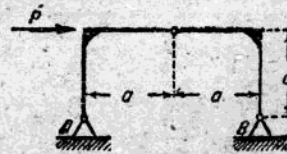
55. 梁的一端固定於鉸鏈O，另一端掛有重為 P 的載荷D，梁由CB索拉住而處於平衡，拉索BC與梁所成之角為 α ， $OA=l$ ， $AB=\frac{1}{3}l$ ，梁重略去不計，求拉索BC的拉力 T ，及鉸鏈O的反作用力 N 。



題 54 圖



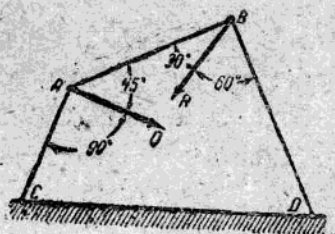
題 55 圖



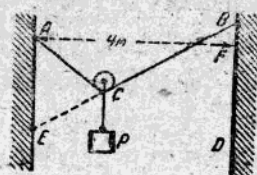
題 56 圖

56. 如圖所示之三鉸拱架，受水平力 P 的作用，其本身重量略去不計，求支座A與B的反作用力。

57. 鉸接連桿四邊形ABDC的CD邊固定，在鉸鏈A上作用一力 $Q=10$ 公斤， $\angle BAQ=45^\circ$ ，在鉸鏈B上作用一力 R ， $\angle ABR=30^\circ$ ， $\angle CAQ=90^\circ$ ， $\angle DBR=60^\circ$ ，問力 R 應等於多大方能使四邊形處於平衡狀態。



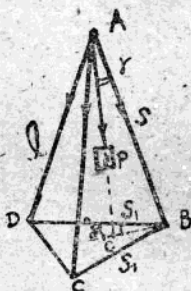
題 57 圖



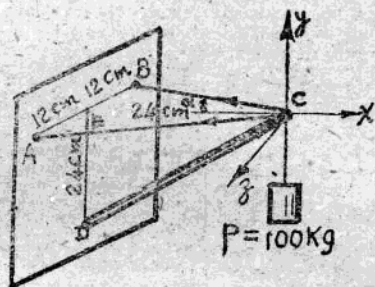
題 58 圖

58. 滑車C帶重物 $P=18$ 公斤，可沿軟鋼索ACB滑动，鋼索的兩端固定在兩牆上，兩牆之間距離為4公尺，鋼索長5公尺，略去鋼索的重量和滑車與鋼索之間的摩擦，試求當滑車攜帶重物處於平衡時鋼索的張力。

59. 在桿AB、AC與AD的連接點A上掛一重物 $P=100$ 公斤，點A與地面相距為 $AO=1.6$ 公尺，每桿長度各為 $l=2$ 公尺，而桿端B、C、D在光滑地面上用繩相連成等邊三角形，求各桿所受的壓力及繩的拉力。



題 59 圖



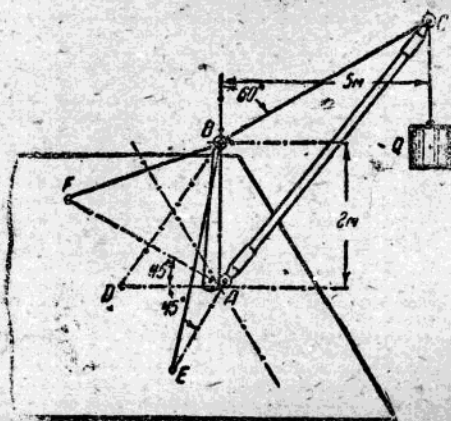
題 60 圖

60. DC為一鋼桿，兩端用鉸鏈連接，AC、BC為等長的兩根軟繩，且位於同一水平面內，A、B與D位於同一鉛垂平面內，D點適在AB綫中點E之下， $P=100$ 公斤，求鋼桿與繩子的內力。

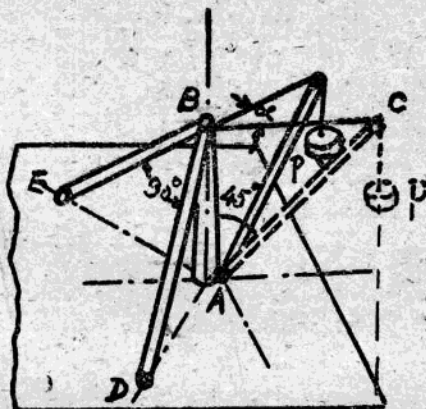
61. 三腳架ABCD和絞車E用來在礦井中提取重3噸的重物P，如三角形ABC為等邊三角形，腳及繩索DE和水平面都成 60° 角，求當重物被等速吊起時各腳之內力。

62. 電綫的角柱系由兩根斜度相同之桿AB與AC所構成，兩桿在頂點用鉸鏈連接， $\angle BAC=30^\circ$ ，電桿支持二水平電綫AD與AE，電桿與電綫互成直角，每根電綫上的張力為100公斤，設平面BAC恰好等分角DAE，并略去電桿之重量，求桿的內力。

63. 重物Q重1噸，掛在D點，如圖所示。AB與D三點用鉸鏈固定，求支座A、B與C之反作用力。



題 66 圖



題 67 圖

68. 如圖所示， $\angle CBA = \angle BCA = 60^\circ$ ， $\angle EAD = 30^\circ$ ，物重 P 為 300 公斤，平面 ABC 是水平的， A 、 B 、 C 各點皆以鉸鏈相連，試求撐桿 AB 與 AC 的內力與 S_1 與 S_2 ，并求起重機張索 AD 內的張力。

69. 等截面的水平桿 AB 之長為 l ，自重可略去不計， B 端由一拉桿 BC 固定在 AC 牆上鉸鏈 C 處；另一端由鉸鏈固定在牆上 A 處， BC 桿的水平綫仰角為 α ，現有一重物 P 可放在 AB 上的任何一點，假設重物離 AB 桿 A 端的距離為 x ，試求拉桿 BC 的內力與 x 之關係。

70. 圖示一個產生相等壓力于正方水泥塊 M 四周的裝置， AB 、 BC 和 CD 是一正方形的三邊， AE 、 BF 、 CG 和 DH 沿正方形對角綫安裝，都以鉸鏈相連，假設在鉸鏈 A 和 D 處加一對相反的作用力 $P = 5$ 噸，試求水泥塊各方所受到的壓力將等于多少，各桿的重量全可不計。