应用数学

国家中等职业教育改革发展示范学校建设教材

主编 冯耀川
主审 徐福成

西南交通大学出版社

国家中等职业教育改革发展示范学校建设教材

应 用 数 学

主编　冯耀川
主审　徐福成

西南交通大学出版社
· 成　都 ·

图书在版编目（CIP）数据

应用数学 / 冯耀川主编. —成都：西南交通大学出版社，2014.9
国家中等职业教育改革发展示范学校建设教材
ISBN 978-7-5643-3447-5

Ⅰ. ①应… Ⅱ. ①冯… Ⅲ. ①应用数学－中等专业学校－教材 Ⅳ. ①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 209525 号

国家中等职业教育改革发展示范学校建设教材

应用数学

主编　冯耀川

责任编辑	张宝华
助理编辑	罗在伟
特邀编辑	李　伟
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 （四川省成都市金牛区交大路 146 号）
发行部电话	028-87600564　87600533
邮政编码	610031
网址	http: //www.xnjdcbs.com
印刷	四川森林印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
印张	14.5
字数	359 千字
版次	2014 年 9 月第 1 版
印次	2014 年 9 月第 1 次
书号	ISBN 978-7-5643-3447-5
定价	31.80 元

课件咨询电话：028-87600533

前　言

根据我国大力发展职业教育的要求，教材建设必须紧跟职业教育的发展步伐，必须适应职业教育的发展需要，建立服务于职业群集型的课程教学模式. 根据职业教育特点及新的大纲要求，重新编写一本更适合相关专业学生使用的教材尤为必要. 基于学生实际和专业课对数学的要求，我们组织资深数学教师，编写了《应用数学》这本教材. 本教材着重培养学生的应用意识，强化专业课的服务性，增强数学的应用性，强化学生的计算能力，并注重学生未来发展的需要.

本教材按模块化编写，每一个数学知识模型相对独立，教材内容编排富有弹性. 在编写每一模块时，起点都尽可能地低，尽量做到以基本运算为基础. 学生只需具备基本的数学运算能力，就可以开始学习这一模块的知识. 本书具有如下特点：

（1）教材内容体现专业课对数学的要求，使学生具备从事土建类工作必需的应用数学基础知识，本教材难度适用于中职学生.

（2）突出应用与实践，培养学生的数学应用意识和能力.

（3）强化计算器及 Excel 在专业课程中的计算应用，培养学生的计算能力.

本书由冯耀川任主编、徐福成任主审. 其中，第 1 章、第 2 章由黄苏华编写，第 3 章、第 5 章由冯耀川编写，第 4 章、第 8 章由徐福成编写，第 6 章、第 7 章由龙薇编写. 全书由冯耀川统稿.

本书作为初中起点学生进校后第二学期数学学习用书，亦可作为中职学生数学学习参考书.

书中的例题及习题部分源自有关教材及参考书，特向原编者致谢.

在本书编写过程中，得到许多老师的大力支持和帮助，在此表示衷心感谢！

由于编者水平有限，书中难免存在不妥之处，欢迎读者批评指正.

编　者

2014 年 4 月

目　录

1 概率初步

银行卡的用户密码一般由 6 位数字组成，取款时需要输入正确的密码. 如果连续 3 次密码输入错误，则银行就不再提供取款服务. 如果你忘记了银行卡的密码，需要随机输入 1 个 6 位数字，试问你在 3 次之内输对密码的可能性有多大？学习本章内容可以帮助你解答这类问题.

本章将学习随机事件、随机事件的概率以及随机变量的基础知识.

1.1 随机事件

1.1.1 随机事件

1. 随机现象

例 1 观察表 1.1 中描述的现象：

表 1.1

序号	条　件	结　果
1	导体通电	导体发热
2	标准大气压下，纯水加热到 100 ℃	水沸腾
3	向上抛 1 枚硬币	落地后正面向上或反面向上
4	某人买 1 张彩票	中奖或不中奖

上述例子中描述的现象可分为两类：一类是在一定的条件下必然会发生某一结果的现象（如前两个例子），称为确定性现象；另一类是在一定的条件下具有多种可能的结果，究竟发生哪一种结果事先不能肯定的现象（如后两个例子），称为随机现象.

2. 随机事件

我们把对随机现象的观察称为随机试验，简称试验. 随机试验的每一种可能的结果称为随机事件，简称事件.

例 2 下面来看几个随机试验的例子：

（1）掷 1 枚硬币，观察正面、反面出现的情况；

（2）掷 1 颗骰子，观察出现的点数；

（3）某人进行 1 次射击，观察命中的环数.

在例 2（1）中，每掷 1 枚硬币是一次试验.“正面向上”是 1 个事件，“反面向上”也是 1 个事件.

在例 2（2）中，每掷 1 颗骰子是 1 次试验.“出 1 点”、“出 2 点”、……、“出 6 点”都是事件. 此外，“至少出 5 点”也是事件，该事件可分解为“出 5 点”与“出 6 点”这两个事件.

在随机试验中，不能分解的事件称为基本事件. 在例 2（2）中，“出 1 点”、“出 2 点”、……、“出 6 点”都是基本

事件，而“至少出 5 点”则不是基本事件.

每次试验中必然发生的事件称为必然事件，记为 Ω. 每次试验中不可能发生的事件称为不可能事件，记为 $\varnothing$. 在例 2（2）中，掷 1 颗骰子，“出现的点数不超过 6”是必然事件，“出现的点数超过 6”是不可能事件.

课堂练习 1.1.1

试说出例 2（3）所描述的随机试验中的随机事件、必然事件和不可能事件.

1.1.2 事件的和与事件的积

1. 和事件

“事件 A 与事件 B 至少有一个发生”称为事件 A 与事件 B 的和事件，记为 $A+B$（或 $A\cup B$）.

例如，将 1 枚硬币掷两次，设 A 为“第 1 次出正面”，B 为“第 2 次出正面”，则 $A+B$ 表示“至少有 1 次出正面”这个事件.

和事件的概念可以推广到 n 个事件的情形：

“n 个事件 A_1, A_2, …, A_n 至少有一个发生”称为这 n 个事件的和事件，记为 $A_1+A_2+\cdots+A_n$（或 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$）.

2. 积事件

“事件 A 与事件 B 同时发生”称为事件 A 与事件 B 的积事件，记为 $A\cdot B$（或 $A\cap B$）.

例如，将 1 枚硬币掷两次，设 A 为“第 1 次出正面”，B 为“第 2 次出正面”，则 $A\cdot B$ 表示“两次都出正面”这个事件.

积事件的概念可以推广到 n 个事件的情形：

“n 个事件 A_1, A_2, …, A_n 同时发生”称为这 n 个事件的积事件，记为 $A_1\cdot A_2\cdot\cdots\cdot A_n$（或 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$）.

例 3　一批饮料中有 5 瓶已过保质期，甲、乙、丙 3 人分别从中任取 1 瓶，设 A 为“甲取到过期饮料”，B 为“乙取到过期饮料”，C 为“丙取到过期饮料”，试说明 $A+B+C$ 与 $A\cdot B\cdot C$ 分别表示什么事件？

解 （1）由于 $A+B+C$ 表示事件 A、B、C 至少有 1 个发生，所以 $A+B+C$ 表示“甲、乙、丙 3 人中至少有 1 人取到过期饮料”这个事件.

（2）由于 $A\cdot B\cdot C$ 表示事件 A、B、C 同时发生，所以 $A\cdot B\cdot C$ 表示“甲、乙、丙 3 人都取到过期饮料”这个事件.

课堂练习 1.1.2

1. 甲、乙两位同学参加同一科目的测试，设 A 表示“甲测试成绩合格”，B 表示“乙测试成绩合格”，指出该试验中 $A+B$ 与 $A\cdot B$ 分别表示什么事件？

2. 一批产品中有正品也有次品，从中抽取 3 次，每次任取 1 件，设 A 表示“第 1 次取到正品”，B 表示“第 2 次取到正品”，C 表示“第 3 次取到正品”，指出该试验中 $A+B+C$ 与 $A\cdot B\cdot C$ 分别表示什么事件？

习题 1.1

1. 试列举一些随机现象的例子.

2. 下列事件中哪些是必然事件？哪些是不可能事件？哪些是随机事件？

（1）掷 1 颗骰子，出现的点数超过 6；

（2）掷 1 颗骰子，出现的点数是 6；

（3）掷 1 颗骰子，出现的点数不超过 6；

（4）从 54 张扑克牌中任取 1 张，取到红桃 K；

（5）某学生的手机在某个时段内收到 3 条短信；

（6）甲、乙两人下一盘中国象棋，甲获胜.

3. 甲、乙两人同时参加某单位的招聘面试，设 A 表示“甲被录取”，B 表示“乙被录取”，试说明 $A\cdot B$ 和 $A+B$ 分别表示什么事件？

4. 掷甲、乙两颗骰子，设 A 表示“甲出 3 点”，B 表示“乙出 5 点”，试说明 $A\cdot B$ 和 $A+B$ 分别表示什么事件？

5. 某班级选举班委成员，设 A 表示“没有女生当选”，

B 表示"有 1 名女生当选"，C 表示"有 2 名女生当选"，试说明 $A \cup B$ 和 $A+B+C$ 分别表示什么事件？

6. 某人向同一目标射击 3 次，设 A 表示"第 1 次击中目标"，B 表示"第 2 次击中目标"，C 表示"第 3 次击中目标"，试用 A、B、C 的和与积表示下列事件：

（1）3 次都击中目标；

（2）至少有 1 次击中目标；

（3）至少有 2 次击中目标.

1.2 事件的概率

1.2.1 事件的频率

在一次试验中，一个随机事件是否发生是不确定的，但是在大量重复试验的情况下，它的发生却是有规律的. 为了找到某事件 A 发生的规律性，需要在 n 次重复试验中统计出事件 A 发生的次数 m，并计算 m 与试验总次数 n 的比值. 这个比值 $\frac{m}{n}$ 称为事件 A 发生的频率.

例 1　历史上曾有人做过抛硬币的重复试验，结果如表 1.2 所示.

表 1.2

抛掷次数 n	出正面的次数 m	出正面的频率 m/n
2 048	1 061	0.518 1
4 040	2 048	0.506 9
12 000	6 019	0.501 6
24 000	12 012	0.500 5
30 000	14 984	0.499 5
72 088	36 124	0.501 1

从上面的试验记录可以看到，在每一组重复试验中，“出正面”的频率有波动. 但在大量次数的重复试验中，“出正面”的频率稳定在一个确定的数值 0.5 附近，而且随着试验重复次数的增加，这种稳定在一个数值附近的趋势越来越显著. 通常把这一规律说成频率具有稳定性.

课堂练习 1.2.1

抽查 500 个产品发现有 6 个次品，求该试验中出次品的频率.

1.2.2　事件的概率

一般地，如果事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ 在某个常数附近摆动，且 n 越大，$\frac{m}{n}$ 越接近这个常数，则称这个常数为事件 A 发生的概率，记作 $P(A)$.

例如，在例 1 所述抛硬币的试验中，“出正面”的概率为 0.5.

课堂练习 1.2.2

根据表 1.2 给出的数据，试分析“出反面”的概率.

例 2　某射手在同一条件下进行射击，结果如表 1.3 所示.

表 1.3

射击次数	5	10	25	50	100
击中靶心次数	4	9	22	46	89

(1) 求击中靶心的频率；

(2) 估计击中靶心的概率.

解　(1) 设 A 表示“击中靶心”这个事件，根据表 1.3 提供的数据，可以计算出 A 发生的频率依次为：0.80，0.90，0.88，0.92，0.89.

(2) 在实际应用中，常取频率的平均值作为概率的近似值. 则

$$P(A) \approx \frac{0.80+0.90+0.88+0.92+0.89}{5} = 0.878$$

概率从数量上反映了一个事件发生的可能性的大小. 由于 $0 \leqslant \frac{m}{n} \leqslant 1$，可知 $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$. 显然，必然事件的概率是 1，不可能事件的概率是 0.

习题 1.2

1. 对某医院连续 6 年出生的婴儿进行调查，结果如表 1.4 所示，求解下列问题（保留 3 位小数）：

（1）6 年来男婴、女婴出生的频率；

（2）估算男婴、女婴出生的概率.

表 1.4

年　份	新生儿总数	性别分类	
		男婴	女婴
第 1 年	3 670	1 883	1 787
第 2 年	4 250	2 177	2 073
第 3 年	4 055	2 138	1 917
第 4 年	5 844	2 955	2 889
第 5 年	6 344	3 271	3 073
第 6 年	7 231	3 722	3 509

2. 对某厂生产的一批网球进行抽查，结果如表 1.5 所示，求解下列问题（保留 3 位小数）：

（1）抽到优等品的频率；

（2）估算抽到优等品的概率.

表 1.5

抽取球数 n	100	200	500	1 000	2 000	3 000
优等品数 m	91	195	469	957	1 903	2 848

1.3　等可能事件的概率

由上一节内容可知，通过事件的频率来求事件的概率，需要进行大量的重复试验. 而有一类随机事件则不需要进行大量的重复试验，可以直接计算其概率的值.

1.3.1　等可能事件

如果试验的每一个基本事件出现的可能性是相同的，则称这样的事件为等可能事件.

例如，在掷 1 枚硬币的试验中，有两个基本事件：“正面向上”、“反面向上”. 如果硬币是均匀的，那么“正面向上”与“反面向上”出现的可能性是相同的，都为 $\frac{1}{2}$.

又如，在掷 1 颗骰子的试验中，有 6 个基本事件：“出 1 点”、“出 2 点”、……、“出 6 点”. 如果骰子是均匀的，那么“出 1 点”、“出 2 点”、……、“出 6 点”出现的可能性是相同的，都为 $\frac{1}{6}$.

课堂练习 1.3.1

判断下列试验中的基本事件是否是等可能事件：

（1）从 1，2，3，4，5，6，7，8，9 九个数中任取一个数，观察抽到的数字；

（2）某人进行 1 次射击，观察命中的环数.

1.3.2　等可能事件的概率

一般地，如果试验中的基本事件共有 n 个，且每个基本事件的出现是等可能的，则每个基本事件出现的概率都为 $\frac{1}{n}$. 若随机事件 A 包含了 m 个基本事件，则事件 A 发生的概率为

$$P(A)=\frac{\text{事件}A\text{包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}=\frac{m}{n} \tag{1.1}$$

例 1　先后掷 2 枚均匀的硬币，计算下列事件的概率：

（1）A："都出正面"；

（2）B："一正一反"；

（3）C："至少 1 次出反面".

解　该试验共有 4 个不同的结果：{正正、正反、反正、反反}，每一个结果对应 1 个基本事件. 因此，基本事件共有 $n=4$ 个，且每一个结果的出现是等可能的.

（1）事件 A 含有 1 个基本事件，则 $P(A)=\frac{1}{4}$；

（2）事件 B 含有 2 个基本事件，则 $P(B)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$；

（3）事件 C 含有 3 个基本事件，则 $P(C)=\frac{3}{4}$.

课堂练习 1.3.2

在例 1 所描述的随机试验中，有人说：一共可能出现"都出正面"、"都出反面"、"一正一反"这 3 种结果，因此，出现"一正一反"的概率是 $\frac{1}{3}$. 这种说法是否正确？

例 2　在 100 件产品中有 4 件次品，从中任取 3 件，求下列事件的概率：

（1）A："全是正品"；

（2）B："恰有 1 件次品"；

（3）C："至少有 1 件次品"；

（4）D："全是次品".

解　从 100 件产品中任取 3 件，共有 C_{100}^{3} 种不同的取法，每种取法对应 1 个基本事件，即基本事件共有 $n=\mathrm{C}_{100}^{3}$ 个. 由于是任意抽取，任一种取法的出现是等可能的.

（1）"全是正品"的取法有 $m_{\mathrm{A}}=\mathrm{C}_{96}^{3}$ 种，则

$$P(A)=\frac{\mathrm{C}_{96}^{3}}{\mathrm{C}_{100}^{3}}\approx 0.883\ 6$$

（2）"恰有 1 件次品"的取法有 $m_{\mathrm{B}}=\mathrm{C}_{4}^{1}\cdot\mathrm{C}_{96}^{2}$ 种，则